

Vertiefungskurs Mathematik 12

Aufgaben zu Taylorreihen

AUFGABE 1 Bestimme die Taylorreihe für folgende Funktionen um die Entwicklungsmitte $x_0 = 0$. Bestimme auch den Konvergenzradius r der Reihe.

a) $f(x) = e^{-x}$ b) $g(x) = e^{x^2}$ c) $h(x) = \ln\left(1 - \frac{x}{2}\right)$ d) $i(x) = \frac{1}{1+x}$

AUFGABE 2 Bestimme jeweils das Taylorpolynom p_5 (d.h. vom Grad 5) um die Entwicklungsmitte $x_0 = 0$.

Berechne jeweils die prozentuale Abweichung von $p_5(1)$ von $f(1)$.

a) $f(x) = \sqrt{1+x}$ b) $f(x) = \tan(x)$ c) $f(x) = \arcsin(x)$ d) $f(x) = \sinh(x)$

(Definition: "Sinus hyperbolicus" $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$)

Hinweis: $f(x) = \tan x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{(\cos(x))^2}$

$$f(x) = \arcsin(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

AUFGABE 3 Bestimme die Taylorreihe für folgende Funktionen um die Entwicklungsmitte x_0 .

a) $f(x) = x \cdot e^x$; $x_0 = 1$ b) $g(x) = \cosh x$; $x_0 = 0$

(Definition: "Cosinus hyperbolicus" $\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$)