Aufgabenpool Teil B – bemerkenswerte Teilaufgaben – Analytische Geometrie

Konzeptionsgruppe Abitur 2024

Mögliches Fazit aus der Gruppenarbeit

- Ungewohnte Ausrichtung des Koordinatensystems
- 1d: Flächeninhalt Drachenviereck, Volumen Pyramide (Formeldokument)
- 1d: Abstand Punkt-Ebene (nicht in Formeldokument)
- 1e: Symmetrieargument bei der Begründung
- 2: stark physikalischer Sachkontext
- 2a: Arbeitsanweisung: „ohne zu rechnen“; stattdessen kann elementargeometrische Eigenschaft genutzt werden
- 2c: Ungewohnt: Eintragung in Abbildung vornehmen

Überblick

- Wiederkehrende Aufgabentypen (WAu)
- Aufgaben mit Inhalten aus der Sekundarstufe I
- (noch) für Baden-Württemberg ungewohnte Aufgaben
- Aufgaben mit Konkretisierung der Operatoren
- Aufgaben mit Modellierungsaspekt (K3)

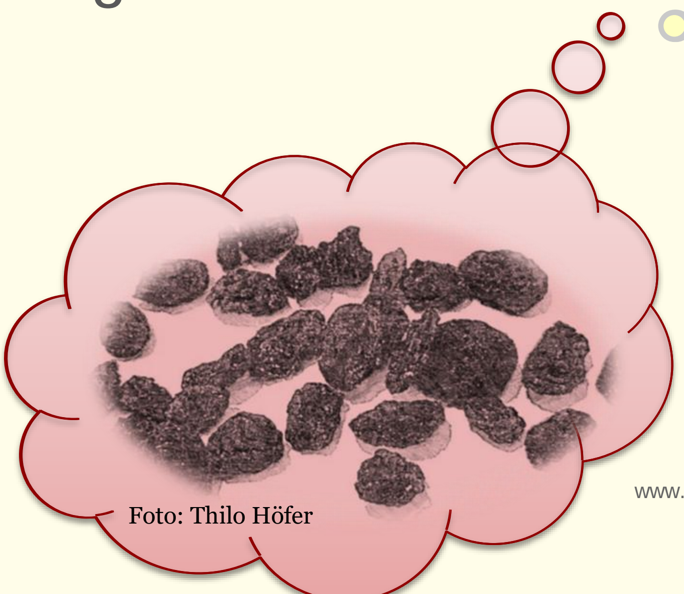
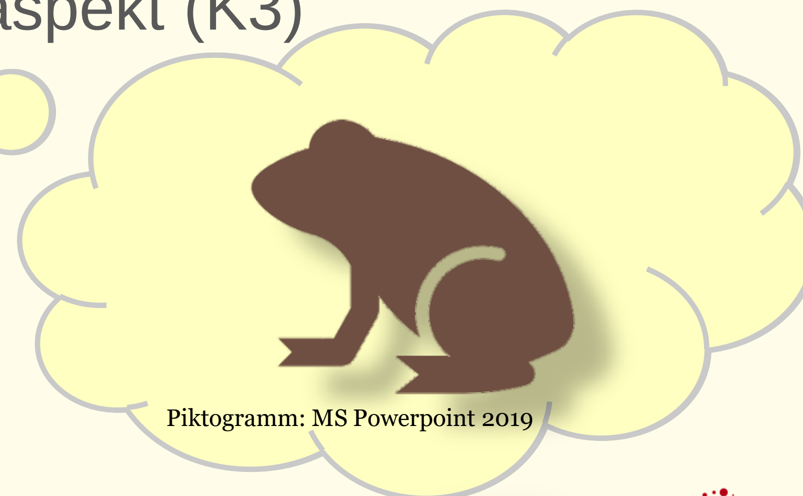


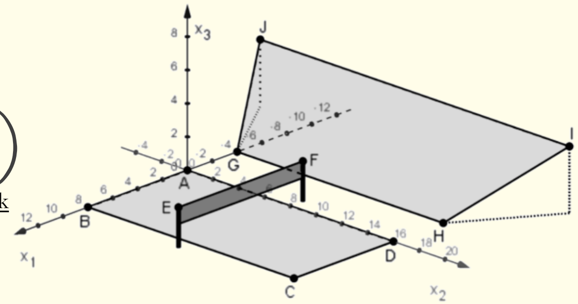
Foto: Thilo Höfer



Piktogramm: MS Powerpoint 2019

2018 WTR 3 f) g)

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Krummlinige Bewegung

Ein Aufschlag wird hinter der parallel zum Netz verlaufenden Begrenzungslinie der von der Tribüne aus gesehen rechten Spielfeldhälfte ausgeführt. Anschließend kann die Bahn des Balls mithilfe der Punkte $X_t\left(3 \mid 12t-1 \mid -5t^2+4t+2{,}8\right)$ beschrieben werden; dabei ist t die seit dem Schlag vergangene Zeit in Sekunden. Auf dieser Bahn überfliegt der Ball das Netz.

f Begründen Sie, dass sich der Ball in einer Ebene bewegt, und geben Sie eine Gleichung dieser Ebene an.

g Untersuchen Sie, ob der Ball innerhalb des Spielfelds auf dem Boden auftrifft, wenn er nach dem Aufschlag von keinem Spieler berührt wird.

