

Vertiefungskurs Mathematik

Arbeitsblatt zu Primzahlen in $Z[i]$

Wie lautet die Definition für eine Primzahl in der Menge der natürlichen Zahlen?

Eine natürliche Zahl ...

Die Zahl 3 ist eine Primzahl in \mathbb{N} . Welche Teiler hat die Zahl 3 in der Menge der ganzen Zahlen Z ?

Teilermenge von 3 in Z : $T_3 = \{ \quad \quad \quad \}$

Wie sollte man demnach die Definition für eine Primzahl in Z anpassen?

Eine ganze Zahl ...

Jetzt betrachten wir die Menge der ganzen komplexen Zahlen $Z[i]$.

$$Z[i] = \{a + b \cdot i \mid a \in Z \text{ und } b \in Z\}$$

Für die Zahl 11 gilt:

$$11 \cdot 1 = 11 ; (-11) \cdot (-1) = 11 ; 11i \cdot (-i) = 11 ; i \cdot (-11i) = 11$$

Jede natürliche Zahl $n > 1$ hat in $Z[i]$ auf jeden Fall mindestens folgende Teiler:

$$1; -1; n; -n; i; -i; n \cdot i; -n \cdot i$$

Wie sollte man demnach die Definition für eine Primzahl in $Z[i]$ anpassen?

Eine ganze komplexe Zahl ...

Ist die Zahl 2 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 2 in $Z[i]$:

Ist die Zahl 3 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 3 in $Z[i]$:

Ist die Zahl 5 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 5 in $Z[i]$:

Ist die Zahl 7 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 7 in $Z[i]$:

Ist die Zahl 11 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 11 in $Z[i]$:

Ist die Zahl 13 eine Primzahl in $Z[i]$?

Bestimme alle Teiler der Zahl 13 in $Z[i]$:

Was fällt dir auf?

Eine Primzahl p in \mathbb{N} ist auch genau dann eine Primzahl in $Z[i]$, falls ...