

Bildungsplanüberarbeitung: Lokalität und Realität am Beispiel verschränkter Photonen

Sven Lübeck

Inhalt

- Vorgaben des Bildungsplans (LF und BF)
- Fachlicher Hintergrund Verschränkung
- Didaktische Reduktion
- Verschränkung im Unterricht
- Anwendung auf weitere Aspekte des Unterrichts: Doppelspalt, Messprozess, delayed-choice etc.

Vorgaben des Bildungsplans (LF und BF)

Die Schülerinnen und Schüler können...

- (...) erläutern, dass messbare Eigenschaften von Objekten der klassischen Physik bereits vor ihrer Messung real vorliegen und dass der Wert der Messung unabhängig davon ist, ob überhaupt gemessen wurde. Sie können beschreiben, dass diese Aussage für *Quantenobjekte* im Allgemeinen nicht gilt (Realität, zum Beispiel bei verschränkten Photonen)
- (...) erläutern, dass räumlich getrennte Objekte eines zusammengesetzten Systems aus Objekten der Klassischen Physik alle ihre messbaren Eigenschaften unabhängig voneinander besitzen. Sie können beschreiben, dass diese Aussage für *Quantenobjekte* im Allgemeinen nicht gilt (Lokalität, zum Beispiel bei verschränkten Photonen)

Fachlicher Hintergrund Verschränkung:

Ein Photon mit bestimmter Polarisierung: $|ein\ Photon\rangle = a |\uparrow\rangle + b |\leftrightarrow\rangle$

Zwei Photonen: $|zwei\ unabh.\ Photonen\rangle = (a |\uparrow\rangle_1 + b |\leftrightarrow\rangle_1) \otimes (c |\uparrow\rangle_2 + d |\leftrightarrow\rangle_2)$
 $= a |\uparrow\rangle_1 c |\uparrow\rangle_2 + b |\leftrightarrow\rangle_1 d |\leftrightarrow\rangle_2 + a |\uparrow\rangle_1 d |\leftrightarrow\rangle_2 + b |\leftrightarrow\rangle_1 c |\uparrow\rangle_2$

Photon 1 passiert senkrechten Polarisationsfilter: Messoperator $|\uparrow\rangle_1 \langle\uparrow|_1$
 $|\uparrow\rangle_1 \langle\uparrow|_1 |zwei\ unabh.\ Photonen\rangle = a |\uparrow\rangle_1 (c |\uparrow\rangle_2 + d |\leftrightarrow\rangle_2)$

Nach der Messung an Photon 1 befindet sich Photon 2 immer noch in einem superponierten Zustand.

Bei unabhängigen Photonen beeinflusst die Messung an einem Photon nicht den Zustand des anderen Photons.

Fachlicher Hintergrund Verschränkung:

Beispiel: zwei verschränkte Photonen:

$$|\text{zwei verschränkte Photonen}\rangle = a |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 + b |\leftrightarrow\rangle_1 |\leftrightarrow\rangle_2$$

Photon 1 passiert senkrechten Polarisationsfilter: Messoperator $|\uparrow\rangle_1 \langle\uparrow|_1$
 $|\uparrow\rangle_1 \langle\uparrow|_1 |\text{zwei verschränkte Photonen}\rangle = a |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2$

Nach der Messung an Photon 1 befindet sich Photon 2 im Zustand $|\uparrow\rangle_2$

Bei verschränkten Photonen beeinflusst die Messung an einem Photon unmittelbar den Zustand des anderen Photons (Beachte: Reduktion des Zustandsraums, keine Wechselwirkung im Sinne von Kräften).

Didaktische Reduktion:

Fachlich:

Photon (zirkularpolarisierte Basis):

$$|Photon\rangle = a|r\rangle + b|l\rangle$$

Messung:

Messoperatoren z.B. Polarisationsfilter mit senkrechter Einstellung $|\uparrow\rangle\langle\uparrow|$

Photonenzustand nach Passieren des Filters

$$\begin{aligned} |Photon \text{ nach Filter}\rangle &= |\uparrow\rangle\langle\uparrow|Photon\rangle \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}} (a - b) |\uparrow\rangle \end{aligned}$$

Unterricht:

Photon:

$$\psi_{Photon} = \psi_r + \psi_l$$

Messung:

Messung ergibt, dass Photon rechtszirkular-polarisiert ist, d.h.