f	Alle Punkte X_t haben die gleiche x_1-Koordinate. Gleichung der Ebene: $x_1 = 3$	2
g	Für $t \geq 0$ liefert $-5t^2+4t+2{,}8=0$: $t=\frac{-4-\sqrt{4^2-4\cdot(-5)\cdot 2{,}8}}{2\cdot(-5)} \approx 1{,}25$ Für den Punkt X_t mit der x_3-Koordinate 0 gilt $x_2 \approx 12\cdot 1{,}25-1=14$. Der Ball trifft also innerhalb des Spielfelds auf dem Boden auf.	4

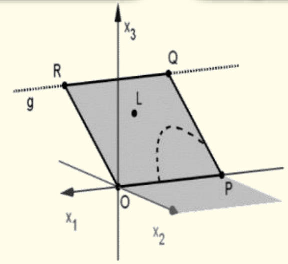
K1 K3 K6
AB I

K2 K3 K5
AB III

ZSL

2020 WTR 1 f) g)

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Krummlinige Bewegung

g Weisen Sie nach, dass der Ball auf dem betrachteten Teil seines Wegs durchgehend Kontakt zur Minigolfbahn hat.

h Berechnen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts, in dem der Ball auf die seitliche Begrenzung der Minigolfbahn trifft.

i Ermitteln Sie die maximale Höhe über dem Untergrund, die der Ball erreicht.

g	Da $3\cdot\left(-8k+\frac{8}{3}k^2\right)+4\cdot\left(6k-2k^2\right)=0$ für alle $k\in\mathbb{R}$, liegen alle Punkte B_k in E.	2
h	Gerade durch P und Q: $\vec{x}=\begin{pmatrix}-\frac{25}{2}\\0\\0\end{pmatrix}+d\cdot\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix},\ d\in\mathbb{R}$ $\begin{pmatrix}-5-3k\\-8k+\frac{8}{3}k^2\\6k-2k^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{25}{2}\\0\\0\end{pmatrix}+d\cdot\begin{pmatrix}0\\-12\\9\end{pmatrix}$ liefert $k=\frac{5}{2}$. Damit: $\left(-\frac{25}{2}\mid-\frac{10}{3}\mid\frac{5}{2}\right)$	4
i	Die Höhe des Balls über dem Untergrund kann mithilfe der Funktion h mit $h(k)=6k-2k^2$ beschrieben werden. $h'(k)=6-4k=0\Leftrightarrow k=\frac{3}{2}$ $h\left(\frac{3}{2}\right)=4{,}5$, d. h. der Ball erreicht eine maximale Höhe von 45 cm über dem Untergrund.	3

K3 K5
AB II

K2 K3 K5
AB III

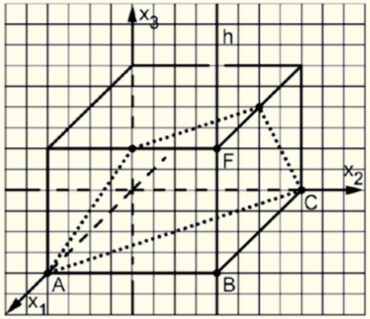
K2 K3 K5 K6
AB III

MAThematik

2018 WTR 1 f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Die Punkte $A(4|0|0)$, $B(4|4|0)$, $C(0|4|0)$ und $F(4|4|3)$ sind Eckpunkte des abgebildeten Quaders. Die Gerade h verläuft durch B und F.



Gemeinsame Punkte in Abhängigkeit des Parameters

Die Punkte der Gerade h lassen sich durch $P_t(4|4|t)$ mit $t \in \mathbb{R}$ darstellen. Für jeden Wert von t liegen A, C und P_t in der Ebene $E_t: t \cdot x_1 + t \cdot x_2 - 4 \cdot x_3 - 4t = 0$.

f Es gibt Werte von t, für die die Schnittfigur des Quaders und der Ebene E_t die Form eines Dreiecks hat. Geben Sie alle diese Werte von t an und beschreiben Sie in Abhängigkeit von t die Lage der Eckpunkte des Dreiecks.

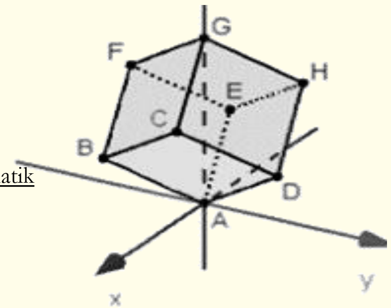
f	$t \in [-3;3] \setminus \{0\}$ Zwei der Eckpunkte sind stets die Punkte A und C. Für $0 < t \le 3$ liegt der dritte Eckpunkt auf der Seitenkante $\overline{BF}$ des Quaders, für $-3 \le t < 0$ auf der gegenüberliegenden Seitenkante.	4

K2 K4 K6
AB III

ZSL

2020 CAS 2 h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Schnittfiguren in Abhängigkeit des Parameters

h Gegeben ist die Schar der Ebenen $z = k$ mit $k \in \mathbb{R}$. Geben Sie in Abhängigkeit von k die unterschiedlichen Arten der Figuren an, in denen die Ebenen für $0 < k < 9$ den Würfel schneiden.

h	Für $0 < k \leq 3$ und $6 \leq k < 9$ ist die jeweilige Schnittfigur ein Dreieck, für $3 < k < 6$ ein Sechseck.	3

