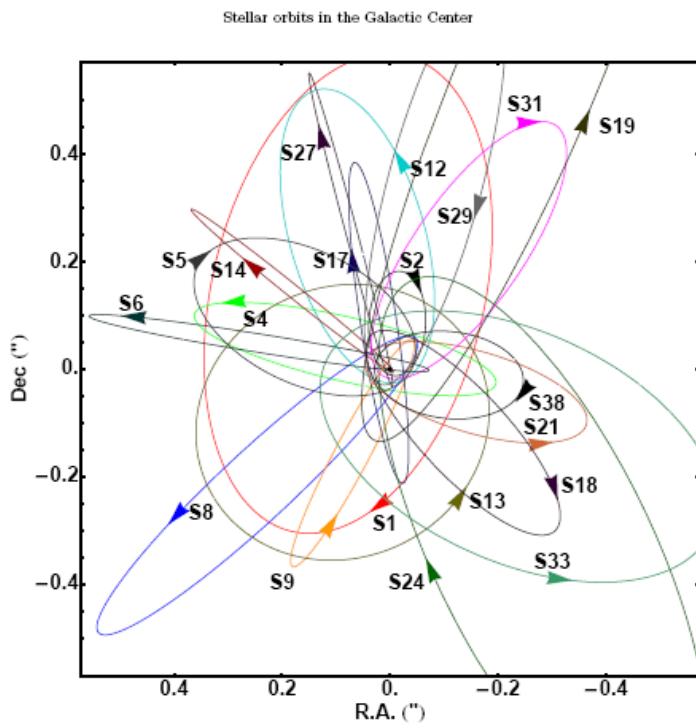


Das zentrale Schwarze Loch im Milchstraßensystem

2002 erschien in der Zeitschrift „Nature“ ein kurzer Beitrag, der darstellt, wie die Masse im galaktischen Zentrum auf Grundlage 10 Jahre lang durchgeführter Positionsmeßungen eines Sterns (S2), der das Zentrum auf einer Keplerbahn umläuft, ermittelt wird. Die Genauigkeit der Winkelmessung lag damals bei etwa 0,01".

2009 wurden bessere Messungen (Winkelmessgenauigkeit: 0,0003"), die man nunmehr 16 Jahre lang durchführte, im „Astrophysical Journal“ vorgestellt. Daraus wurden die Umlaufbahnen mehrerer Sterne (darunter S2) um die zentrale Masse im galaktischen Zentrum konstruiert (siehe Bild).

1. Wie groß ist eine Bogensekunde? Gib neben der Umrechnung in Grad auch einen Vergleich an, der die Kleinheit dieses Winkels veranschaulicht.
2. Bestimme für die im „Nature“-Beitrag (2002) gezeigte Bahnellipse des Sterns S2 (siehe Bild im Anhang) die Zentralmasse mit Hilfe des 3. keplerschen Gesetzes. Die Werte für die große Bahnhalbachse $a["]$ (in Bogensekunden) und die Umlaufzeit T findest du im Bild. Die nötigen Formeln und weitere Werte stehen unten.
3. Bestimme die nun Zentralmasse für die Bahnellipse des Sterns S2 ausgehend von den Werten, die im „Astrophysical Journal“ (2009) veröffentlicht wurden (siehe Tabelle im Anhang).



Der für die trigonometrische Berechnung der großen Bahnhalbachse a in Metern wichtige Abstand bis zum galaktischen Zentrum wurde im „Nature“-Beitrag mit $r = 8$ kpc (Kiloparsec) und im Artikel im „Astrophysical Journal“ mit $r = 8,33$ kpc angegeben.

