VERTIEFUNG ZUM 3. KEPLER'SCHEN GESETZ

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie man aus fundamentalen physikalischen Zusammenhängen das dritte Kepler'sche Gesetz herleiten kann. Hierzu werden die Planetenbahnen um die Sonne als Kreise genähert. Wie gut diese Näherung ist, zeigt das Arbeitsblatt „Eine Übung zum Planeten Merkur". In dieser Rechnung wird die Sonne aufgrund ihrer hohen Masse als ruhend angenommen: Sie übt durch ihre Gravitation die für eine Kreisbahn notwendige Zentripetalkraft auf den Planeten aus. Das Gleichsetzen der beiden Formeln für die Zentripetalkraft und der Gravitationskraft führt direkt auf das dritte Kepler'sche Gesetz. Es ist wichtig zu bemerken, dass Johannes Kepler das dritte Kepler'sche Gesetz im Jahre 1609 veröffentlichte - er kannte also zu diesem Zeitpunkt das erst im Jahre 1687von Isaac Newton formulierte Gravitationsgesetz nicht. Was für Kepler also noch ein Axiom, d.h. eine nicht weiter hinterfragte Aussage war, wurde somit zu einer Bestätigung der Newton'schen Theorie.

$$F_Z = F_G$$

$$\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{mM}{r^2}$$ | multipliziert mit r²

$$mv^2 r = \gamma mM$$ | nun wird eingesetzt: $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$m\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 r = \gamma mM$$

$$m\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} r = \gamma mM$$ | geteilt durch m (die Planetenmasse ist also irrelevant)

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = \gamma M$$ | geteilt durch $4\pi^2$

$$\boxed{\frac{r^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\pi^2} = const}$$ (3. Kepler'sches Gesetz)

Selbstverständlich nimmt dann auch der Kehrwert dieses Bruches für alle Planeten des Sonnensystems einen konstanten Wert an (der dann natürlich eine andere Konstante ist, hier *const'* genannt):

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\gamma M} = const'.$$