K1 K2 K4
AB III

2018 WTR 1 f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Fragestellung zu gegebener Gleichung

g Die folgende Aussage stellt die Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit den bisher betrachteten geometrischen Objekten dar:

$$\left|\frac{t\cdot 4+t\cdot 4-4\cdot 0-4t}{\sqrt{t^2+t^2+16}}\right|=2 \Leftrightarrow t=-2\sqrt{2} \vee t=2\sqrt{2}$$

Formulieren Sie eine dazu passende Aufgabenstellung.

g	Bestimmen Sie diejenigen Werte von t, für die B und E_t den Abstand 2 voneinander haben.	3

K1 K4 K5
AB III

ZSL

MAThe matik

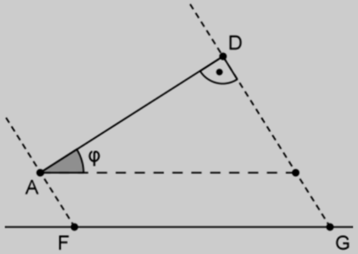
2017 WTR 2 e

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Term begründen

e Zum betrachteten Zeitpunkt fällt das Sonnenlicht, das im Modell durch parallele Geraden dargestellt wird, senkrecht auf die Fläche der Solarmodule. Diese Fläche erzeugt auf dem horizontalen Untergrund einen rechteckigen Schatten. Begründen Sie unter Verwendung einer geeignet beschrifteten Skizze, dass der Flächeninhalt des Schattens mithilfe des Terms $\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\cos\varphi} \cdot (0{,}8\,\text{m})^2$ berechnet werden kann.

e Da die Gerade AB parallel zur x_1x_2-Ebene verläuft, ist $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ die Breite des Rechtecks, das den Schatten im Modell darstellt. Da $\cos\varphi = \frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\overrightarrow{FG}\right|}$ gilt, ist $\frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\cos\varphi}$ die Länge dieses Rechtecks. Durch den Faktor $(0{,}8\,\text{m})^2$ wird der Maßstab berücksichtigt. 5



K2 K3 K4
AB III

ZSL

2017 WTR 3 e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Lösungsansatz erläutern & fortführen

Zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen 14.00 Uhr und 14.14 Uhr ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten. Die bis dahin seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit soll in Minuten bestimmt werden. Dafür werden zwei verschiedene Lösungsansätze I und II betrachtet:

I $\quad d(s) = \left|\begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix}\right| = \sqrt{81s^2 - 286s + 325}$

$d'(s) = 0$

II $\quad \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix} = 0$

e Erläutern Sie jeden der beiden Lösungsansätze.

f Setzen Sie einen der beiden Ansätze bis zur Lösung fort und bestimmen Sie die geringste Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation.

2017 WTR 3 e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Lösungsansatz erläutern & fortführen

Zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen 14.00 Uhr und 14.14 Uhr ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten. Die bis dahin seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit soll in Minuten bestimmt werden. Dafür werden zwei verschiedene Lösungsansätze I und II betrachtet:

I $\quad d(s)=\left|\begin{pmatrix}18-8s\\-4s\\-1-s\end{pmatrix}\right|=\sqrt{81s^2-286s+325}$

$\quad d'(s)=0$

II $\quad \begin{pmatrix}8\\4\\1\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}18-8s\\-4s\\-1-s\end{pmatrix}=0$

e Erläutern Sie jeden der beiden Lösungsansätze.

f Setzen Sie einen der beiden Ansätze bis zur Lösung fort und bestimmen Sie die geringste Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation.

Unklar für SuS:
Wie tief muss erläutert werden?

Piktogramm: MS Powerpoint 2019

MATHEmatik

2017 WTR 3 e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen 14.00 Uhr und 14.14 Uhr ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten. Die bis dahin seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit soll in Minuten bestimmt werden. Dafür werden zwei verschiedene Lösungsansätze I und II betrachtet:

I $d(s) = \left|\begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix}\right| = \sqrt{81s^2 - 286s + 325}$

$d'(s) = 0$

II $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix} = 0$

e Erläutern Sie jeden der beiden Lösungsansätze.

f Setzen Sie einen der beiden Ansätze bis zur Lösung fort und bestimmen Sie die geringste Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation.

Lösungsansatz erläutern & fortführen

e	I: Die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation kann in Abhängigkeit von der Zeit im Modell durch eine Funktion d beschrieben werden. Dabei liefert $d(s)$ die Entfernung $2s$ Minuten nach Beobachtungsbeginn. Die geringste Entfernung lässt sich mithilfe der Differentialrechnung bestimmen. II: Ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten, so stehen der Richtungsvektor der Geraden, entlang derer sich das Flugzeug im Modell bewegt, und der Verbindungsvektor zwischen den beiden Punkten, die das Flugzeug und die Radarstation im Modell darstellen, zueinander senkrecht. Das Skalarprodukt der beiden Vektoren ist dann null.	4
f	$d'(s) = 0 \Leftrightarrow 162s - 286 = 0 \Leftrightarrow s = \frac{143}{81}$, d. h. etwa 3,5 Minuten nach Beobachtungsbeginn ist die Entfernung am geringsten. $d\left(\frac{143}{81}\right) \approx 8{,}5$; d. h. die geringste Entfernung beträgt etwa 8,5 km.	4