Weitere wichtige Werte sind:

$$\text{Gravitationskonstante } \gamma = 6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2},$$

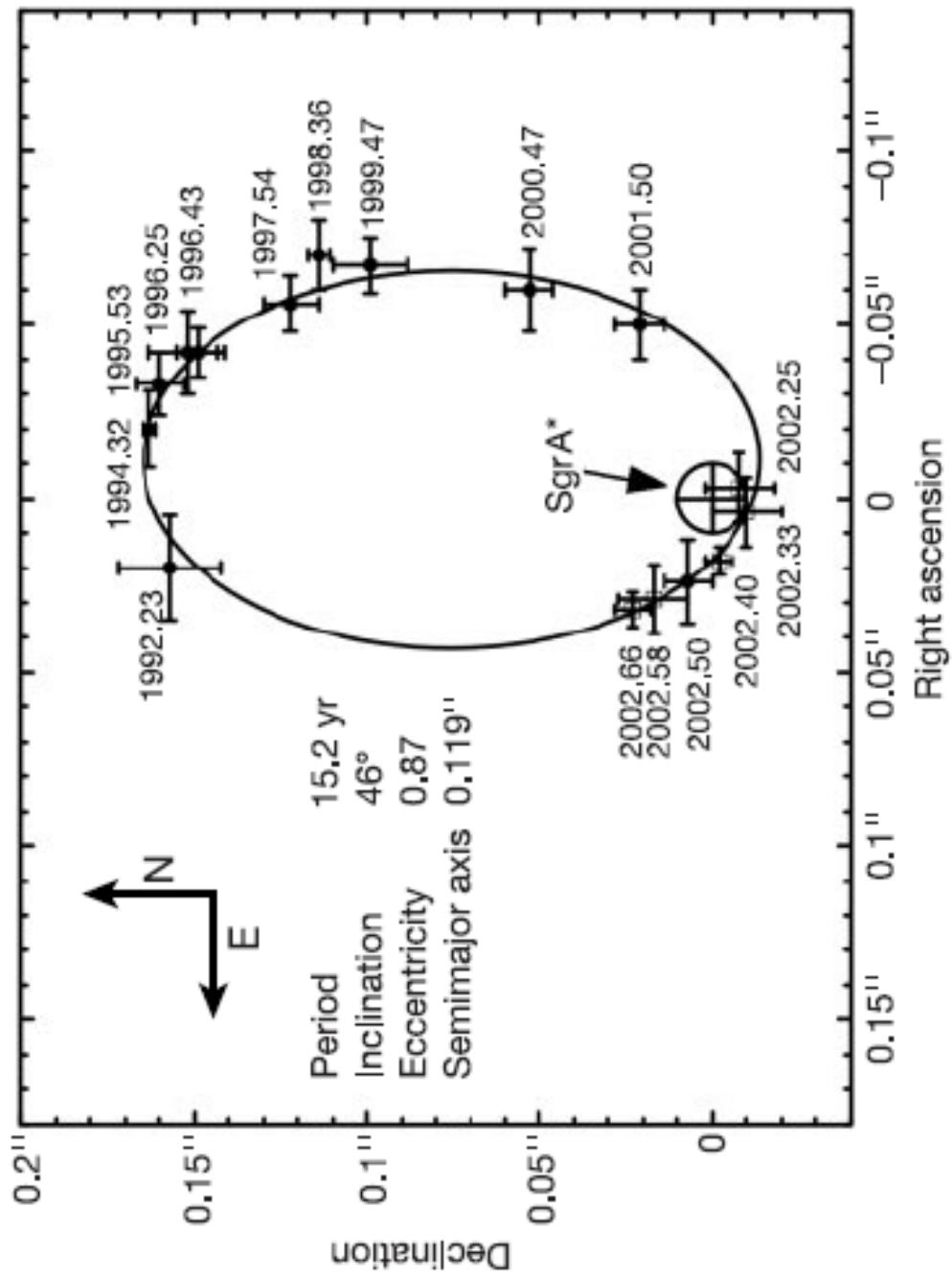
$$\text{Umrechnung } 1 \text{ pc} = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m},$$

$$\text{Sonnenmasse } M_S = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ kg}.$$

Formeln:

$$a = \tan \alpha["] \cdot r \quad (\text{trigonometrische Berechnung der großen Bahnhalbachse } a \text{ in Metern}),$$

$$M = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma} \quad (\text{3. keplersches Gesetz in allgemeiner Form}).$$



Die Abbildung zeigt die Bahn des Sterns S2 um das Zentrum des Milchstraßensystems (Ort der Radioquelle Sgr A^*), die aus den zu verschiedenen Zeiten bestimmten Positionen konstruiert wurde. Das Massenzentrum bildet ein supermassives Schwarzes Loch.

