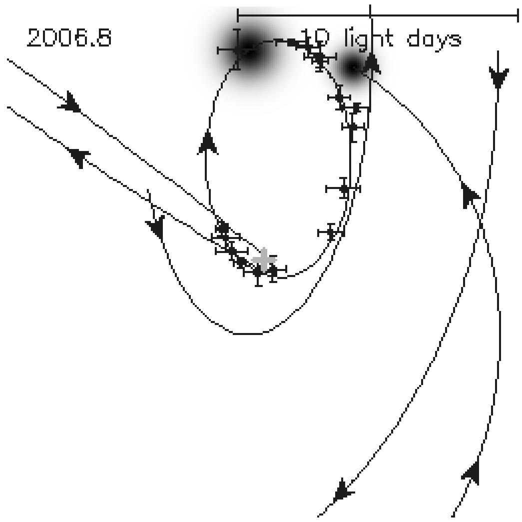
Aufgaben: Das „Monster“ im galaktischen Zentrum „auf der Waage“
(WiS!-Material zu SuW 11/2006,
siehe: http://www.wissenschaft-schulen.de/sixcms/media.php/767/galaxien.pdf)

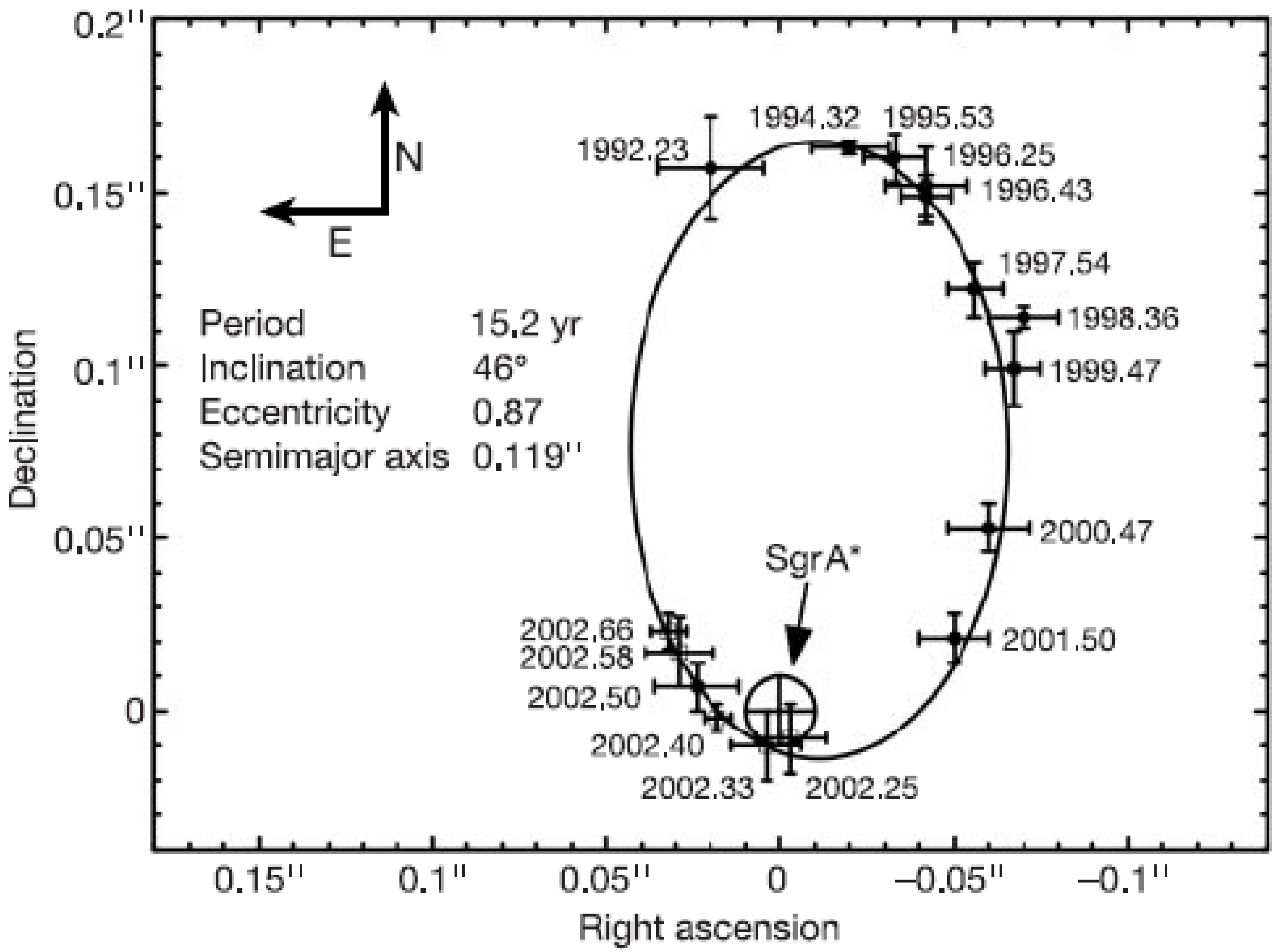
Das Movie MPA-Movie (zu finden bei den angehängten didaktischen Materialien) zeigt im Zeitraffer den Umlauf von Riesensternen, deren Infrarotlicht den galaktischen „Staubvorhang“ teilweise zu durchdringen vermag, um das Zentrum des Milchstraßensystems. Im Bild rechts (Standbild aus dem Movie) werden die gemessenen Örter bis zum Zeitpunkt 2006,8 gezeigt.