K1 K3 K6
AB III

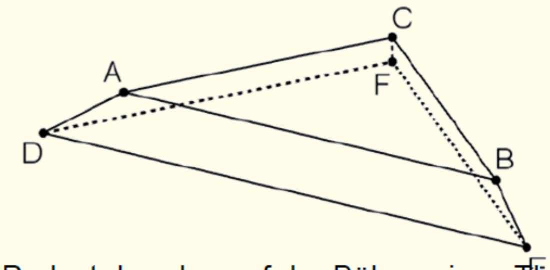
K3 K5
AB III

ZSL

MAThe matik

2020 WTR 2 2b

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Trigonometrie

II 1 Beispielsatz

2 Der Körper ABCDEF stellt modellhaft ein Podest dar, das auf der Bühne eines Theaters steht, das Viereck ADEB die Vorderseite des Podests und der Punkt D deren untere linke Ecke. Die x_1x_2-Ebene beschreibt den horizontalen Boden der Bühne. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Wirklichkeit.

b Die Position eines Scheinwerfers kann im Modell durch den Punkt $(5\,|\,-3\,|\,z)$ dargestellt werden. Vom Scheinwerfer ausgehendes Licht trifft an der unteren linken Ecke der Vorderseite des Podests unter einem Winkel der Größe 47° auf den Boden auf. Ermitteln Sie die Höhe des Scheinwerfers über dem Boden der Bühne.

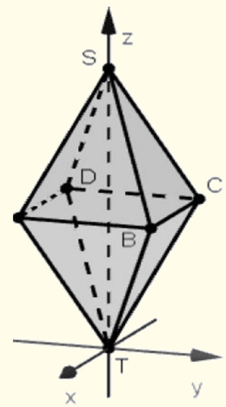
b	$\tan 47^\circ = \frac{z}{\left\lvert \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rvert} = \frac{z}{\sqrt{125}} \Leftrightarrow z = \tan 47^\circ \cdot \sqrt{125}$, d. h. die Höhe beträgt etwa 12 m.	4

K2 K3 K5
AB II

ZSL

2021 WTR 1h

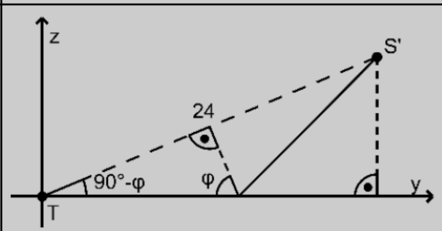
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Trigonometrie

II 2 Beispielsatz

h Die Doppelpyramide wird so um die x-Achse gedreht, dass die bisher mit BCT bezeichnete Seitenfläche in der xy-Ebene liegt und der bisher mit S bezeichnete Punkt eine positive y-Koordinate hat. Bestimmen Sie diese y-Koordinate und veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen durch eine Skizze.

h	 $y_{S'} = 24 \cdot \cos(90° - \varphi) \approx 22{,}2$	4

K1 K2 K4 K5 K6
AB III

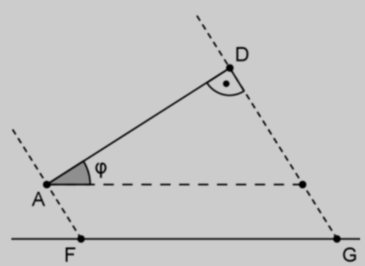
ZSL

2017 WTR 2 e

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Trigonometrie

e Zum betrachteten Zeitpunkt fällt das Sonnenlicht, das im Modell durch parallele Geraden dargestellt wird, senkrecht auf die Fläche der Solarmodule. Diese Fläche erzeugt auf dem horizontalen Untergrund einen rechteckigen Schatten. Begründen Sie unter Verwendung einer geeignet beschrifteten Skizze, dass der Flächeninhalt des Schattens mithilfe des Terms $\left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\cos\varphi} \cdot (0{,}8\,\text{m})^2$ berechnet werden kann.

e	Da die Gerade AB parallel zur x_1x_2-Ebene verläuft, ist $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ die Breite des Rechtecks, das den Schatten im Modell darstellt. Da $\cos\varphi = \frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\left|\overrightarrow{FG}\right|}$ gilt, ist $\frac{\left|\overrightarrow{AD}\right|}{\cos\varphi}$ die Länge dieses Rechtecks. Durch den Faktor $(0{,}8\,\text{m})^2$ wird der Maßstab berücksichtigt.		5

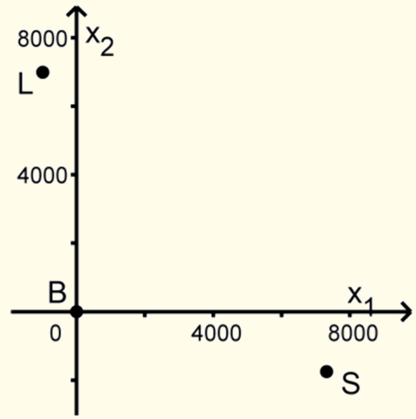
K2 K3 K4
AB III

ZSL

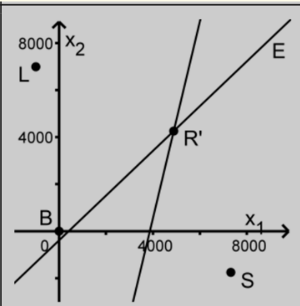
2019 CAS 1 h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

h Stellen Sie die Ebene E in der Abbildung dar. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem unter Verwendung der Abbildung die Koordinaten von R ermittelt werden könnten. Veranschaulichen Sie das Verfahren in der Abbildung.



