**Grenzwert einer Folge – Lösungen**

**1.** a) g = 0: Sei ε > 0. Dann ist .

Es ist n0 = 500 001.

b) g = 1: Sei ε > 0. Dann ist

(denn n > 0). Es ist , also n0 = 317.

c) g = : Sei ε > 0. Dann ist .

Es ist n0 = 100 001.

d) g = –2: Sei ε > 0. Dann ist

. Es ist n0 = 50 001.

e) g = 3: Sei ε > 0. Dann ist

.

Es ist n0 = 400 000.

f) g = 1: Sei ε > 0. Dann ist .

Es ist n0 = 700 001.

g) g = 0: Sei ε > 0. Dann ist

.

Es ist n0 = 19.

h) g = 3: Sei ε > 0. Dann ist

. Es ist n0 = 12.

**2.** a) , somit wächst über jede Schranke hinaus.

b) , somit liegen unendlich viele Glieder beliebig

nahe bei 2 und unendlich viele Glieder beliebig nahe bei 0.

**3.** a) in Worten: Es gibt Abstände ε, für die es kein n0 mit der Eigenschaft gibt, dass

ab da alle an einen kleineren Abstand zu g als ε haben.

b) formal:

**4.** Sei ε > 0. Dann ist (für n > 3):

(falls Es gibt also kein , so dass für alle

gilt. Dies gilt nur für endlich viele n.

**5.** a) Gegenbeispiel: . Die Folge ist monoton zunehmend, aber nicht

konvergent.

b) Gegenbeispiel: . Die Folge ist konvergent mit Grenzwert 1, aber

nicht monton.

c) Gegenbeispiel: . Die Folge ist divergent und beschränkt.

**6.** von links nach rechts:

1) und 2) Es gibt keine Folge mit diesen Eig.

3) und 4) und

5) Es gibt keine Folge mit diesen Eig. 6) und

7) Es gibt keine Folge mit diesen Eig. 8) und

**7.** a) monoton zunehmend, da

.

beschränkt mit s = 0 und S = 3, da .

b) monoton abnehmend, da , da

der Nenner größer als der Zähler ist.

beschränkt mit und , da monoton abnehmend.