**Vertieft verständnisorientierte Übungsaufgaben aus der Geometrie**

**Lösungen**

**AUFGABE 1** Gegeben sind die Punkte , und .

a) Begründen Sie, dass das Dreieck ABC nicht zu einer Raute ABCD ergänzt werden

kann.

Es gilt und somit .

Es gilt und somit .

Es gilt und somit .

Da alle drei Vektoren eine unterschiedliche Länge besitzen, kann das Dreieck ABC

nicht zu einer Raute ergänzt werden.

b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein

Drachenviereck ist.

Gesucht ist ein Punkt D in der Ebene ABC mit der Eigenschaft, dass B und D

achsensymmetrisch zur Diagonalen AC liegen.

Sei P ein beliebiger Punkt auf AC, dann gilt:

Also . Es muss gelten:

🡺 🡺

P ist die Mitte der Strecke BD 🡺

🡺

c) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Drachenvierecks.

Es gilt . Mit folgt

🡺

d) Für den Punkt ist das Viereck ABCD ein Drachenviereck.

Auf der Geraden AC gibt es einen Punkt E so, dass das Viereck ABED eine Raute

ist. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes E.

Es muss gelten 🡺

🡺

Alternative: P ist die Mitte der Strecke AE 🡺

**AUFGABE 2** Gegeben sind die Punkte und .

a) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes R, der sowohl von P als auch von

Q den Abstand 10 besitzt.

Es gilt: und somit .

Sei M die Mitte der Strecke PQ 🡺 🡺

Es gilt: und 🡺

🡺 zudem muss gelten

Zum Beispiel: 🡺 🡺

🡺 🡺

🡺

b) Begründen Sie, dass es keinen Punkt gibt, der sowohl von P als auch von Q den

Abstand 5 besitzt.

Da die Strecke PQ die Länge 12 besitzt, ist M der Punkt mit dem geringsten

gleichen Abstand zu P und Q. Dieser Abstand beträgt 6 Längeneinheiten, daher

gibt es keinen Punkt der von P und von Q den Abstand 5 hat.

c) Gegeben ist die Ebene .

Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes T, der in E liegt und sowohl von P

als auch von Q den Abstand besitzt.

P und Q liegen beide auf E. Es gilt:

🡺 🡺 zudem muss gelten und

mit . Somit folgt:

🡺

Wegen gilt: 🡺

Somit folgt: 🡺

**AUFGABE 3** Die Punkte , , ,

und S sind die Eckpunkte einer Pyramide.

a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E in der die Grundfläche

ABCD der Pyramide liegt.

; 🡺 🡺

🡺 ; Punktprobe mit A liefert:

b) Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Drachenviereck ist.

Zu zeigen: und

🡺

🡺

🡺

Demnach ist ABCD ein Drachenviereck.

c) Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes S so, dass die Pyramide ein

Volumen von 540 Volumeneinheiten besitzt.

Flächeninhalt der Grundfläche:

🡺

🡺

🡺

Für das Volumen der Pyramide gilt: 🡺

🡺 z.B.

🡺

**AUFGABE 4** Gegeben ist die Gerade g: .

a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der sowohl die

x1 – Achse als auch die Gerade g liegen.

Ansatz: und liegt auf E.

🡺 🡺 🡺

b) Die x1 – Achse und die Gerade g schließen zwei Winkel ein.

Weisen Sie nach, dass die Gerade w: die Winkelhalbierende eines

der beiden Winkel ist.

🡺 ; 🡺

Der Vektor ist ein möglicher Richtungsvektor einer der beiden

Winkelhalbierenden.

Mit w: folgt, dass w eine der beiden Winkel-

halbierenden ist.

c) Bestimmen Sie eine Gleichung der Winkelhalbierende w\* des anderen Winkels.

Es gilt .

Sei ein Richtungsvektor von w\*, dann gilt: und mit .

🡺 🡺 w\*:

Alternative: ; Kontrolle:

**AUFGABE 5** Gegeben sind die Punkte und .

a) Berechnen Sie die Länge der Strecke AB.

