Name: ___________________________ 12.12.2016

Vertiefungskurs Mathematik KS 2 – Klausur 1

1. Berechne (eventuell durch Umwandlung in die Eulersche Darstellung) und zeichne in einer Gaußschen Zahlenebene ein: (4 VP)

   $z_1 = (-i)^2 \quad ; \; z_2 = \left(2 \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}\right)^3 \; ; \; z_3 = (1+i)^8$

2. Komplexe Zahlen kann man in kartesischer und Eulerscher Schreibweise sowie in Polardarstellung schreiben. Stelle die gegebenen Zahlen jeweils in den beiden fehlenden Schreibweisen dar: $z_1 = 2 - 2i \quad ; \quad z_2 = 4 \cdot e^{\frac{\pi}{6} \cdot i}$ (4 VP)

3. Berechne für $z_1 = 3 - 5i$ und $z_2 = -1 + 2i$ die folgenden Terme. Stelle die Ergebnisse in der Form $x + iy$ dar. (6 VP)

   a) $\overline{z_1}$ b) $z_1 + z_2$ c) $z_1 - z_2$ d) $z_1 \cdot z_2$ e) $\frac{1}{z_1}$ f) $\frac{z_1}{z_2}$

4. Beweise für jede beliebige Zahl $z \in \mathbb{C}$ ($z = a + bi$), dass folgender Zusammenhang gilt: (3 VP)
   Quadriert man die zu z konjugiert-komplexe Zahl, so erhält man dasselbe Ergebnis, als wenn man die konjugiert-komplexe Zahl zu z^2 bildet.

5. a) Skizziere (ohne Berechnungen!) die sechsten Einheitswurzeln: $z^6 = 1$ (7 VP)

   b) Berechne und skizziere die Lösungen der Gleichung $z^3 = 27i$

6. Berechne die Integrale: (7 VP)

   a) $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{-6x}{2 - 3x^2} \, dx$

   b) $\int_2^4 \frac{4x + 4}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \, dx$ mit der Substitution $z = x^2 + 2x + 1$

7. Löse die Ungleichung: (6 VP)

   $\sqrt{4x - 12} \geq 1 + \sqrt{2x - 5}$