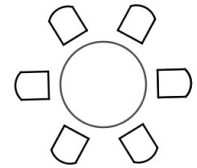




1. Gipfeltreffen

Bei einem „G7“-Treffen fehlt der Präsident der USA. Die übrigen sechs Staats- und Regierungschefs von **D**eutschland, **E**ngland, **F**rankreich, **I**talien, **J**apan, **K**anada sind angereist und sollen am runden Tisch Platz nehmen. Das ist schwierig, da es „Verstimmungen“ gibt, und zwar zwischen D und E, zwischen E und F, zwischen I und E, zwischen F und K sowie zwischen I und J. Daher sollen die betroffenen Staatschefs nicht direkt nebeneinander sitzen. Findest du eine passende Sitzordnung? Wie viele mögliche Sitzordnungen gibt es? Zeichne auch einen passenden Graphen.



2. Hängebrücke

Anna, **Bernd**, **Clara** und **David** müssen nachts eine gefährliche Hängebrücke passieren, haben aber nur eine Taschenlampe dabei, die sie einander weitergeben. Die alte Brücke trägt höchstens zwei Personen. Sie benötigen (wegen Höhenangst, Fußschmerzen und Nachtblindheit) unterschiedlich viel Zeit und wollen möglichst schnell nach Hause. Für eine Überquerung (in Hin- oder Rückrichtung) benötigt **Anna** 5, **Bernd** 10, **Clara** 20 und **David** 25 Minuten. Wie lange benötigen sie mindestens und wie oft muss die Brücke dabei überquert werden? Stelle deine Lösung mit einem Graphen übersichtlich dar.

3. Heikle Überfahrt

Edda ist mit **Fritz** und **Gerda** mit **Horst** zusammen. Die beiden befreundeten Pärchen machen einen Ausflug und kommen an einen Fluss, den sie mit einem alten Boot überqueren müssen, in dem höchstens 2 Personen Platz finden. Die beiden Freundinnen sind ziemlich eifersüchtig und um keine Krise zu riskieren einigen sie sich darauf, dass keine im Boot oder am Ufer mit dem Partner der anderen alleine sein darf. Wie sieht ihr Plan aus? Veranschauliche deine Lösung mit einem Graphen.

4. Klassenfahrt

10 Schülerinnen sitzen am ersten, 8 Schüler am zweiten und die beiden Lehrer am dritten Tisch. Der Wirt bringt einen vollen 10-Liter-Krug mit Eistee und zwei leere Krüge, die 5 Liter bzw. 3 Liter fassen. Er weiß, dass der Tee durch Umgießen gerecht auf die 20 Personen verteilt werden kann, so dass für jeden Tisch ein passender Krug vorhanden ist. Wie viele Schritte sind nötig?



5. Halbe Menge

a) Thomas hat einen vollen 16-Liter-Krug, dessen Inhalt halbiert werden soll. Es stehen ihm noch zwei leere Krüge zur Verfügung: ein 10-Liter- und ein 6-Liter-Krug. Wie viele Umschüttungen braucht er mindestens? Stelle die Schritte übersichtlich dar.
b) Nun sollen 12 Liter Apfelsaft halbiert werden, die sich in einem großen Krug befinden. Neben dem 12-Liter-Krug sind zwei leere Krüge mit 7 bzw. 5 Liter Fassungsvermögen vorhanden. Schaffst du es in nur 11 Schritten?

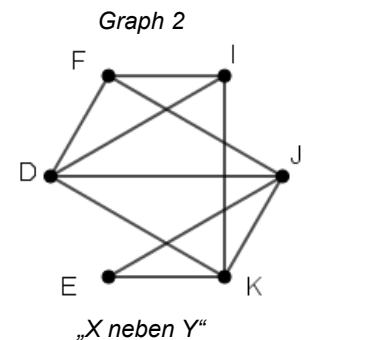
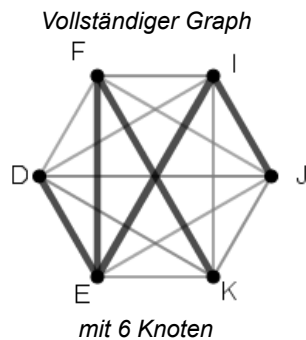
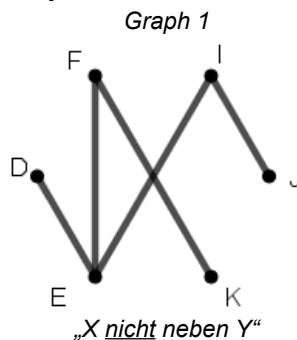
6. Viele Fahrten ...