🡺

b) Es gibt auf der Strecke AB einen Punkt T, der von A dreimal so weit wie von B

entfernt ist.

Bestimmen Sie die Koordinaten von T.

Es gilt

🡺 🡺

c) Auf der Geraden AB gibt es einen zweiten Punkt T\*, der ebenfalls von A dreimal

so weit entfernt ist wie von B.

Bestimmen Sie die Koordinaten von T\*.

Es gilt

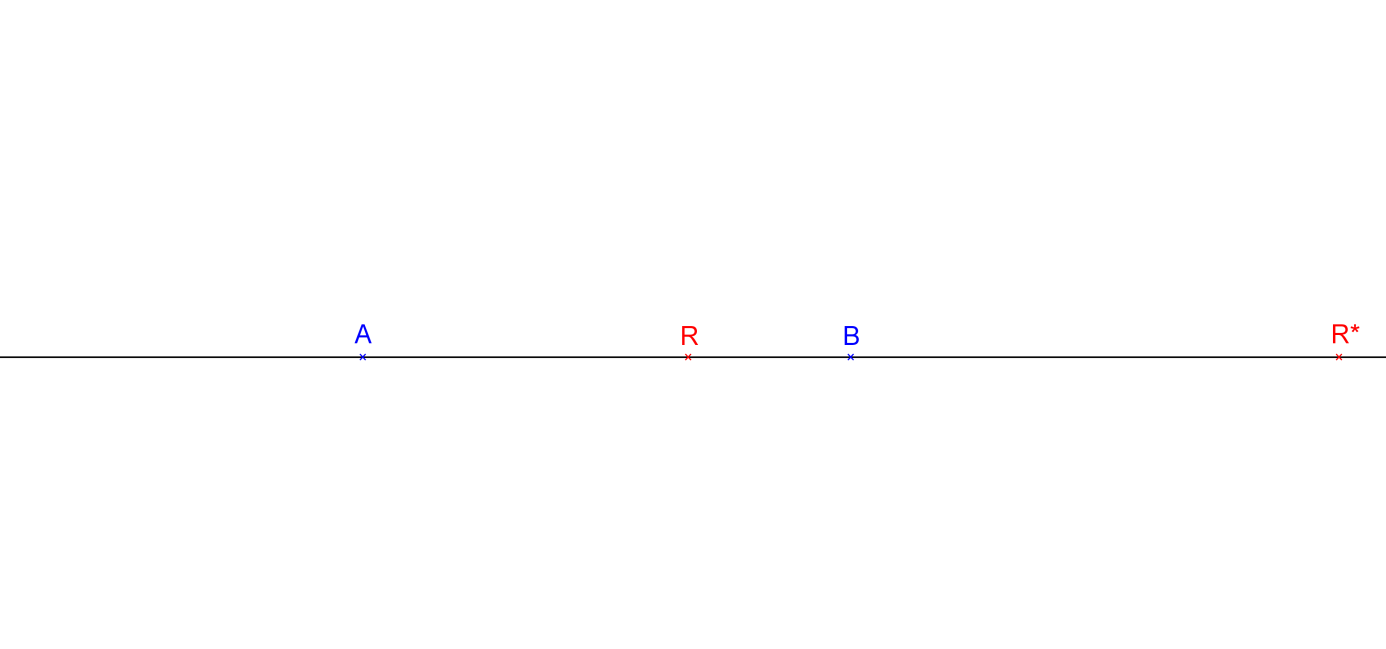
🡺 🡺

d) Auf der Geraden AB gibt es zwei Punkte R und R\*, die beide k- mal so weit von A

entfernt sind wie von B (k > 1).

Begründen Sie, dass es ein k gibt, so dass die Strecke RR\* genau so lang wie

die Strecke AB ist.



Es gilt und

🡺

🡺 Mit folgt 🡺

🡺

Lösung der quadratischen Gleichung:

🡺 Mit k > 1 folgt

Alternative: Für k = 2 folgt und für k = 3 folgt .

Sei f mit . Da f für k > 1 stetig ist und

bzw. gilt, muss f(k) im Intervall ] 2 ; 3 [ mindestens einmal

den Wert 1 annehmen.