-1- (AP) Vertiefungskurs Mathematik Klausur Nr 1 08.01.20

3 A1 1 a) f da 8765 keine Primzahl ist (endet auf 5)

1 b) w da $\sqrt{2\cdot 81+7} = \sqrt{169} = 13 \mid 26$

1 c) w da $x^2+2 \geqq 2 \Rightarrow -\frac{3}{x^2+2} \geqq -1{,}5$

3 A2 1 a) $f w \wedge \neg(f \vee f) = w \wedge w = w$

2 b) $(f \rightarrow w) \wedge [(f \wedge w) \vee (w \rightarrow f)]$

$= w \wedge [f \vee f] = w \wedge f = f$

4 A3 2 a) f ; 20 hat die Teiler: $\pm 1; \pm 2; \pm 4; \pm 5; \pm 10; \pm 20$

unerfüllbar

$$\left.\begin{array}{l} 20 = 1\cdot 20 \\ 20 = 2\cdot 10 \\ 20 = 4\cdot 5 \end{array}\right\}$$ die Faktoren müsste sich um 3 unterscheiden

Alternativ: $x^2 - 3x - 20 = 0$ $D = 9 + 4\cdot 20 = 89$

$x_{1;2} = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{2} \notin \mathbb{Z}$

1 b) $L = \{1; 2; 4; 8; 16; 32\}$

1 c) allgemeingültig

x	$\sqrt{1-6x}$
-4	$\sqrt{25} = 5$
-6	$\sqrt{37} > 6$
-8	$\sqrt{49} = 7$

4 A4 siehe Kopie

3 A5 Gegenbeispiele: $n = 17 \Rightarrow 17^2 = 289$

$n^2 - n + 17$ $n = 18 \Rightarrow 18\cdot 17 + 17 = 19\cdot 17$

$= n\cdot(n-1) + 17$ $n = 34 \Rightarrow 34\cdot 33 + 17 = 17\cdot 66 + 17 = 17\cdot 67$

5,5 A6 3 a) Kehrsatz:

Wenn die Summe zweier natürlicher Zahlen a und b durch 6 teilbar ist, dann sind auch a und b durch 6 teilbar.

Der Kehrsatz ist falsch. Gegenbeispiel $a = 5$ $b = 7$

$5 + 7 = 12$; $6 \mid 12$ aber $6 \nmid 5$

17 VP

6a) Kontraposition:

Wenn die Summe zweier natürlicher Zahlen a und b nicht durch 6 teilbar ist, dann ist a oder b nicht durch 6 teilbar.

2,5 b) Kehrsatz:

Wenn die Summe der Innenwinkel einer Figur 540^0 beträgt, dann ist die Figur ein Fünfeck.

Der Kehrsatz ist wahr.

Kontraposition:

Wenn die Summe der Innenwinkel einer Figur nicht 540^0 beträgt, dann ist die Figur kein Fünfeck.

3,5 A7 Satz A (Kontraposition)

Wenn $n \in \mathbb{N}$ ungerade ist, dann ist n^2+6n+2 auch ungerade.

Voraussetzung: $n = 2k-1$; $k \in \mathbb{N}$

Behauptung: $n^2+6n+2 = 2l-1$; $l \in \mathbb{N}$

Beweis: $$n^2+6n+2 = (2k-1)^2+6\cdot(2k-1)+2$$
$$= 4k^2-4k+1+12k-6+2$$
$$= 4k^2+8k-3 = 4k^2+8k-2-1$$
$$= 2\cdot\underbrace{(2k^2+4k-1)}_{l\in\mathbb{N}}-1$$

q.e.d

Satz B

Voraussetzung: $\sqrt{7}^2 = 7$

Behauptung: ~~Ann~~: $\sqrt{7} = \frac{a}{b}$ mit $a; b \in \mathbb{N}$ und $\frac{a}{b}$ vollst. gekürzt.

Beweis: $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = 7$

$$\frac{a^2}{b^2} = 7 \Rightarrow a^2 = 7b^2 \Rightarrow 7 \mid a^2 \Rightarrow 7 \mid a$$

D.h. $a = 7\cdot a^* \Rightarrow a^2 = (7a^*)^2 = 7b^2$

$$49a^{*2} = 7b^2 \quad |:7$$
$$7a^{*2} = b^2$$

9VP

$\Rightarrow 7 \mid b^2 \Rightarrow 7 \mid b \Rightarrow b = 7 \cdot b^*$

$\frac{a}{b} = \frac{7a^*}{7b^*} = \frac{a^*}{b^*}$ ↯ Widerspruch zur Tatsache, dass $\frac{a}{b}$ vollst. gekürzt ist.

$\Rightarrow$ Die Ann. war falsch $\Rightarrow \sqrt{7} \neq \frac{a}{b}$. q.e.d.