TABLE 7
 ORBITAL PARAMETERS OF THOSE S-STARS, FOR WHICH WE WERE ABLE TO DETERMINE ORBITS. THE PARAMETERS WERE DETERMINED IN THE POTENTIAL AS OBTAINED IN SECTION 6.2.6, THE ERRORS QUOTED IN THIS TABLE ARE THE FORMAL FIT ERRORS AFTER RESCALING THEM SUCH THAT THE REDUCED $\chi^2 = 1$ AND INCLUDING THE UNCERTAINTIES FROM THE POTENTIAL. THE LAST THREE COLUMNS GIVE THE SPECTRAL TYPE ('E' FOR EARLY-TYPE STARS, 'L' FOR LATE-TYPE STARS), THE K-BAND MAGNITUDE AND THE GLOBAL RESCALING FACTOR FOR THAT STAR. S111 FORMALLY HAS A NEGATIVE SEMI MAJOR AXIS, INDICATIVE FOR A HYPERBOLIC ORBIT WITH $e > 1$. WE ALSO CITE THE ORBITAL SOLUTIONS FOR THE STARS S96 AND S97 WHICH SHOWED ONLY MARGINAL ACCELERATIONS, SEE SECTION 7.3.1.

Star	$a ["]$	e	$i ["]$	$\Omega ["]$	$\omega ["]$	$t_P [yr-2000]$	$T [yr]$	Sp	m_K	F
S1	0.508 ± 0.028	0.496 ± 0.028	120.82 ± 0.46	341.61 ± 0.51	115.3 ± 2.5	0.96 ± 0.27	132 ± 11	e	14.7	1.49
S2	0.123 ± 0.001	0.880 ± 0.003	135.25 ± 0.47	225.39 ± 0.84	63.56 ± 0.84	2.32 ± 0.01	15.8 ± 0.11	e	14.0	1.22
S4	0.298 ± 0.019	0.406 ± 0.022	77.83 ± 0.32	258.11 ± 0.90	316.4 ± 2.9	-25.6 ± 1.0	59.5 ± 2.6	e	14.4	1.99
S5	0.250 ± 0.042	0.842 ± 0.017	143.7 ± 4.7	109 ± 10	236.3 ± 8.2	-16.4 ± 2.5	45.7 ± 6.9	e	15.2	1.93
S6	0.436 ± 0.153	0.886 ± 0.026	86.44 ± 0.59	83.46 ± 0.69	129.5 ± 3.1	63 ± 21	105 ± 34	e	15.4	1.45
S8	0.411 ± 0.004	0.824 ± 0.014	74.01 ± 0.73	315.90 ± 0.50	345.2 ± 1.1	-16.2 ± 0.4	96.1 ± 1.6	e	14.5	1.20
S9	0.293 ± 0.052	0.825 ± 0.020	81.00 ± 0.70	147.58 ± 0.44	225.2 ± 2.3	-12.2 ± 2.1	58 ± 9.5	e	15.1	2.23
S12	0.308 ± 0.008	0.900 ± 0.003	31.61 ± 0.76	240.4 ± 4.6	308.8 ± 3.8	-4.37 ± 0.03	62.5 ± 2.3	e	15.5	1.54
S13	0.297 ± 0.012	0.490 ± 0.023	25.5 ± 1.6	73.1 ± 4.1	248.2 ± 5.4	4.90 ± 0.09	59.2 ± 3.8	e	15.8	2.33
S14	0.266 ± 0.010	0.963 ± 0.006	99.4 ± 1.0	227.74 ± 0.70	339.0 ± 1.6	0.07 ± 0.06	47.3 ± 2.9	e	15.7	1.99
S17	0.311 ± 0.004	0.964 ± 0.015	96.44 ± 0.18	188.06 ± 0.92	319.45 ± 3.2	-8.0 ± 0.3	63.2 ± 2.0	1	15.3	2.46
S18	0.265 ± 0.080	0.759 ± 0.052	116.0 ± 2.7	215.2 ± 3.6	151.7 ± 2.9	-4.0 ± 0.9	50 ± 16	e	16.7	2.94
