Mathematik Vertiefungskurs KS1 – Klausur 1

Name: ______________________________________ 10.1.2018

Punkte: /31 Note: mündliche Note:

Aufgabe 1 6 VP

a) Wende die DeMorganschen Regeln auf die folgenden Aussagen an:

I. $\neg(p \vee q) \quad \Leftrightarrow \quad$ ____________________

II. $(\neg p \vee q) \quad \Leftrightarrow \quad \neg(\qquad\qquad)$

b) Wende das Distributivgesetz auf die folgenden Aussagen an:

I. $p \wedge (q \vee r) \quad \Leftrightarrow \quad$ ______________________

II. $(\neg p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee r) \quad \Leftrightarrow \quad$ __________________

c) Die Verknüpfung $\otimes$ sei definiert durch: $p \otimes q \quad \Leftrightarrow \quad (p \vee q) \wedge \neg(p \wedge q)$

I. Erstelle eine Wahrheitstabelle für $p \otimes q$.

II. Gib einen sprachlichen Ausdruck an, der $p \otimes q$ wiedergibt.

Aufgabe 2 3 VP

Beweise mit Hilfe einer Wahrheitstabelle (mit mindestens zwei Zwischenschritten), dass folgende Aussage für beliebige Wahrheitswerte von p und q wahr ist:

$$[(p \Rightarrow \neg q) \wedge q] \Rightarrow \neg p$$

Aufgabe 3 4 VP

<u>Satz:</u>
Wenn bei einem Viereck ABCD die Seiten a und c parallel und gleich lang sind, dann ist es ein Parallelogramm.

Bilde zu dem oben stehenden Satz

a) die Kontraposition,
b) die Umkehrung.

c) Entscheide für a) und b) jeweils, ob die Aussage richtig oder falsch ist (ohne Beweis).

Aufgabe 4

4 VP

Widerlege die folgende Aussage:

Die Funktionen f *und* g *seien differenzierbar und es gelte* $g(x) \neq 0$ *für* $x \in D_g$ *. Dann gilt für die Funktion* h *mit* $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$*:* $\qquad h'(x) = \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$

(Hinweis: Bei der Angabe einer Funktion muss der Definitionsbereich mit angegeben werden.)

Aufgabe 5

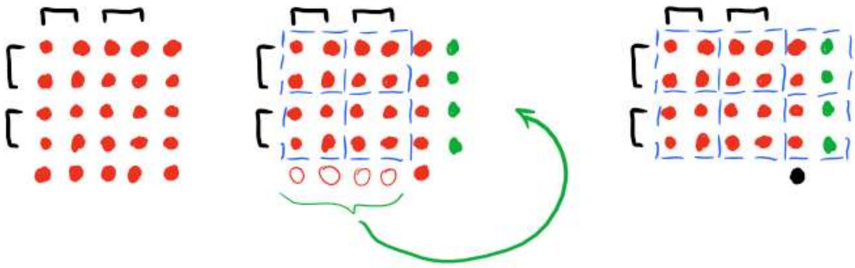
7 VP

Der folgende „Bildbeweis" (ikonografischer Beweis) findet sich in einem Mathematikbuch zu dem

Satz:

Die Quadrate ungerader natürlicher Zahlen sind immer um 1 größer als ein Vielfaches von 4.

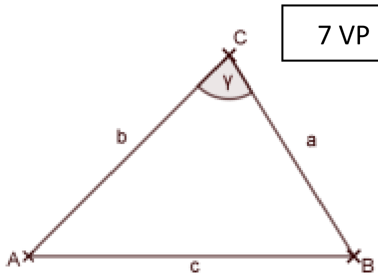
Beweis:



a) Beschreibe die dargestellte Beweisidee.
b) Führe einen algebraischen Beweis zu dem gegebenen Satz.

Aufgabe 6

7 VP



Kosinussatz:

In jedem beliebigen Dreieck ABC gilt: $\quad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$

a) Formuliere den Kosinussatz im Spezialfall $\gamma = 90^0$ und vereinfache die gegebene Formel entsprechend.
   Unter welchem Namen ist der Satz in diesem Spezialfall bekannt?
b) Beweise den Kosinussatz nach folgender Anleitung:
   (1) Stelle eine Gleichung nach a) für das rechtwinklige Dreieck ABH auf.
   (2) Stelle eine Gleichung nach a) für das rechtwinklige Dreieck CAH auf.
   (3) Quadriere die Gleichung $a - \mathrm{e} = d$ und löse sie nach e^2 auf.
   (4) Stelle eine Gleichung für $\cos\gamma$ im Dreieck CAH auf und löse sie nach e auf.

   Setze die in Schritt (2) bis (4) entstandenen Gleichungen in die Gleichung aus (1) ein.