Drei Erwachsene und drei Kinder wollen einen Fluss mit möglichst wenig Fahrten überqueren. Das kleine Boot fasst allerdings nur einen Erwachsenen oder höchstens zwei Kinder. Wie viele Überfahrten sind erforderlich?

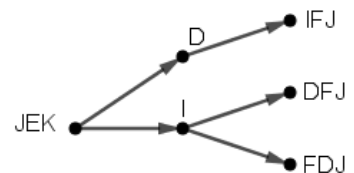


Lösungen

1. Gipfeltreffen

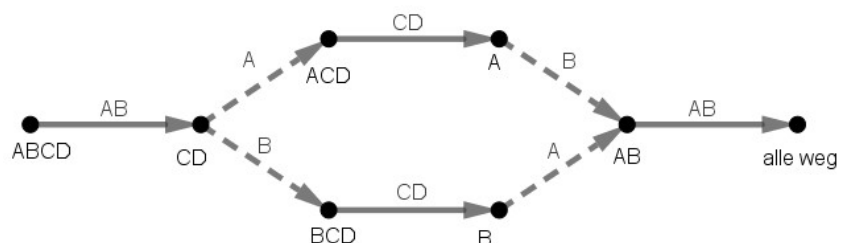


Graph 2 ist *hamiltonsch*. Es gibt die drei Hamiltonkreise DFIKEJD, DFJEKID, DIFJEKD, die den möglichen Sitzordnungen entsprechen. E hat die Ordnung 2 und muss daher zwischen J und K liegen, die Sequenz JEK steht also fest. Ausgehend von JEK lassen sich die drei Hamiltonkreise wie rechts angedeutet kombinatorisch ermitteln.



2. Hängebrücke

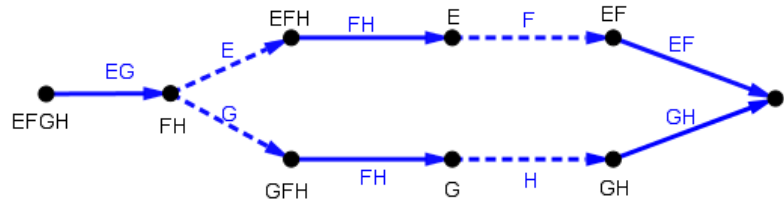
Sie brauchen mindestens 60 Minuten. Die beiden dargestellten Abfolgen mit jeweils mindestens fünf Schritten sind möglich.



3. Heikle Überfahrt ,4 Fälle:

- 1) die Jungen starten
 - 2) die Mädchen starten
 - 3) Pärchen EF beginnt
 - 4) Pärchen GH beginnt
- Jeder dieser Fälle hat 4 Varianten, wie hier beispielhaft

für 2) zu sehen ist. Insgesamt gibt es damit 16 Möglichkeiten. In allen Fällen sind jeweils 5 Überquerungen erforderlich.



4. Klassenfahrt...

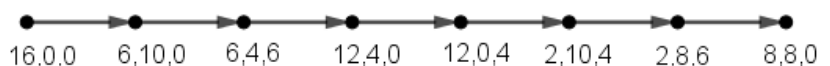
Die Zahlen geben jeweils die Füllstände der drei Krüge an (in der Reihenfolge 10l, 5l, 3l).

An den Tischen werden 5l, 4l und 1l Eistee benötigt. Dies gelingt mit 4 Umschüttungen. Der 5l-Krug ist dann voll und wird auf den ersten Tisch gestellt ...



5. Halbe Menge

a) mind. 7 Schritte:



b) mind. 11 Schritte:



6. Viele Fahrten ...

Um einen Erwachsenen ans andere Ufer zu bringen und das Boot wieder bereit zu stellen, sind 4 Fahrten nötig (KK hin, K zurück, EK hin, K zurück). Diese Folge von 4 Fahrten wird dreimal wiederholt. Danach brauchen die 3 Kinder noch 3 Fahrten, bis alle am anderen Ufer sind (KK hin, K zurück, KK hin). Insgesamt sind also $3 \cdot 4 + 3 = 15$ Fahrten erforderlich.