In der unten gezeigten Abbildung (Quelle: Nature (Letters), Band 419, 17. Oktober 2002, S. 695) wird die Bahn des ausgesuchten Sterns S2 um das Zentrum des Milchstraßensystems (Ort der Radioquelle Sgr A*) präsentiert, die aus den zu verschiedenen Zeiten bestimmten Positionen konstruiert wurde. Im Zentrum wird schon lange ein Schwarzes Loch vermutet.

1. Warum steht Sgr A* nicht im Brennpunkt der sichtbaren Ellipse (Leserfrage aus SuW 8/2006, S. 7)? Diese Frage ist u. a. auch mit anschaulichen Hilfsmitteln zu klären. Welche Exzentrizität hat die sichtbare Ellipse?

2. Welche Masse befindet sich im Zentrum des Milchstraßensystems?



Lösung zu den Aufgaben: Das „Monster“ im galaktischen Zentrum „auf der Waage“

Zu 1.

Die aus verschiedenen Positionen von S2 konstruierte Ellipse stellt die in Projektion sichtbare wahre Bahnellipse dar. Sgr A* steht in einem Brennpunkt der wahren Bahnellipse. Blickt man schräg auf diese Ellipse und verdreht sie noch dazu, so kann man erkennen, dass der Brennpunkt von der Hauptachse der in Projektion sichtbaren Ellipse wegrutscht.

Den Unterschied zwischen der wahren Bahnellipse und ihrem Anblick in Projektion kann man sich anschaulich verdeutlichen. Dazu konstruiere man die wahre Bahnellipse auf Pappe, zeichne die große und kleine Bahnachse auf (senkrecht aufeinander, durch den Mittelpunkt laufend) und markiere zumindest einen Brennpunkt. Die Ellipse wir nun so verdreht und verkippt, dass ihr Anblick dem in der Abbildung sichtbaren entspricht. Das Achsenkreuz erscheint nun windschief und der Brennpunkt der wahren Bahnellipse liegt in der projizierten Ellipse an verschobener Position (siehe Abb. 2).

Zur Konstruktion werden aus den im Bild gegebenen Größen für die wahre Bahnellipse ε=0,87 und a=0,119" die lineare Exzentrizität e und die kleine Halbachse b berechnet.

$e = \varepsilon \cdot a = 0{,}87 \cdot 0{,}119'' \approx 0{,}104''$ und $b = \sqrt{a^2 \cdot (1-\varepsilon^2)} \approx 0{,}059''$.