Mittel-senkrechte!

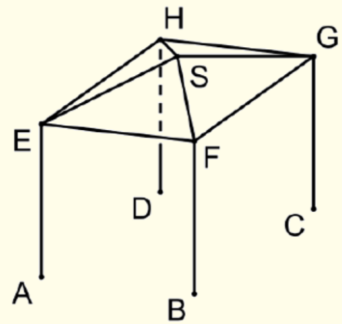
h		Der Punkt, der sich ergibt, wenn man R parallel zur x_3-Achse in die x_1x_2-Ebene verschiebt, wird mit R′ bezeichnet. Da R den gleichen Abstand von S und B hat, liegt R′ auf der Mittelsenkrechte von S und B. Der Schnittpunkt dieser Mittelsenkrechte und der Gerade, die E darstellt, liefert die x_1- und x_2-Koordinate von R, die x_3-Koordinate ist 50.	4

K1 K4 K6
AB III

ZSL

2017 WTR 1 g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Räumliche Vorstellung

g Es soll eine vertikale Kletterstange aufgestellt werden, deren Fußpunkt im Modell durch einen Punkt P der x_1x_2-Ebene beschrieben wird. Die Kletterstange soll von dem Pfosten, der durch $\overline{AE}$ dargestellt wird, doppelt so weit entfernt sein wie von dem Pfosten, der durch $\overline{BF}$ dargestellt wird. Bestimmen Sie für zwei mögliche Positionen der Kletterstange jeweils die Koordinaten von P.

g	Mit $A'(2\,|\,-3\,|\,0)$ und $B'(3\,|\,2\,|\,0)$ liefert ♦ $\overrightarrow{OP_1} = \overrightarrow{OA'} + \frac{2}{3}\overrightarrow{A'B'}$: $P_1\left(\frac{8}{3}\,\middle|\,\frac{1}{3}\,\middle|\,0\right)$, ♦ $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OA'} + 2\cdot\overrightarrow{A'B'}$: $P_2(4\,|\,7\,|\,0)$.	3

K2 K5 K6
AB III

MATHEmatik

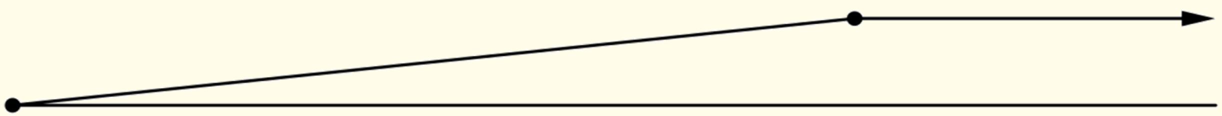
2017 WTR 3 b

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

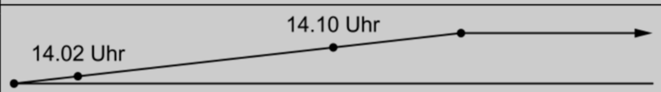
Lösung durch Einzeichnen

Zu Beginn der Beobachtung um 14.00 Uhr wird die Position des Flugzeugs durch den Punkt $A(0|0|0)$ beschrieben. Anschließend bewegt es sich im Modell entlang einer Geraden durch den Punkt $B(8|4|1)$, der die Position um 14.02 Uhr darstellt. Ab 14.14 Uhr fliegt das Flugzeug in gleicher Himmelsrichtung horizontal weiter; im Modell bleibt es dabei in der Ebene, die die Punkte A und B enthält und zur x_1x_2-Ebene senkrecht steht. Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass das Flugzeug von 14.00 Uhr bis 14.14 Uhr mit konstanter Geschwindigkeit fliegt.

b Die Abbildung zeigt schematisch die Flugbahn des Flugzeugs sowie die Horizontale. Zeichnen Sie die Positionen des Flugzeugs zu den Zeitpunkten 14.02 Uhr und 14.10 Uhr ein.



b



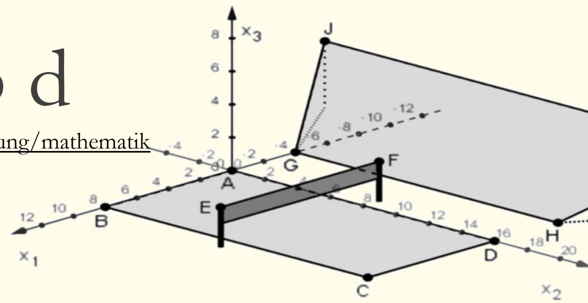
2

K1 K3 K4
AB I

ZSL

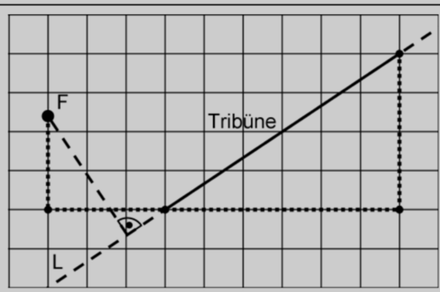
2018 WTR 3 d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Lösung durch Zeichnen

d Begründen Sie anhand einer geeigneten Zeichnung, dass kein Punkt des Vierecks, das die Tribüne darstellt, vom Punkt F den gleichen Abstand wie die Ebene L hat.