4 A8 $\neg a$: Agnes wohnt in Xanten oder in Wertheim

$\neg b$: Bernd wohnt in Ulm oder Claudia in Zwiesel

$\neg c$: Eduard wohnt nicht in Wertheim.

Aus $\neg c$ und e folgt: Bernd wohnt in Xanten

Mit $\neg b$ folgt sofort, dass Claudia in Zwiesel wohnt.

Mit d folgt, dass dann Daniela in Vechta wohnt.

Mit $\neg a$ folgt, dass Agnes in Wertheim wohnt.

Somit bleibt für Eduard noch Ulm übrig.

Übersicht:

Name	Agnes	Bernd	Claudia	Daniela	Eduard
Wohnort	Wertheim	Xanten	Zwiesel	Vechta	Wertheim

5 A9 Fall 1: Voraussetzung: $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD}$

Behauptung: $\alpha + \gamma = 180°$; $\beta + \delta = 180°$

Beweis: Dreieck MDA ist gleichschenklig $\Rightarrow \alpha_1 = \delta_2$ Basiswinkelsatz

Dreieck MAB ist gleichschenklig $\Rightarrow \alpha_2 = \beta_1$

Dreieck MBC ist gleichschenklig $\Rightarrow \beta_2 = \gamma_1$

Dreieck MCD ist gleichschenklig $\Rightarrow \gamma_2 = \delta_1$

$\alpha + \gamma = \alpha_1 + \alpha_2 + \gamma_1 + \gamma_2 = \delta_2 + \beta_1 + \beta_2 + \delta_1 = \beta + \delta$

Winkelsumme im Viereck: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$ $\quad \beta + \delta = 180°$

$(\alpha + \gamma) + (\beta + \delta) = 360°$ $\quad \Uparrow$

$(\alpha + \gamma) + (\alpha + \gamma) = 360°$

$2 \cdot (\alpha + \gamma) = 360° \Rightarrow \alpha + \gamma = 180°$ q.e.d.

SVP

Fall 3:

Voraussetzung: $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = \overline{MD}$

Behauptung: $\alpha + \gamma = \beta + \delta = 180^\circ$

Beweis:

Dreieck MDA ist gleichschenklig $\Rightarrow \alpha_1 = \delta + \varepsilon_1$

Dreieck MAB ist gleichschenklig $\Rightarrow \alpha_2 = \beta_1$

Dreieck MBC ist gleichschenklig $\Rightarrow \beta_2 = \gamma + \varepsilon_2$

Dreieck MDC ist gleichschenklig $\Rightarrow \varepsilon_1 = \varepsilon_2$

} Basiswinkelsatz

Winkelsumme im Viereck ABCD:

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ \quad (*)$$

$$\alpha + \beta_1 + \beta_2 + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha + \alpha_2 + \gamma + \underbrace{\varepsilon_2}_{\varepsilon_1} + \gamma + \delta = 360^\circ$$

$$\alpha + \alpha_2 + 2\gamma + \underbrace{\varepsilon_1 + \delta}_{\alpha_1} = 360^\circ$$

$$\alpha + \underbrace{\alpha_1 + \alpha_2}_{\alpha} + 2\gamma = 360^\circ$$

$$2\alpha + 2\gamma = 360^\circ \quad | :2$$

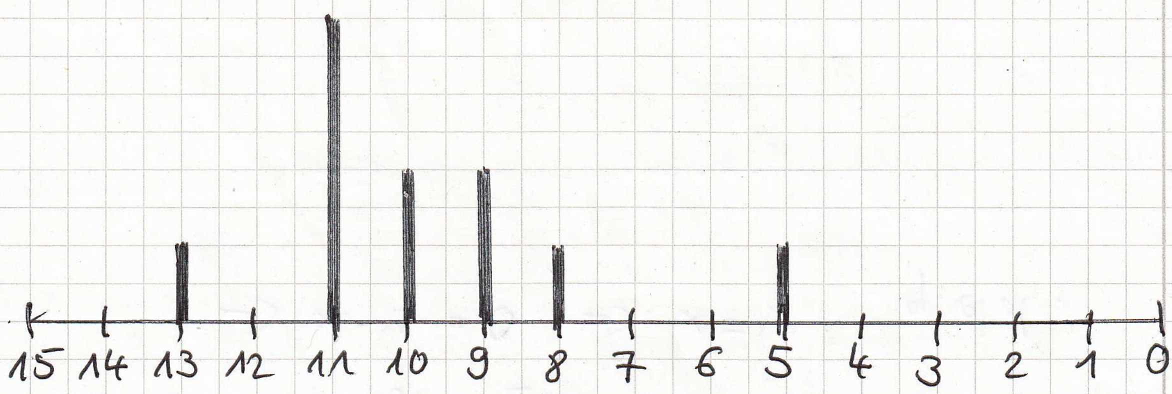
$$\alpha + \gamma = 180^\circ \overset{(*)}{\Longrightarrow} \beta + \delta = 180^\circ$$

q.e.d.