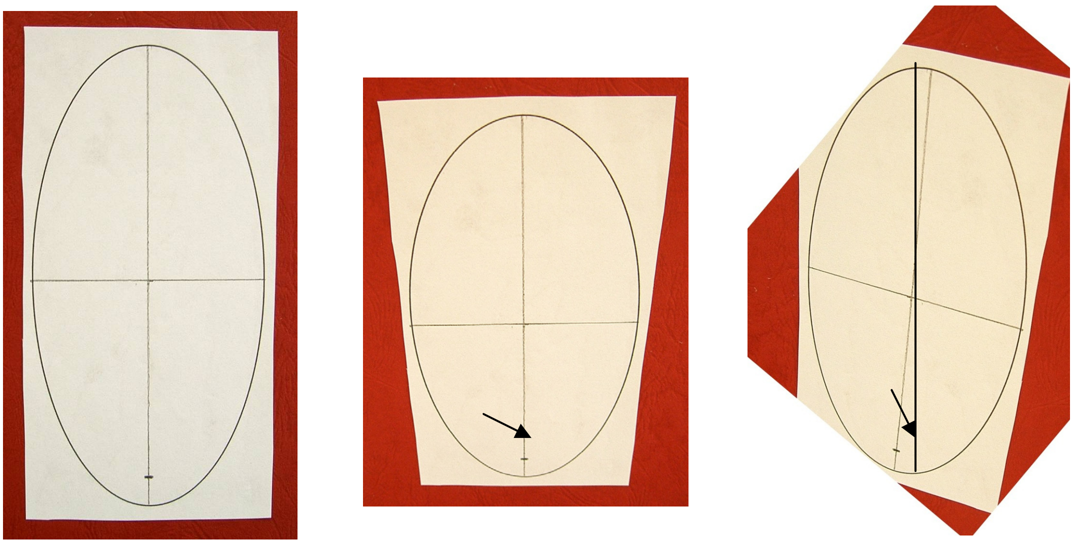


Abbildung 2: Links: Die wahre Bahnellipse des Sterns S2 um das galaktische Zentrum. Mitte: Kippt man die wahre Bahnellipse gegen die Tangentialebene, so ändert sich die Exzentrizität der nun in Projektion sichtbaren Ellipse (scheinbare Bahnellipse, Pfeil weißt auf deren Brennpunkt). Rechts: Verdreht man die wahre Ellipse noch etwas in ihrer verkippten Lage, so erscheinen ihre Achsen windschief und der Brennpunkt der wahren Bahnellipse rutscht von der eingezeichneten Längsachse der scheinbaren Bahnellipse weg (was zu Irritationen führen kann).

Die Längen der großen und der kleinen Ellipsenachse der in Projektion sichtbaren Ellipse betragen a=247 und b=150 Pixel. Daraus ergibt sich für die im Bild sichtbare Ellipse (scheinbare Bahnellipse) eine numerische Exzentrizität von

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{247^2 - 150^2}}{247} \approx \underline{\underline{0{,}79}}.$$

Zu 2.

<u>Geg.:</u>

große Bahnhalbachse (Winkelausdehnung)	$\alpha = 0{,}119''$
Umlaufzeit	$T = 15{,}2$ a
Abstand zum galaktischen Zentrum	$r \approx 8$ kpc
Gravitationskonstante	$\gamma = 6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{s}^{-2}$
Umrechnung	$1\ \mathrm{pc} = 3{,}086 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m}$
Sonnenmasse	$M_S = 1{,}989 \cdot 10^{30}$ kg

Zunächst gilt es, aus der scheinbaren Größe der großen Halbachse der Umlaufbahn von S2 die wahre Größe zu berechnen.

$$a = \tan \alpha \cdot r = \tan\left(\frac{0{,}119''}{3600''/^\circ}\right) \cdot 8000 \cdot 3{,}086 \cdot 10^{16}\ \mathrm{m} = 1{,}4243 \cdot 10^{14}\ \mathrm{m}.$$

Zum Vergleich: Die große Halbachse der Umlaufbahn würde sich etwa 1000 AE weit weg von der Sonne erstrecken. Das ist weit weniger als der Abstand zum nächsten Stern oder gar zur äußeren Grenze der Oortschen Wolke.

Annahme: Betrachtung im Mittelpunktssystem des Milchstraßensystems, d. h. Vernachlässigung der Masse des Sterns S2 (im 3. Keplerschen Gesetz erscheint dann nur die Zentralkörpermasse)

3. Keplersches Gesetz:

$$M = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma} = \frac{(1{,}4243 \cdot 10^{14}\ \mathrm{m})^3}{(15{,}2 \cdot 365{,}25 \cdot 86400\ \mathrm{s})^2} \cdot \frac{4\pi^2}{6{,}6726 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{kg}^{-1}\mathrm{m}^3\ \mathrm{s}^{-2}}$$

$$\underline{\underline{M \approx 7{,}4 \cdot 10^{36}\ \mathrm{kg}.}}$$

Zum Vergleich: Im Zentrum des Milchstraßensystems befindet sich eine Masse von etwa 3,7 Millionen Sonnenmassen. Davon entfallen $2{,}6 \cdot 10^6$ Sonnenmassen auf das supermassive Schwarze Loch und der Rest auf einen bis zur Grenze hin konzentrierten zentralen Sternhaufen (siehe Nature (Letters), Band 419, 17. Oktober 2002, S. 695).