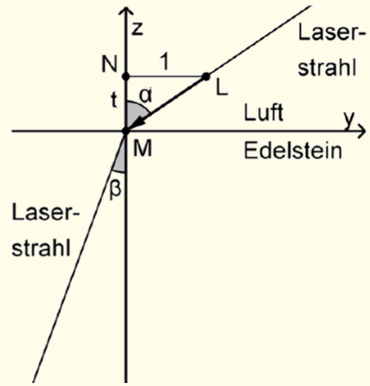
d		Der Fußpunkt des Lots von F auf L liegt außerhalb des Vierecks, das die Tribüne darstellt. Damit sind die Abstände aller Punkte dieses Vierecks vom Punkt F größer als der Abstand der Ebene L vom Punkt F.	4

K1 K4 K6
AB III

ZSL

2019 WTR 2 2c

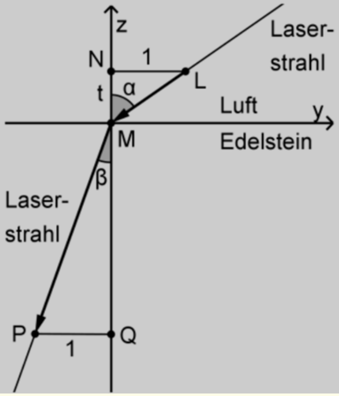
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Lösung mit Einzeichnen

c Ermitteln Sie einen Vektor, der die Richtung des Laserstrahls im Edelstein in Abhängigkeit von t beschreibt. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung 3.

c



Der gesuchte Vektor hat die Form $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -\overline{MQ} \end{pmatrix}$.

Es gilt: $\sin\beta = \frac{1}{2}\sin\alpha = \dfrac{1}{2\cdot\sqrt{1+t^2}}$

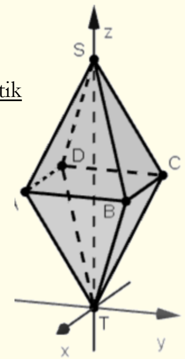
Damit: $\overline{MQ} = \sqrt{\left(2\cdot\sqrt{1+t^2}\right)^2 - 1}$

4

K2 K4 K5
AB III

2019 WTR 2 2c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

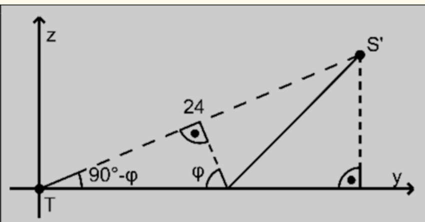


Lösung mit Skizze

II 2 Beispielsatz

h Die Doppelpyramide wird so um die x-Achse gedreht, dass die bisher mit BCT bezeichnete Seitenfläche in der xy-Ebene liegt und der bisher mit S bezeichnete Punkt eine positive y-Koordinate hat. Bestimmen Sie diese y-Koordinate und veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen durch eine Skizze.

h



$y_{S'} = 24 \cdot \cos(90° - \varphi) \approx 22{,}2$

4

K1 K2 K4 K5 K6
AB III

ZSL

2020 WTR 1 d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Drachen-viereck

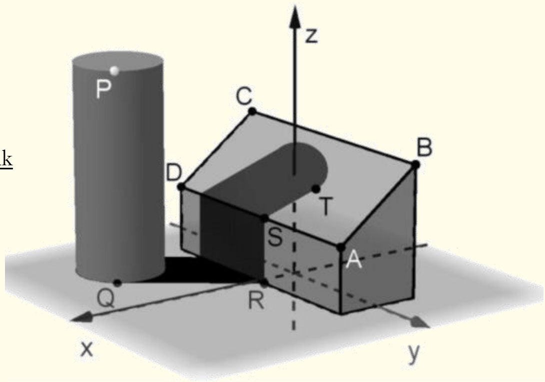
d Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Koordinaten des Punkts S ermitteln könnte, für den das Viereck OPSR ein ebenes Drachenviereck ist.

d	Man bestimmt die Koordinaten des Schnittpunkts F der Gerade durch P und R mit der Ebene, die senkrecht zu dieser Gerade steht und den Punkt O enthält. Damit liefert $\overrightarrow{OS} = 2 \cdot \overrightarrow{OF}$ die Koordinaten von S.	3

K2 K4 K5 K6
AB II

2019 WTR 3 g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Unklare Voraussetzung

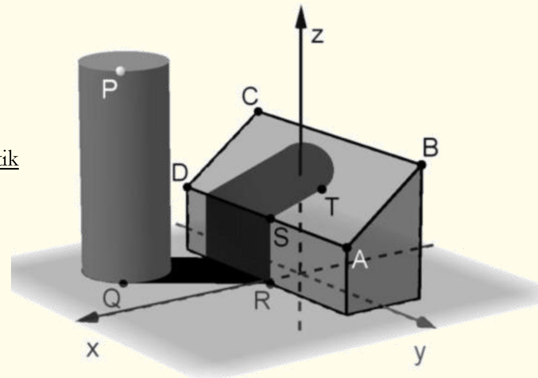
g Eine zweite Begrenzungsfläche des betrachteten Raumbereichs liegt im Modell in einer Ebene $H: 3x + 4y = d$ mit $d \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie den Wert von d.

