

# Herleitung-Spezifische Ladung

## Herleitung der Formel für die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$

Beim Fadenstrahlrohr kann man beobachten, dass die Elektronen auf eine Kreisbahn umgelenkt werden, wenn das Helmholtz-Spulenpaar von einem Strom durchflossen wird. Sie erzeugen ein Magnetfeld das orthogonal zur Bewegungsrichtung der Elektronen steht.

Welche Kraft wirkt in diesem Magnetfeld auf die Elektronen?

*Im orthogonalen Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft  $F_L$  auf die Elektronen.*

Diese Kraft ist die für die Kreisbewegung notwendige Zentripetalkraft:  $F_z = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$

Man kann diese beiden Kräfte somit gleichsetzen. Setzen Sie für die Kräfte die entsprechenden Formeln ein und stellen Sie die Gleichung so um, dass die spezifische Ladung  $\frac{e}{m_e}$  auf der linken Seite der Gleichung steht:  $F_L = F_z$

$$B \cdot e \cdot v = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$$

$$\frac{e}{m_e} = \frac{v}{r \cdot B} \quad 1)$$

Die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen kann man mit Hilfe der Energieerhaltung ausrechnen. Durch die Beschleunigungsspannung  $U$  zwischen Glühkathode und Anode wird den Elektronen die Energie  $\Delta E = e \cdot U$  zugeführt. Diese Energie wird komplett in kinetische Energie der Elektronen umgewandelt ( $E_{\text{Kin}} = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$ ). Stellen Sie eine Energiebilanz auf und stellen Sie die Formel nach der Geschwindigkeit  $v$  um:

$$\Delta E = E_{\text{Kin}}$$

$$e \cdot U = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{e}{m_e}} \quad 2)$$

Setzen Sie 2) in 1) für  $v$  ein. Quadrieren Sie beide Seiten der Gleichung und stellen sie nach  $\frac{e}{m_e}$  um:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{\sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{e}{m_e}}}{r \cdot B}$$

**Quadrieren und umstellen ergibt:**

$$\frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$$

In dieser Gleichung sollten jetzt auf der rechten Seite nur Größen stehen, die mit dem Aufbau für die Experimente mit der Fadenstrahlröhre eingestellt und gemessen werden können: Die Beschleunigungsspannung  $U$ , der Bahnradius  $r$ , die Flussdichte  $B$ ).

Der Literaturwert für die spezifische Ladung beträgt:  $\frac{e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$