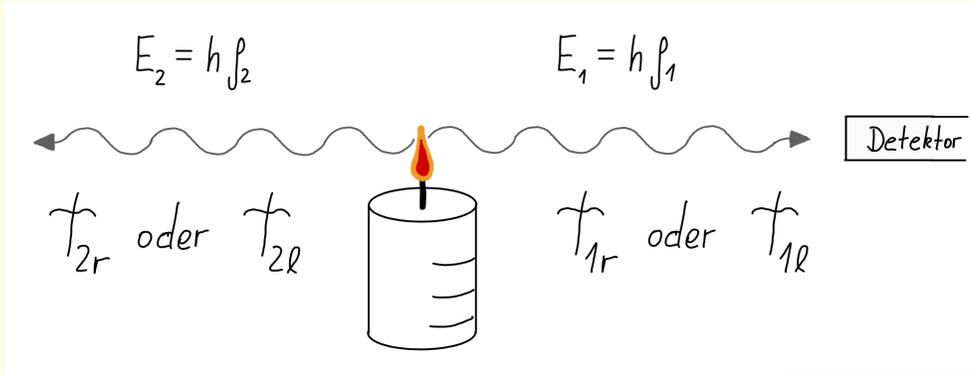
$$\psi_r \neq 0 \quad \text{und} \quad \psi_l = 0$$

und damit

$$\psi_{Photon \text{ nach Messung}} = \psi_r$$

Verschränkung im Unterricht (Tafelbild in LF und BF)

- Verhalten von zwei unabhängigen Photonen



Zwei Photonen werden zeitgleich erzeugt, sie sind entweder links-zirkular (ψ_l) oder rechts-zirkular (ψ_r) polarisiert.

Bildquellen:
Sven Lübeck, [CC BY 4.0](#)

$$\psi_{\text{zwei unabh. Photonen}} = \psi_{1r} \psi_{2r} + \psi_{1l} \psi_{2l} + \psi_{1l} \psi_{2r} + \psi_{1r} \psi_{2l}$$

z.B. ergibt Messung: Photon 1 ist rechts-zirkular polarisiert, d.h. $\psi_{1l} = 0$

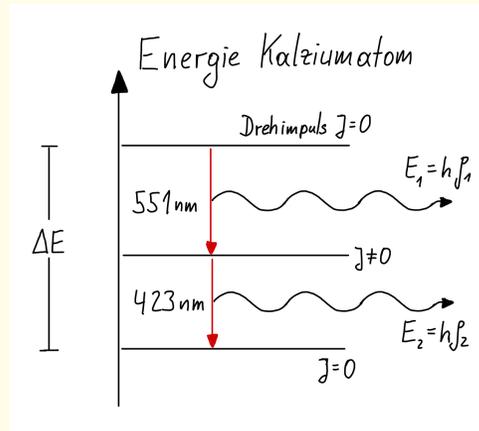
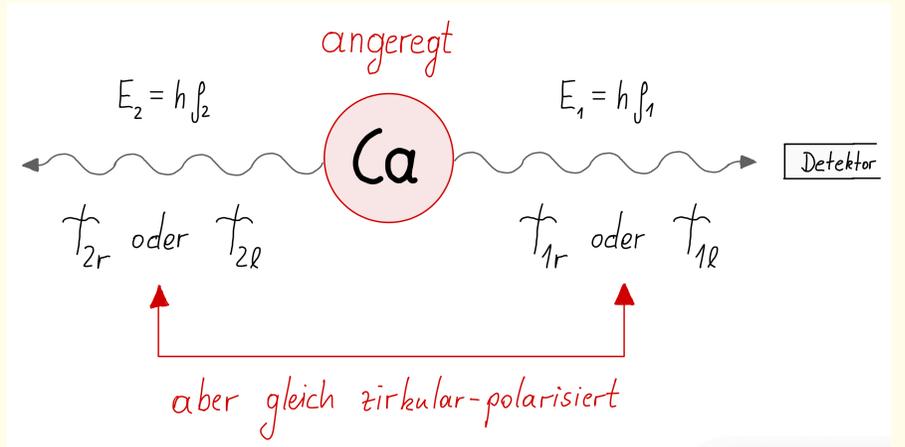
$$\psi_{\text{zwei unabh. Photonen}} \xrightarrow{\text{Messung}} \psi_{1r} (\psi_{2r} + \psi_{2l})$$

d.h. Photon 2 ist in einem superponierten Zustand, die Polarisation ist nicht festgelegt.

