

Herleitung-Spezifische Ladung

Herleitung der Formel für die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$

Beim Fadenstrahlrohr kann man beobachten, dass die Elektronen auf eine Kreisbahn umgelenkt werden, wenn das Helmholtz-Spulenpaar von einem Strom durchflossen wird. Sie erzeugen ein Magnetfeld das orthogonal zur Bewegungsrichtung der Elektronen steht.

Welche Kraft wirkt in diesem Magnetfeld auf die Elektronen?

Diese Kraft ist die für die Kreisbewegung notwendige Zentripetalkraft: $F_z = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$

Man kann diese beiden Kräfte somit gleichsetzen. Setzen Sie für die Kräfte die entsprechenden Formeln ein und stellen Sie die Gleichung so um, dass die spezifische Ladung $\frac{e}{m_e}$ auf der linken Seite der Gleichung steht:

1)

Die Geschwindigkeit v der Elektronen kann man mit Hilfe der Energieerhaltung ausrechnen. Durch die Beschleunigungsspannung U zwischen Glühelktrode und Anode wird den Elektronen die Energie $\Delta E = e \cdot U$ zugeführt. Diese Energie wird komplett in kinetische Energie der Elektronen umgewandelt ($E_{\text{Kin}} = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$). Stellen Sie eine Energiebilanz auf und stellen Sie die Formel nach der Geschwindigkeit v um:

2)

Setzen Sie 2) in 1) für v ein. Quadrieren Sie beide Seiten der Gleichung und stellen sie nach $\frac{e}{m_e}$ um:

In dieser Gleichung sollten jetzt auf der rechten Seite nur Größen stehen, die mit dem Aufbau für die Experimente mit der Fadenstrahlröhre eingestellt und gemessen werden können: Die Beschleunigungsspannung U , der Bahnradius r , die Flussdichte B).

Der Literaturwert für die spezifische Ladung beträgt: $\frac{e}{m_e} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$

Herleitung-Spezifische Ladung

Hilfskarten als gestufte Hilfe:

1. Im orthogonalen Magnetfeld wirkt die Lorentzkraft F_L auf die Elektronen.

2. $F_L = B \cdot e \cdot v$

3. *Beginne mit $F_L = F_Z$*

4. *Einsetzen der Formeln für die Kräfte ergibt: $B \cdot e \cdot v = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$*

5. Umstellen nach $\frac{e}{m_e}$ ergibt die Gleichung 1) $\frac{e}{m_e} = \frac{v}{r \cdot B}$

6. Energiebilanz aufstellen: *Beginne mit $\Delta E = E_{\text{Kin}}$*

7. Einsetzen der Formeln für die Energie ergibt: $e \cdot U = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$

8. Umstellen nach v ergibt die Gleichung 2): $v = \sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{e}{m_e}}$

9. Einsetzen von 2) in 1): $\frac{e}{m_e} = \frac{\sqrt{2 \cdot U \cdot \frac{e}{m_e}}}{r \cdot B}$

10. Ergebnis: $\frac{e}{m_e} = \frac{2 \cdot U}{r^2 \cdot B^2}$