Aufgabe 1: (4 Punkte)
Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = 1 - 5i$ und $z_2 = -3 + i$.
Berechne und gib das Ergebnis in der Form $a + bi$ an.

a) $z_1 - z_2$ b) $i \cdot z_1$ c) $\frac{z_2}{z_1}$ d) $|z_2|$

Aufgabe 2: (4 Punkte)
Es sind $u = 2 \cdot e^{i \cdot \frac{3}{4}\pi}$ und $v = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.

a) Berechne $\frac{1}{u}$.
b) Bestimme die Polardarstellung von v und berechne damit $\frac{u^3}{v^2}$.

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos(\alpha)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Aufgabe 3: (3 Punkte)
In der Gauß'schen Zahlenebene auf der nächsten Seite sind zwei Zahlen z_1 und z_2 eingezeichnet. Zeichne näherungsweise die folgenden Zahlen ein.

a) $z_1 + z_2$ b) $z_1 \cdot z_2$ c) $\overline{z_2}$

Aufgabe 4: (10 Punkte)
Bestimme alle Lösungen der Gleichung (in $\mathbb{C}$).

a) $z^2 - 6z + 13 = 0$ b) $z^4 + 4z^2 = 5$ c) $z^5 = 2i$

Aufgabe 5: (1 Punkt)
Gib eine quadratische Gleichung mit reellen Koeffizienten an, die $3 - i$ als ein Lösung hat.

Aufgabe 6: (6 Punkte)
a) Gib die dritten Einheitswurzeln in Polarform an und veranschauliche sie in der Gauß'schen Zahlenebene.
b) Begründe, dass für die dritte Einheitswurzel ζ_3^1 gilt: $\zeta_3^1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.
c) Zeige damit, dass $\zeta_3^2 = \overline{\zeta_3^1}$ ist.
d) Zeige, dass die Summe der dritten Einheitswurzeln 0 ergibt.

Aufgabe 7: (2 Punkte)
Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen die folgende Gleichung gilt:

$$\mathrm{Im}(z \cdot \mathrm{Re}(z)) = \mathrm{Re}(z \cdot \mathrm{Im}(z)) .$$

Viel Erfolg!

Zu Aufgabe 3: (1 Längeneinheit = 1cm)