Aus Zeichnung muss die Parallelität zweier Ebenen gefolgert werden!!

Piktogramm: MS Powerpoint 2019

2019 WTR 3 g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Unklare Voraussetzung

g Eine zweite Begrenzungsfläche des betrachteten Raumbereichs liegt im Modell in einer Ebene $H: 3x + 4y = d$ mit $d \in \mathrm{IR}$. Berechnen Sie den Wert von d.

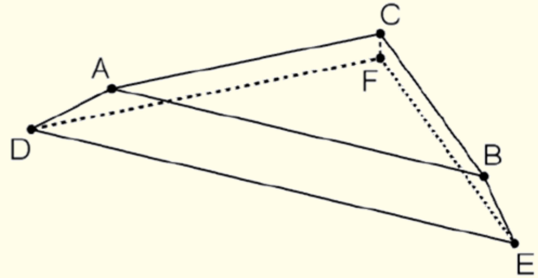
Piktogramm: MS Powerpoint 2019

g	Es handelt sich um die Begrenzungsfläche, die im Modell parallel zu F ist. Wegen $\left\lvert\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}\right\rvert = 5$ und $\begin{pmatrix}7{,}2\\-3{,}4\\9{,}6\end{pmatrix} - 4\cdot\frac{1}{5}\cdot\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4{,}8\\-6{,}6\\9{,}6\end{pmatrix}$ liegt der Punkt $(4{,}8 \mid -6{,}6 \mid 9{,}6)$ in H. Damit: $d = 3\cdot 4{,}8 - 4\cdot 6{,}6 = -12$	4

K2 K3 K5
AB III

2020 WTR 2 1d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Ohne Rechnung!

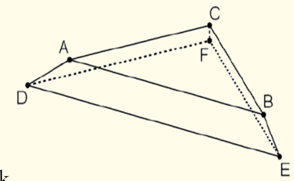
II 1 Beispielsatz

d Begründen Sie ohne zu rechnen, dass die Vierecke ACFD und BEFC den gleichen Flächeninhalt haben.

d	Grund- und Deckfläche des Körpers sind parallel zur x_1x_2-Ebene, die beiden Vierecke stehen senkrecht dazu, sind also Trapeze mit gleicher Höhe. Da zudem die Punkte A, B, D und E in einer Ebene liegen, gilt wegen $\overline{DF} = \overline{EF}$ auch $\overline{AC} = \overline{BC}$.	3

K1 K4 K6
AB III

2020 WTR 2 2c



https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Ohne Rechnung!

II.1 Beispielsatz

c Die Position eines zweiten Scheinwerfers lässt sich im Modell durch den Pu

$P(2|4|8)$ beschreiben. Die Gerade mit der Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix}0\\10\\1\end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ un

$\mu \in IR$ schneidet die Ebene mit der Gleichung $\left(\vec{x} - \begin{pmatrix}2\\4\\8\end{pmatrix}\right) \circ \begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix} = 0$ im Punkt

$Q(-2|8|1)$. Es gilt $\left|\overline{PQ}\right| = 9$.

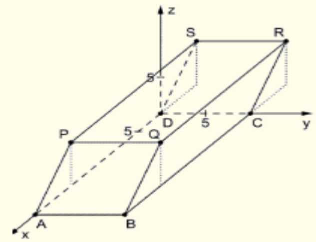
Treffen Sie auf der Grundlage dieser Informationen eine Aussage über den Abstand des zweiten Scheinwerfers von der Vorderkante der Deckfläche des Podests. Begründen Sie Ihre Aussage ohne zu rechnen.

c	Der Abstand ist größer als 9 m. Begründung: Q ist der Fußpunkt des Lots von P auf die Gerade durch A und B. Da $Q \notin \overline{AB}$, ist der Abstand von P zu $\overline{AB}$ größer als $\left|\overline{PQ}\right|$.	4

K1 K2 K3 K4 K6
AB III

2015 WTR 1 d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



c Die Seitenfläche ABQP liegt in einer Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $E: 3x + 4z - 84 = 0$)

d Die Seitenfläche CDSR liegt in einer Ebene F. Begründen Sie ohne zu rechnen, dass F durch die Gleichung $3x + 4z = 0$ beschrieben werden kann.

Ohne Rechnung!

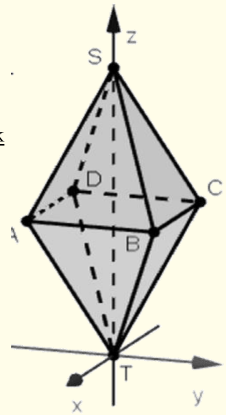
d Die Ebene F ist parallel zur Ebene E. Eine Gleichung von F hat deshalb auch die Form $3x + 4z + r = 0$ mit $r \in \mathbb{R}$. Da F den Koordinatenursprung enthält, ist $r = 0$.

K1 K2
AB II

MATHE matik

2021 WTR 1 1a

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Ohne Koordinaten, aber mit Symmetrie

II 2 Beispielsatz

g Die Seitenfläche ADT liegt in der Ebene F. Geben Sie einen Normalenvektor von F an und begründen Sie Ihre Angabe, ohne die Koordinaten von A und D zu verwenden. Bestimmen Sie denjenigen Wert von k, für den E_k senkrecht zu F steht.