Fazit: Der Zustand von Photon 2 ist nicht durch die Messung an Photon 1 festgelegt.

Verschränkung im Unterricht (Tafelbild in LF und BF)

- Verhalten von zwei verschränkten Photonen



Bildquellen:
Sven Lübeck, [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Zwei Photonen werden durch kaskadenartige Emission erzeugt.

EES: $\Delta E = h f_1 + h f_2$

IES: $\vec{0} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_{\text{Atom}}$
und damit $\vec{p}_1 \neq \vec{p}_2$

DES: beide Photonen sind entweder rechts- oder links-zirkular polarisiert

$$\psi_{\text{zwei verschränkte Photonen}} = \psi_{1r} \psi_{2r} + \psi_{1l} \psi_{2l}$$

z.B. ergibt Messung: Photon 1 ist rechts-zirkular polarisiert, d.h. $\psi_{1l} = 0$

$$\psi_{\text{zwei verschränkte Photonen}} \xrightarrow{\text{Messung}} \psi_{1r} \psi_{2r}$$

d.h. Zustand (die Polarisation) von Photon 2 ist durch die Messung an Photon 1 unmittelbar festgelegt.

Verschränkung im Unterricht (Tafelbild in LF und BF):

Bei Experimenten würde sich die Verschränkung in den korrelierten Wahrscheinlichkeiten P der Polarisationsmessungen widerspiegeln.

zwei unabhängige Photonen

Photon 1	Photon 2	P
r	r	$\frac{1}{4}$
r	l	$\frac{1}{4}$
l	r	$\frac{1}{4}$
l	l	$\frac{1}{4}$

zwei verschränkte Photonen

Photon 1	Photon 2	P
r	r	$\frac{1}{2}$
r	l	0
l	r	0
l	l	$\frac{1}{2}$

Verschränkung im Unterricht (Tafelbild in LF und BF)

Ergebnis bzw. „Merksätze“:

Für superponierte Zustände eines zusammengesetzten Systems von Quantenobjekten gilt: Wenn es bei der Superposition weniger Kombinationen als bei unabhängigen Quantenobjekten gibt, so bezeichnet man das zusammengesetzte System der Quantenobjekte als verschränkt.

Die Ursache der geringeren Kombinationen sind Erhaltungssätze, die für den Prozess der Entstehung des Systems von Quantenobjekten erfüllt sein müssen.

Beachte:

- Die Polarisation der Photonen ist bis zum Zeitpunkt der Messung unbestimmt (im Unterschied zur Realität der Klassischen Physik).
- Der Zeitpunkt der Messung (Entfernung der Photonen) ist unerheblich, die Messung an einem Photon bestimmt den Zustand des anderen Photons unmittelbar (im Unterschied zur Lokalität der Klassischen Physik).
- Die Verschränkung beruht nicht auf einer Wechselwirkung (Kraftwirkung).

Anwendung auf weitere Aspekte des Unterrichts

- Doppelspalt: Zustand nach Passieren des Doppelspalts

$$\psi = \psi_{\text{linker Spalt}} + \psi_{\text{rechter Spalt}}$$

Messprozess:

Detektor am rechten Spalt detektiert Quantenobjekt $\rightarrow \psi_{\text{links}} = 0$

Zustand nach Detektion $\psi_{\text{nach Messung}} = \psi_{\text{rechter Spalt}}$

- Analog kann Problematik der Welcher-Weg-Information und delayed-choice-Varianten behandelt werden
- Mögliche Vertiefung: Verschränkung bei Paarerzeugung