**Vertiefungskurs Mathematik**

**Aufgaben zum Beweis durch vollständige Induktion**

**AUFGABE 1** Für alle $n\in IN$ gilt: $1+2+3+…+n=\frac{1}{2}n∙\left(n+1\right)$

**AUFGABE 2** Für alle $n\in IN$ gilt: $ 1^{2}+2^{2}+3^{2}+…+n^{2}=\frac{1}{6}n∙\left(n+1\right)∙\left(2n+1\right)$

**AUFGABE 3** Für alle $n\in IN$ gilt: $1^{3}+2^{3}+3^{3}+…+n^{3}=\frac{1}{4}n^{2}∙\left(n+1\right)^{2}$

**AUFGABE 4** Für alle $ n\in IN$ gilt: $2+4+6+…+2n=n∙\left(n+1\right)$

**AUFGABE 5** Für alle $n\in IN$ gilt: 5 ist ein Teiler von $6^{n}-1$

**AUFGABE 6** Für alle $n\in IN$ gilt: 6 ist ein Teiler von $n^{3}-n$

**AUFGABE 7** Für alle $n\in IN$ gilt: Die Summe der dritten Potenzen von drei aufein-anderfolgenden natürlichen Zahlen ist durch 9 teilbar.

**AUFGABE 8** Für alle $n\in IN$ gilt: $2^{n}>n$

**AUFGABE 9** Für alle $n\in IN$ gilt: $3^{n}>n^{2}$

**AUFGABE 10** Für alle $n\in IN$ mit $n\geq 3$ gilt: $n^{2}>2n+1$

**AUFGABE 11** Für alle $n\in IN$ mit $n\geq 5$ gilt: $2^{n}>n^{2}$

**AUFGABE 12** Für die n-te Ableitung ($n\in IN$ ,$n\geq 1$) der Funktion f mit $f\left(x\right)=x∙e^{x}$

gilt: $f^{(n)}\left(x\right)=\left(x+n\right)∙e^{x}$

**AUFGABE 13** Für die n-te Ableitung ($n\in IN$,$ n\geq 1$) der Funktion f mit

$f\left(x\right)=x∙e^{-x}$ gilt:$ f^{(n)}\left(x\right)=\left(-1\right)^{n-1}\left(n-x\right)∙e^{-x}$

**AUFGABE 14** Für die n-te Ableitung ($n\in IN$,$ n\geq 1$) der Funktion f mit

 $f\left(x\right)=x^{2}∙e^{x}$ gilt: $f^{(n)}\left(x\right)=\left[x^{2}+2n∙x+n∙\left(n-1\right)\right]∙e^{x}$

**AUFGABE 15** Die Anzahl aller Diagonalen, die man in ein konvexes n- Eck

 einzeichnen kann, beträgt $\frac{1}{2}n∙\left(n-3\right)$.

**AUFGABE 16** Man kann die Zeichenebene durch Einzeichnen von n Geraden in höchstens $\frac{1}{2}∙\left(n^{2}+n+2\right)$ Gebiete zerlegen.