Ergänzende Hinweise für die Lehrerin / den Lehrer

1. Gipfeltreffen

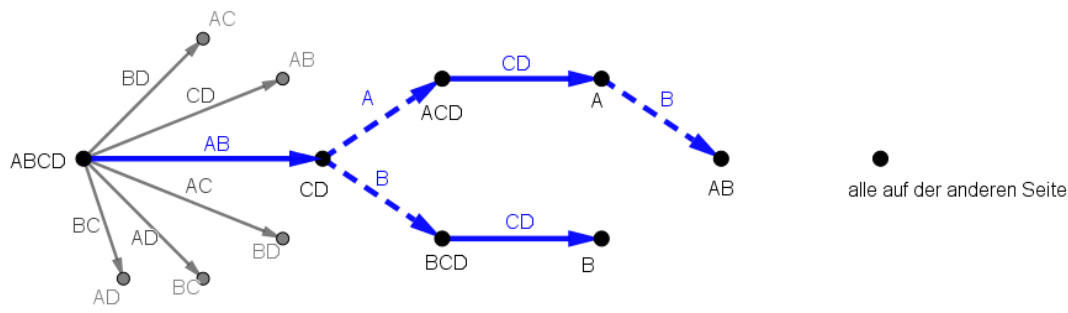
In der „G7“-Runde ist nicht England, sondern das Vereinigte Königreich Mitglied. Aus Gründen einer übersichtlicheren Darstellung wurde diese Ungenauigkeit in Kauf genommen. Die Europäische Union hat Beobachterstatus.

Die möglichen Reihenfolgen, die allen Bedingungen genügen, können mithilfe der Datei `10_aug_ueb_..._Nr1_mit3kreisen_loesung.ggb` systematisch entwickelt und visualisiert werden, indem die Knoten der Hamiltonzüge sukzessive eingeblendet werden:

Zur Vertiefung könnte auch ein Beziehungsgefüge der kompletten G7-Runde (Graph mit 7 Knoten) oder der erweiterten Runde mit der EU in der Beobachterrolle (8 Knoten) betrachtet werden. Auch der Auftrag, eigene Rätsel dieser Art zu erstellen, kann zur individuellen Vertiefung genutzt werden.

2. Hängebrücke

Die Visualisierung ist mit der Datei `10_aug_ueb_..._Nr2_loesung.ggb` möglich:



3. Heikle Überfahrt

Dieses Problem wird für den Unterricht zu komplex, wenn man alle Varianten behandeln würde, daher sollten nur von den SchülerInnen und Schülern erstellte Lösungsgraphen für einen der 4 Fälle betrachtet werden, die bei der Besprechung präsentiert werden. Die Datei `10_aug_ueb_logik_mit_graphen_Nr3_loesung.ggb` liefert einen Überblick über alle 16 Varianten, die sich teilweise nur geringfügig unterscheiden und kann bei Bedarf zur Unterstützung oder Reflexion eingesetzt werden.

Es handelt sich dabei um keinen Graphen, der die Situation komplett beschreibt. Bestimmte Zustände (Knoten) tauchen mehrmals an verschiedenen Stellen auf (z.B. EFH). Die Kantenzüge enden auch in unterschiedlichen „Zielknoten“. Es bleibt aber übersichtlicher, wenn man die Fälle einzeln betrachtet.

4. Klassenfahrt

Einfache Übungsaufgabe mit der Besonderheit, dass hier keine Halbierung gewünscht ist, sondern durch den Kontext nach einer ganz speziellen Aufteilung gesucht wird, zu der man bereits nach 4 Schritten gelangt.

5. Halbe Menge

Die Lösungen lassen sich wie beschrieben graphisch ermitteln, in dem man auf einem geeigneten Parallelogrammraster Kantenzüge einzeichnet.¹

6. Viele Fahrten ...

Abschließend können auch die Grenzen der Visualisierung mit Graphen in den Blick genommen werden. Hier bietet es sich an, mit den wiederkehrenden Teilsequenzen zu argumentieren statt einen kompletten Graphen zu zeichnen.

¹ Details hierzu sind in der Datei `02_aug_unterrichtsverlauf.odt` im Ordner 01_hintergrund zu finden.