**Klausuren Impuls 1 (Stochastik)**

r

w

w

r

Urne 1

Urne 2

5 rote und 5 weiße Kugeln werden auf die beiden Urnen 1 und 2 verteilt. In den

beiden Urnen liegen jeweils genau 5 Kugeln.

Sei r1 die Anzahl der roten Kugeln in der Urne 1.

**Mögliche Aufgabenstellung 1:**

Zuerst wird eine Kugel zufällig aus der Urne 1 gezogen und in die Urne 2 gelegt.

Anschließend wird eine Kugel zufällig aus der Urne 2 gezogen und auf den Tisch

gelegt. Die Kugel die auf den Tisch gelegt wird ist rot. Die Wahrscheinlichkeit, dass

diese Kugel ursprünglich in der Urne 1 gelegen hat, beträgt $\frac{4}{9}$ .

Bestimmen Sie den Wert von r1.

**Mögliche Lösung:**

****

Wenn sich in Urne 1 r1 rote Kugeln befinden, dann gilt:

w1 = 5 – r1  ; r2 = 5 – r1 ; w2 = r1 ( 0 ≤ r1 ≤ 5 )

Für die Wahrscheinlichkeit, dass eine rote Kugel auf den Tisch gelegt wird gilt:

$$P\left(r\right)=\frac{r\_{1}}{5}∙\left(\frac{5-r\_{1}}{6}+\frac{1}{6}\right)+\frac{5-r\_{1}}{5}∙\frac{5-r\_{1}}{6}$$

Vereinfachen liefert:

$$P\left(r\right)=\frac{5r\_{1}-r\_{1}^{2}+r\_{1}+25-10r\_{1}+r\_{1}^{2}}{30}=\frac{25-4r\_{1}}{30}$$

A: „Es wird eine rote Kugel auf den Tisch gelegt“

B: „Eine rote Kugel aus der Urne 1 wird auf den Tisch

 gelegt“

Es gilt: $P\left(B\right)=P(rr\_{U1})=\frac{r\_{1}}{5}∙\frac{1}{6}=\frac{r\_{1}}{30}$

bedingte Wahrscheinlichkeit $P\_{A}\left(B\right)=\frac{P(A∩B)}{P(A)}=\frac{P(rr\_{U1})}{P(r)}=\frac{\frac{r\_{1}}{30}}{\frac{25-4r\_{1}}{30}}$

🡺 $P\_{A}\left(B\right)=\frac{r\_{1}}{25-4r\_{1}}=\frac{4}{9}$ 🡺 $9r\_{1}=100-16r\_{1}$ 🡺 $25r\_{1}=100$ 🡺 $r\_{1}=4$

🡺 Zu Beginn befinden sich 4 rote Kugeln in der Urne 1.

**Mögliche Aufgabenstellung 2:**

Es wird zufällig eine Kugel aus Urne 1 gezogen und in Urne 2 gelegt. Danach wird zufällig eine Kugel aus Urne zwei gezogen und in Urne 1 gelegt.

Betrachtet wird das Ereignis A:

A: „Die Anzahl der roten Kugeln in jeder Urne ist genauso groß wie zu Beginn“.

Weisen Sie nach, dass gilt: $P\left(A\right)=-\frac{1}{15}r\_{1}^{2}+\frac{1}{3}r\_{1}+\frac{1}{6}$

**Mögliche Lösung:**

Ist die Anzahl der roten Kugeln in Urne 1 genauso groß wie zu Beginn, so gilt das auch für Urne 2. Es genügt also, Urne 1 zu betrachten:



$$P\left(A\right)=\frac{r\_{1}}{5}∙\frac{6-r\_{1}}{6}+\frac{5-r\_{1}}{5}∙\frac{r\_{1}+1}{6}=\frac{-2r\_{1}^{2}+10r\_{1}+5}{30}=-\frac{1}{15}r\_{1}^{2}+\frac{1}{3}r\_{1}+\frac{1}{6}$$