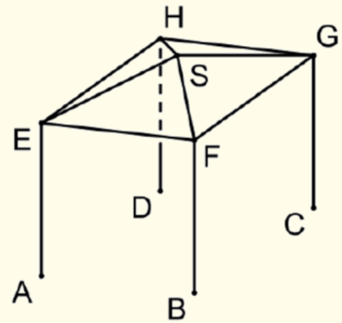
g	Da sich F durch Spiegelung an der xz-Ebene aus E ergibt, ist $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ -5 \end{pmatrix}$ ein Normalenvektor von F.	4
	$\begin{pmatrix} 0 \\ k \\ -5 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ -5 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow k = \frac{25}{12}$	

K1 K2 K4 K5 K6
AB II

ZSL

2017 WTR 1 d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Räumliche Vorstellung

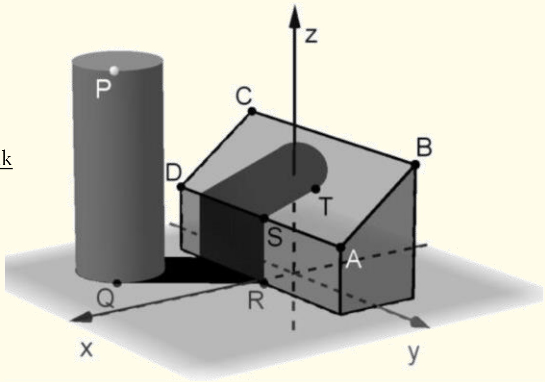
f Zur Stabilisierung des Turms wurden zusätzliche Balken mit einer Länge von 2,10 m verwendet. Ein solcher Balken ist mit einem Ende in einer Höhe von 3,50 m über dem Untergrund an einem der vertikal stehenden Pfosten befestigt, mit dem anderen Ende an einem der beiden darauf liegenden horizontalen Balken. Der obere Befestigungspunkt teilt den horizontalen Balken in zwei Abschnitte. Bestimmen Sie das Verhältnis der Längen der beiden Abschnitte.

f	Wählt man für die beiden Punkte, die im Modell die beiden Enden des zusätzlichen Balkens darstellen, $I \in \overline{AE}$ und $J \in \overline{EF}$, so gilt: ♦ I hat die Koordinaten $(2\,|\,-3\,|\,3{,}5)$. ♦ J liegt auf der Geraden $g: \vec{x} = \overrightarrow{OE} + t \cdot \overrightarrow{EF}$ mit $t \in \mathbb{R}$, hat also die Koordinaten $(2+t\,|\,-3+5t\,|\,4)$. Für $0 \le t \le 1$ gilt: $\left\|\overrightarrow{IJ}\right\| = \sqrt{t^2 + (5t)^2 + 0{,}5^2} = 2{,}1 \Leftrightarrow t = 0{,}4$ Damit ergibt sich als Verhältnis $2:3$.	5

K2 K3 K5
AB III

2019 WTR 3 g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik



Parallelität aus Bild „ablesen“

g Eine zweite Begrenzungsfläche des betrachteten Raumbereichs liegt im Modell in einer Ebene $H: 3x + 4y = d$ mit $d \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie den Wert von d.

g	Es handelt sich um die Begrenzungsfläche, die im Modell parallel zu F ist. Wegen $\left\lvert \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rvert = 5$ und $\begin{pmatrix} 7,2 \\ -3,4 \\ 9,6 \end{pmatrix} - 4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4,8 \\ -6,6 \\ 9,6 \end{pmatrix}$ liegt der Punkt $(4,8 \mid -6,6 \mid 9,6)$ in H. Damit: $d = 3 \cdot 4,8 - 4 \cdot 6,6 = -12$	4

K2 K3 K5
AB III

Mathematik

2017 WTR 3 e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Mathematisierung begründen

Zu einem bestimmten Zeitpunkt zwischen 14.00 Uhr und 14.14 Uhr ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten. Die bis dahin seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit soll in Minuten bestimmt werden. Dafür werden zwei verschiedene Lösungsansätze I und II betrachtet:

I $\quad d(s) = \left|\begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix}\right| = \sqrt{81s^2 - 286s + 325}$

$\quad d'(s) = 0$

II $\quad \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 18-8s \\ -4s \\ -1-s \end{pmatrix} = 0$

e Erläutern Sie jeden der beiden Lösungsansätze.

e	I: Die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation kann in Abhängigkeit von der Zeit im Modell durch eine Funktion d beschrieben werden. Dabei liefert $d(s)$ die Entfernung $2s$ Minuten nach Beobachtungsbeginn. Die geringste Entfernung lässt sich mithilfe der Differentialrechnung bestimmen. II: Ist die Entfernung des Flugzeugs von der Radarstation am geringsten, so stehen der Richtungsvektor der Geraden, entlang derer sich das Flugzeug im Modell bewegt, und der Verbindungsvektor zwischen den beiden Punkten, die das Flugzeug und die Radarstation im Modell darstellen, zueinander senkrecht. Das Skalarprodukt der beiden Vektoren ist dann null.	4

K1 K3 K6
AB III

ZSL