Grenzwertsätze

1. Bestimme den Grenzwert der Folge (a_n) mithilfe der Grenzwertsätze.

   a) $a_n = \frac{4}{n} + 3$ b) $a_n = \frac{2+n}{n}$ c) $a_n = \frac{15n-4}{3n}$

   d) $a_n = \frac{6n^2-5n}{3n^2}$ e) $a_n = \frac{5-2\sqrt{n}}{3\sqrt{n}}$ f) $a_n = \frac{2n^3-15278n^2}{0{,}4n^3}$

   g) $a_n = \frac{1+4n}{1+n}$ h) $a_n = \frac{3+9n}{1+3n}$ i) $a_n = \frac{2n^2-3n+7}{n^2+5}$

   j) $a_n = \frac{3n^3-5n^2}{n^2-n^3}$ k) $a_n = \frac{3n+5\sqrt{n}}{2\sqrt{n}-n}$ l) $a_n = \frac{(n+3)^5}{(n-2)^5}$

   m) $a_n = \frac{(2n-1)^4}{(n+3)^4}$ n) $a_n = \frac{2^n}{3-2^n}$ o) $a_n = \frac{3^n}{5-3^n}$

2. Bestimme den Grenzwert der Folge (a_n) mithilfe der Grenzwertsätze.
   Tipp: Schreibe den Term als Bruch mit Nenner 1 und erweitere diesen mithilfe einer binomischen Formel, so dass im Zähler keine Wurzel mehr steht.

   a) $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ b) $a_n = \sqrt{3+n} - \sqrt{1+n}$

   c) $a_n = \sqrt{n^2-5} - \sqrt{2+n^2}$ d) $a_n = \sqrt{n^2+2} - n$

3. Die Folge (a_n) ist konvergent. Bestimme den Grenzwert.

   a) $a_0 = 1\,;\ a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n - 1$ b) $a_0 = 0\,;\ a_{n+1} = 5 - \frac{1}{8}a_n$

   c) $a_0 = 3\,;\ a_{n+1} = \frac{2+a_n}{a_n}$ d) $a_0 = 5\,;\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + 1}$

4. Für den Grenzwert g der Folge (a_n) mit $a_0 = 1$ und $a_{n+1} = 3a_n - 1$ folgt mit der Methode aus Aufgabe 3: $g = 3g - 1$. Damit ist $g = \frac{1}{2}$. Berechne die ersten 10 Glieder der Folge. Was fällt dir auf?