Binärzahlen - Grundlagen

Agentin Nü und Agent Mü, zwei Geheimdienstler im Zeichen der Krone Ihrer Majestät, der großen Zahl Pi, stehen vor einem Rätsel. Sie haben den Teil einer verschlüsselten Nachricht erhalten, den du in der Abbildung siehst. Während Agent Mü noch nachdenkt, hat Agentin Nü schon eine Idee, denn auf dem Boden lagen auch noch die unten abgebildeten Karten voller Buchstaben und je einer Zahl.

„Das hat bestimmt etwas mit den Binärzahlen zu tun...!?“, denkt Agentin Nü laut nach.

12 18 14 14 18 19 03 18 12 07

Bild: Eigenes

„Aber was??“, rätselt Agent Mü und auch Nü hat keine Antwort darauf. Kannst du helfen?

A B **C** D **E** **F** G **H** **I** J **K** **4** L M N **O** P Q **R** S T U V **W** **X** Y **Z**	**A** **B** C D **E** F **G** H I **J** K **3** L **M** N O P Q R **S** T **U** **V** **W** X Y **Z**	**A** B **C** **D** E **F** G H I **J** K **2** **L** **M** N O **P** Q **R** **S** T U V W **X** **Y** Z	A **B** **C** D **E** F G H **I** **J** K **1** **L** M **N** **O** **P** Q **R** **S** **T** **U** V W X Y Z	**A** B **C** D E **F** G **H** I **J** K **0** L M **N** **O** **P** **Q** R S T **U** **V** W X **Y** **Z**

Deine Aufträge:

1. *Entschlüssele den Code. Wenn du einige Minuten nicht weiterkommst, wende dich an dein Hauptquartier (=Lehrerpult), dort gibt es durchnummerierte Hilfekärtchen. Nimm aber nur das jeweils nächste Kärtchen, nicht alle auf einmal. Beginne mit Hilfekärtchen 1.*

   Entschlüsselter Code: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

2. *a.) Erkläre am Beispiel der Zahl 18, wie man zum zugehörigen Buchstaben kommt.b.) Beschreibe, wie man die Zahl zum Buchstaben F bekommt, wenn man sie verschlüsseln möchte.*

   c.) Lege eine vollständige Dechiffriertabelle für die Kärtchen an, d.h. eine Tabelle, die jedem Buchstaben seine Codezahl zuordnet.*

3. *Die Zahlen auf den Kärtchen sind nicht nur geschickt, falls die Kärtchen einmal durcheinander kommen. Sie haben auch eine mathematische Bedeutung für das Stellenwertsystem der Binärzahlen.*

   Auch hierzu findest du wieder Hilfekärtchen, wenn du nicht weiterkommst.

   a.) Erkläre diese Bedeutung.

   b.) Im Alltag verwenden wir das dezimale Stellensystem. Hier gibt es die gleiche Struktur, das heißt auch hier treten diese Zahlen in ganz ähnlicher Bedeutung auf. Vergleiche das Dezimalsystem und das Binärsystem, gehe dabei insbesondere auf diese Bedeutung ein.

CC BY NC SA

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 1., Hilfekärtchen 1:

Stelle die Zahlen im Binärsystem dar.

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 1., Hilfekärtchen 2:

Du weißt nicht mehr, wie die Binärdarstellung funktioniert? Vielleicht hilft dir ja schon ein einziges Beispiel: Die Zahl 13 schreibt man im Binärsystem beispielsweise so: 1101_2

Nebenbei bemerkt: Es ist wichtig, dass man die Zahlen im zugehörigen Stellenwertsystem liest. Leider gibt es keine einheitliche Schreibweise um kenntlich zu machen, dass man sich im Binärsystem befindet. Wir verwenden hier die Schreibweise mit der tiefgestellten 2 unten rechts. Es gibt aber auch andere Schreibweisen, z.B. eine Klammer mit einer tiefgestellten 2 oder auch nur ein kleines b am Ende der Zahl. Es ist also alles dasselbe, nur anders aufgeschrieben: $1101_2 = (1101)_2 = 1101b$.

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 1., Hilfekärtchen 3:

Erinnerst du dich noch nicht? Kein Problem, hier nochmals die Erklärung zum „Strickmuster“ des Binärsystems. Es besteht nur aus den beiden Ziffern 0 und 1. Deshalb geben die einzelnen Stellen keine Einer, Zehner, Hunderter, …-Stellen an, sondern Einer, Zweier, Vierer, Achter, Sechzehner usw.

Die Stellen werden auch hier von rechts nach links größer. Die Zahl 10011_2 besteht somit – von rechts nach links – aus 1 Einer, 1 Zweier, 0 Vierer, 0 Achter und 1 Sechzehner, stellt also die Zahl 1+2+16=19 im Dezimalsystem dar.

Wandle nun alle Zahlen des Codes in das Binärsystem um. Wenn du weiterhin Schwierigkeiten dabei hast, wende dich an deinen Lehrer.