S19	0.798 ± 0.064	0.844 ± 0.062	73.58 ± 0.61	342.9 ± 1.2	153.3 ± 3.0	5.1 ± 0.22	260 ± 31	e	16.0	2.31
S21	0.213 ± 0.041	0.784 ± 0.028	54.8 ± 2.7	252.7 ± 4.2	182.6 ± 8.2	28.1 ± 5.6	35.8 ± 6.9	1	16.9	1.55
S24	1.060 ± 0.178	0.933 ± 0.010	106.30 ± 0.93	4.2 ± 1.3	291.5 ± 1.5	24.9 ± 5.5	398 ± 73	1	15.6	1.78
S27	0.454 ± 0.078	0.952 ± 0.006	92.91 ± 0.73	191.90 ± 0.92	308.2 ± 1.8	59.7 ± 9.9	112 ± 18	1	15.6	1.79
S29	0.397 ± 0.335	0.916 ± 0.048	122 ± 11	157.2 ± 2.5	343.3 ± 5.7	21 ± 18	91 ± 79	e	16.7	1.92
S31	0.298 ± 0.044	0.934 ± 0.007	153.8 ± 5.8	103 ± 11	314 ± 10	13.8 ± 2.2	59.4 ± 9.2	e	12.1	1.53
S33	0.410 ± 0.088	0.731 ± 0.039	42.9 ± 4.5	82.9 ± 5.9	328.1 ± 4.5	-32.1 ± 6.5	96 ± 21	e	16.0	2.02
S38	0.139 ± 0.041	0.802 ± 0.041	166 ± 22	286 ± 68	203 ± 68	3.0 ± 0.2	18.9 ± 5.8	1	17.0	2.13
S66	1.210 ± 0.126	0.178 ± 0.039	135.4 ± 2.6	96.8 ± 2.9	106 ± 6.3	-218 ± 23	486 ± 41	e	14.8	1.15
S67	1.095 ± 0.102	0.968 ± 0.041	139.9 ± 2.3	106.0 ± 6.1	215.2 ± 4.8	-305 ± 16	419 ± 19	e	12.1	1.53
S71	1.061 ± 0.765	0.844 ± 0.075	76.3 ± 3.6	34.6 ± 1.5	331.4 ± 7.1	-354 ± 251	399 ± 283	e	16.1	2.44
S83	2.785 ± 0.234	0.657 ± 0.096	123.8 ± 1.3	73.6 ± 2.1	197.2 ± 3.5	61 ± 25	1700 ± 205	e	13.6	1.23
S87	1.260 ± 0.161	0.423 ± 0.036	142.7 ± 4.4	109.9 ± 2.9	41.5 ± 3.7	-353 ± 38	516 ± 44	e	13.6	0.94
S111	-10.5 ± 7.1	1.105 ± 0.094	103.1 ± 2.0	52.8 ± 5.4	131 ± 14	-55 ± 70	-	1	13.8	0.94
S96	1.545 ± 0.209	0.131 ± 0.054	126.8 ± 2.4	115.78 ± 1.93	231.0 ± 9.0	-376 ± 34	701 ± 81	e	10.0	1.40
S97	2.186 ± 0.844	0.302 ± 0.308	114.6 ± 5.0	107.72 ± 3.15	38 ± 52	175 ± 88	1180 ± 688	e	10.3	1.15

Ergebnisse

Nature, Band 419 (2002), S. 694-696

(astrometrische Genauigkeit: 10 Millibogensekunden, 10 Jahre Messzeit)

Stern S2

Große Bahnhalbachse $\alpha = 0,119''$

Umlaufzeit $T = 15,2$ a

Abstand zum galaktischen Zentrum $r \approx 8$ kpc

$$a = \tan \alpha \cdot r$$

$$a = \tan\left(\frac{0,119}{3600''/\circ}\right) \cdot 8000 \cdot 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