Σ 35VP

Notenspiegel VKM 11 Klausur 1 08.01.20 (A1)

Durchschnitt: 9,8NP   1 Schüler $\hat{=}$ 1cm



Vertiefungskurs Mathematik Klausur Nr.1 08.01.20 (AP) Zusatzblatt

NAME: Musterlösung

Wahrheitswerttabelle für Aufgabe 4a

a	b	$\neg a$	$\neg a \vee b$	$\underbrace{\neg(\neg a \vee b)}_{\alpha}$	$\neg b$	$\underbrace{a \wedge \neg b}_{\beta}$	$\alpha \leftrightarrow \beta$	
f	f	w	w	f	w	f	w	
f	w	w	w	f	f	f	w	
w	f	f	f	w	w	w	w	
w	w	f	w	f	f	f	w	

2

Tautologie $\Rightarrow$ q.e.d.

Wahrheitswerttabelle für Aufgabe 4b

a	b	c	$\underbrace{a \to b}_{\alpha}$	$\underbrace{b \to c}_{\beta}$	$\underbrace{\alpha \wedge \beta}_{\gamma}$	$\neg a$	$\underbrace{\neg a \vee c}_{\delta}$	$\gamma \to \delta$	
f	f	f	w	w	w	w	w	w	
f	f	w	w	w	w	w	w	w	
f	w	f	w	f	f	w	w	w	
f	w	w	w	w	w	w	w	w	
w	f	f	f	w	f	f	f	w	
w	f	w	f	w	f	f	w	w	
w	w	f	w	f	f	f	f	w	
w	w	w	w	w	w	f	w	w	

2

Tautologie $\Rightarrow$ q.e.d.

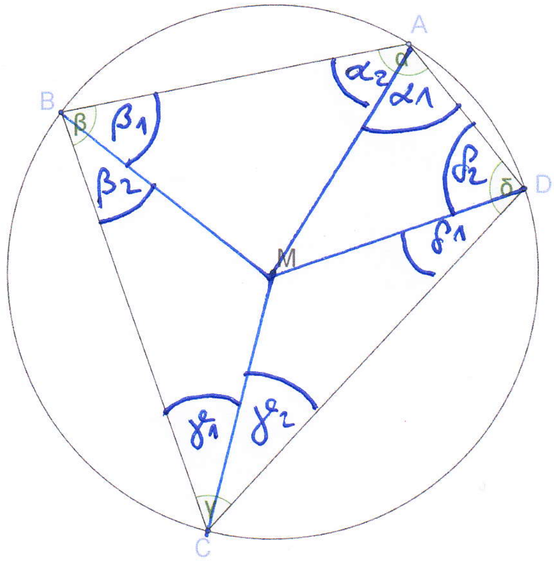
NAME: Musterlösung

AUFGABE 9 Der Satz vom Sehnenviereck lautet:

Wenn die Eckpunkte eines Vierecks auf einem Kreis liegen, dann beträgt die Summe der Winkelweiten zweier gegenüber liegenden Innenwinkel des Vierecks 180°.

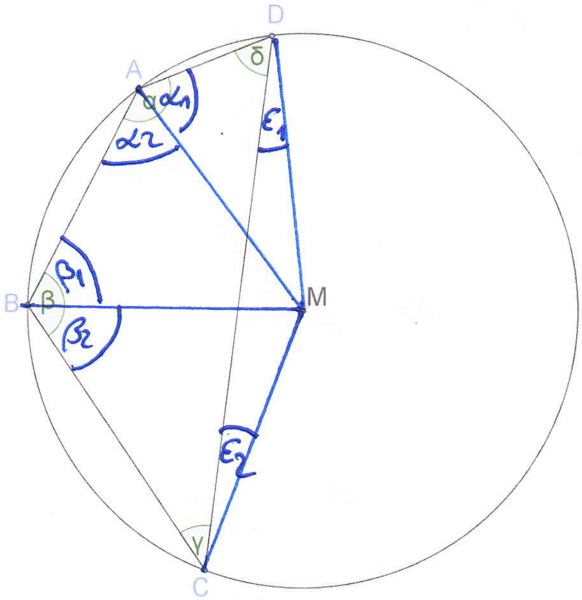
Um den Satz zu beweisen, muss man drei Fälle unterscheiden:

Fall1: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt im Innern des Vierecks.



Fall 2: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt auf einer Viereckseite (nicht dargestellt).

Fall 3: Der Mittelpunkt M des Kreises liegt außerhalb des Vierecks.



Beweise **entweder** den Fall 1 **oder** den Fall 3.

Formuliere dabei auch mithilfe der Bezeichnungen in der Skizze die Voraussetzung und die Behauptung des Satzes.