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 1., Hilfekärtchen 4:

Du hast die Zahl 12 erfolgreich als 1100_2 dargestellt?! Diese könnte, wenn man 5 Stellen berücksichtigen möchte (wegen der 5 Kärtchen), auch als 01100_2 geschrieben werden.
Betrachte nun die Buchstaben genauer: Manche sind normal gedruckt, manche fett. Was könnte das bedeuten?

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 1., Hilfekärtchen 5:

Für die Zahl 12 = 01100_2 : Suche nach dem Buchstaben, der auf den Kärtchen 4, 1 und 0 normal-, und auf den Kärtchen 3 und 2 fettgedruckt dargestellt ist. Dies ist nur der Buchstabe M.
Fahre so mit den anderen Zahlen fort.

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 4., Hilfekärtchen 1:
Die Stellen „Einer, Zweier, Vierer, ...“ können mathematisch auch anders benannt werden. Dabei macht man sich zunutze, dass das Binärsystem immer genau **zwei** Ziffern zur Wahl hat.

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 4., Hilfekärtchen 2:
Du hast Hilfekärtchen 1 gelesen, aber immer noch keine Idee? Dann hier noch ein kleiner Tipp: Stelle zunächst die mathematische Verbindung, zwischen der Zahl 2 und den Stellennamen Zweier, Vierer, Achter, … her. Wie kann man Zwei, Vier, Acht, … mit der Zahl 2 ausdrücken? Du hast es? Was ist dann mit den „Einern“?

Binärzahlen-Grundlagen, Aufgabe 4., Hilfekärtchen 3:
Verwende die Zahl 2 als Basis einer Potenz. Suche nacheinander jeweils einen Exponenten x so, dass 2^x als Ergebnis Sechzehn, Acht, Vier, Zwei und Eins ergibt. Vergleiche deine Ergebnisse mit den Zahlen auf den Kärtchen.

CC BY NC SA

Bild: Eigenes

Binärzahlen[1] - Übungen

Ohne Fleiß, kein Preis. Auch die besten Agenten benötigen ein paar Übungen, selbst wenn sie das System durchschaut haben. Deshalb lauten deine

Aufträge:

1. *Notiere im jeweils anderen Stellenwertsystem:*

Dezimalsystem	2		37		64		127
Binärsystem		101_2		11011_2		110110_2	

2. *a.) Verdopple mindestens vier der Zahlen aus 1. und notiere sie im Binärsystem.*
   b.) Vergleiche die „doppelten“ mit den „einfachen“ Zahlen. Was fällt dir auf?
   c.) Beschreibe kurz: Wie kann man gerade Zahlen im Binärsystem erkennen?
   **d.) Erfinde und erläutere ein Verfahren, um gerade Zahlen im Binärsystem zu halbieren.*

3. *Ein Verfahren zur Umrechnung von dezimaler Schreibweise in die binäre Darstellung, das sich auch leicht programmieren lässt, wird hier am Beispiel der Zahl 41 aufgezeigt:*

Schritt 0:	*41 : 2 = 20 Rest 1*	*→ 1 Einer*	*(= 2^0)*
Schritt 1:	*20 : 2 = 10 Rest 0*	*→ 0 Zweier*	*(= 2^1)*
Schritt 2:	*10 : 2 = 5 Rest 0*	*→ 0 Vierer*	*(= 2^2)*
Schritt 3:	*5 : 2 = 2 Rest 1*	*→ 1 Achter*	*(= 2^3)*
Schritt 4:	*2 : 2 = 1 Rest 0*	*→ 0 Sechzehner*	*(= 2^4)*
Schritt 5:	*1 : 2 = 0 Rest 1*	*→ 1 Zweiunddreißiger*	*(= 2^5)*

   Es folgt (von links nach rechts entspricht von unten nach oben): 41 = 101001_2

   a.) Rechne entsprechend die Zahlen 9, 19, 300 in das Binärsystem um.
   **b.) Erkläre, wie dieses Verfahren funktioniert. Überlege dazu, was die vollen Ergebnisse / die Reste der einzelnen Schritte jeweils mit den Stellennamen „Zweier, Vierer, ...“ zu tun haben.*

4. *** Das Binärsystem heißt auch Zweiersystem und das Dezimalsystem wird auch Zehnersystem genannt. Dies legt schon nahe, dass es noch weitere Stellenwertsysteme gibt. Erstelle entsprechende Regeln für das Dreiersystem und wandle die Zahlen 2, 4, 9, 20 und 33 in dieses System um.*

1 *Leider gibt es keine einheitliche Schreibweise um kenntlich zu machen, dass man sich im Binärsystem befindet. Wir verwenden hier (und auf den folgenden Arbeitsblättern) die Schreibweise mit der tiefgestellten 2 unten rechts. Es gibt aber auch andere Schreibweisen, z.B. eine Klammer mit einer tiefgestellten 2 oder auch nur ein kleines b am Ende der Zahl. Es ist also alles dasselbe, nur anders aufgeschrieben: 1101_2 = $(1101)_2$ = 1101b.*