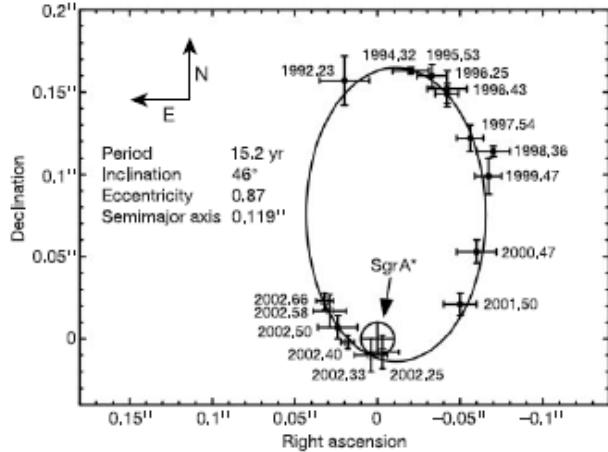
$$a = 1,424 \cdot 10^{14} \text{ m.}$$

$$M = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma}$$

$$M = \frac{(1,424 \cdot 10^{14} \text{ m})^3}{(15,2 \cdot 365,25 \cdot 86400 \text{ s})^2} \cdot \frac{4\pi^2}{6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}} \approx 7,42 \cdot 10^{36} \text{ kg,}$$

$$\underline{\underline{M \approx 3,7 \cdot 10^6 M_S.}}$$

→ Zentralmasse: 3,7 Mio Sonnenmassen



Astrophysical Journal, Band 692 (2009), Teil 2, S. 1075-1109

(viel bessere astrometrische Genauigkeit: 300 Mikrobogensekunden, 16 Jahre Messzeit)

Stern S2

Große Bahnhalbachse $\alpha = 0,123''$

Umlaufzeit $T = 15,8$ a

Abstand zum galaktischen Zentrum $r \approx 8,33$ kpc

$$a = \tan \alpha \cdot r$$

$$a = \tan\left(\frac{0,123}{3600''/\circ}\right) \cdot 8330 \cdot 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$$

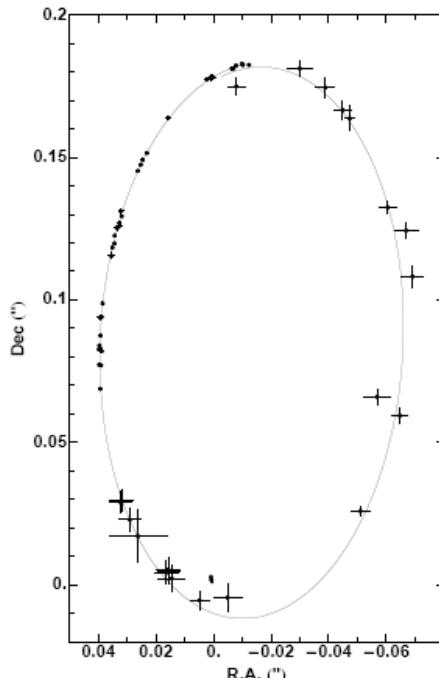
$$a = 1,5329 \cdot 10^{14} \text{ m.}$$

$$M = \frac{a^3}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma}$$

$$M = \frac{(1,5329 \cdot 10^{14} \text{ m})^3}{(15,8 \cdot 365,25 \cdot 86400 \text{ s})^2} \cdot \frac{4\pi^2}{6,6743 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}} \approx 8,57 \cdot 10^{36} \text{ kg,}$$

$$\underline{\underline{M \approx 4,31 \cdot 10^6 M_S.}}$$

→ Zentralmasse: 4,31 Mio Sonnenmassen



Eine Bogensekunde ("') entspricht dem 1/3600-ten Teil eines Grads.

Ein Millimeterabstand auf dem Lineal muss aus einer Entfernung von ca. 200 m (206,265 m) betrachtet werden, wenn man ihn unter einem Winkel von 1" sehen will.

Für den Kreis gilt:

$$\frac{b}{u} = \frac{1''}{360^\circ}.$$

$$\frac{b}{2\pi \cdot R} = \frac{1''}{360^\circ}$$

$$R = \frac{b \cdot 360^\circ}{2\pi \cdot 1/3600^\circ}$$

$$R = \frac{1 \text{ mm} \cdot 360 \cdot 3600}{2\pi}$$

$$\underline{\underline{R \approx 206.265 \text{ mm}}}$$