CC BY NC SA

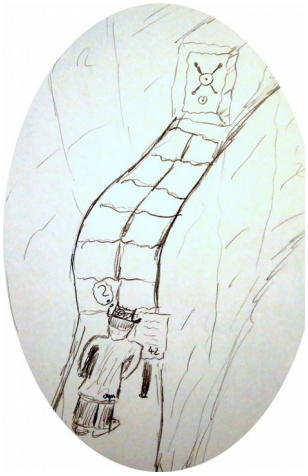
Binärzahlen - Knobelspaß

Agent Mü und Agentin Nü stecken mal wieder in Schwierigkeiten und hätten gerne Hilfe. Aber auch du kannst keine zwei Probleme auf einmal lösen. Doch lies nun zunächst, worum es geht.

Agentin Nü:

Agent Mü ist auf dem Weg zu einem Tresor mit wichtigen Geheimdokumenten. Um diesen öffnen zu können, benötigt er aber noch den zugehörigen Code. Während Agent Mü in der realen Welt unterwegs ist, hat Agentin Nü diesen Code im Internet ermittelt. Nun möchte sie ihn an Agent Mü übertragen. Sie denkt natürlich sofort an die Alphabetkärtchen zum Binärsystem (diese kennst du vom ersten AB).

Agent Mü:



Während Agentin Nü am Schreibtisch fleißig war, hat Agent Mü den Tresor fast erreicht. Er befindet sich kurz vor ihm auf einem schmalen Pfad. Das letzte Stück des Weges führt über sechs Reihen von Steinplatten, die jeweils in eine linke und eine rechte Hälfte geteilt sind. Ein Schild davor trägt die folgende Inschrift: „Der Weg zum Tresor führt nur über die Platten. In jeder der sechs Reihen kann aber nur entweder die l1nke oder die re0hte Platte gefahrlos benutzt werden. Sei dir gewiss, die aufsteigende Antwort auf all deine Probleme ist: 42“

Deine Aufträge:

1. *Entscheide dich, ob du Agentin Nü oder Agent Mü helfen möchtest.*
   Für Agentin Nü: Fahre mit Auftrag 2 fort. *Für Agent Mü: Fahre mit Auftrag 3 fort.*
2. *a.) Ermittle die Code-Zahlen zum Codewort A F F E mithilfe der Kärtchen zum Binärsystem.*

   *b.) Agentin Nü zweifelt nun doch daran, ob die Kärtchen mittlerweile nicht zu vielen Menschen bekannt sind. Sie bittet dich, ein neues Kärtchenset zu erstellen, welches allerdings auf dem Zehnersystem (wahlweise: **Dreiersystem) beruhen soll. Du darfst dazu zehn (**drei) verschiedene Farben verwenden, denen du die Ziffern 0 bis 9 (**0 bis 2) zuordnen darfst.Verschlüssle anschließend das Codewort A F F E mit deinen Kärtchen.*
   Fahre dann mit Auftrag 4 fort.
3. *a.) Hilf Agent Mü auf seinem Weg zum Tresor. Welche Platten kann er gefahrlos betreten? Erkläre deine Antwort.*

   *b.) So wie dieses Problem für Agent Mü kann man viele geheimnisvolle Rätsel, Schatzlabyrinthe, … erstellen. Sie bestehen immer aus einer Verkettung aus zwei Möglichkeiten, zum Beispiel Links-Rechts, Oben-Unten, Rot-Grün, usw. Erstelle ein ganz Eigenes dieser Art, du kannst dabei deiner Fantasie freien Lauf lassen (Wahlweise: **Verwende das Dreiersystem, dann hast du jeweils eine Möglichkeit mehr für die einzelnen Ebenen der Verkettung zur Verfügung).*
   Fahre dann mit Auftrag 4 fort.
4. *Suche dir ein bis zwei Mitschülerinnen oder Mitschüler, die gleich weit sind. Präsentiert und kontrolliert gegenseitig eure Arbeiten aus 2 oder 3.*

Bilder: Eigene

Binärzahlen-Knobelspaß, Aufgabe 2b., Hilfekärtchen 1:
Du benötigst tatsächlich nur 2 Kärtchen im Zehnersystem!

Binärzahlen-Knobelspaß, Aufgabe 2b., Hilfekärtchen 2:
Ein Kärtchen gibt die Zehnerstelle an. Da es 26 Buchstaben gibt, benötigst du drei der zehn Farben, je eine für 0, 1, und 2 , wenn du die Zahlen zwischen 1 und 26 vergibst. Du kannst aber auch jede beliebige Zahl zwischen 0 und 99 verwenden, wichtig ist, dass jede Zahl nur mit höchstens einem Buchstaben belegt wird, d.h. 74 der 100 Zahlen bleiben unbelegt. So wird auch das „Zehnerkärtchen“ bunter.