

Kopfgeometrie – Vorbemerkung

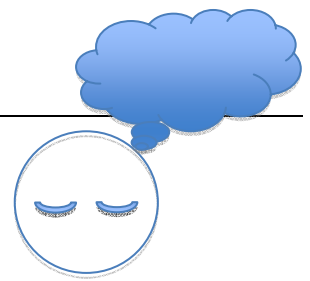
Kopfgeometrie lässt sich wie das Kopfrechnen regelmäßig in den Unterricht einbauen, z. B. zu Beginn einer Stunde alle 14 Tage oder wöchentlich während einer Phase von ein bis zwei Monaten.

Ziele:

Die Schülerinnen und Schüler lernen und üben, Vorstellungen zu entwickeln über geometrische Zusammenhänge. Begriffe werden angewendet und wiederholt. Zusammenhänge werden klar. Die Verbindung von Bruchrechnung und Geometrie sowie Algebra (Terme und Gleichungen) und Geometrie hilft, algebraische Zusammenhänge zu verstehen und Formeln einsichtig zu machen oder sogar selbst zu entwickeln.

Mit einem Blatt Papier können die Ergebnisse einfach haptisch verifiziert werden. Nebenbei gibt es kleine Rechenübungen.

Gerade bei unruhigen Klassen kann mit den Kopfübungen Konzentration und Ruhe gefördert werden.



Kopfgeometrie

Die Schülerinnen und Schüler sollen die Augen dabei schließen und nicht sprechen. Erst am Ende einer Aufgabe/einer Teilaufgabe werden die Ergebnisse kontrolliert/besprochen.

In der Vorstellung eine Streichholzschachtel aus einer vorgegebenen Ausgangsposition drehen, z. B. nach hinten, nach rechts, nach links, nach vorne ... Wie steht sie dann?	
Ein Quadrat mit der Seitenlänge 13 cm ist gegeben. Wie groß ist der Flächeninhalt? Wie groß ist der Umfang?	$A = 169 \text{ cm}^2$ $u = 52 \text{ cm}$
Ein Rechteck hat die Seitenlängen 6 cm und 12 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt?	$A = 72 \text{ cm}^2$
Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn auf jeder Seite 2 cm abgeschnitten werden? Wie groß ist die abgeschnittene Fläche?	$A = 40 \text{ cm}^2$ $A = (72 - 40) \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$ oder $A = (2 \cdot 6 + 2 \cdot 10) \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$
Ein Rechteck hat die Seitenlängen a und b. Wie groß ist der Flächeninhalt (ausgedrückt mit a und b)?	$A = a \cdot b$
Wie groß ist der Flächeninhalt, wenn auf jeder Seite zwei Einheiten abgeschnitten werden (ausgedrückt mit a und b)?	$A = (a - 2) \cdot (b - 2)$ $A = a \cdot b - (a - 2) \cdot (b - 2)$
Wie groß ist die abgeschnittene Fläche (ausgedrückt mit a und b)?	oder $A = (2 \cdot a + 2 \cdot (b - 2))$
Ein Rechteck aus Papier hat die Seitenlängen 8 cm und 14 cm. Wie groß ist der Flächeninhalt des Rechtecks? Wie groß ist der Umfang?	$A = 112 \text{ cm}^2$ $u = 44 \text{ cm}$
Das Rechteck wird so zusammenge faltet , dass die längere Seite halbiert wird. Wie lang sind die Seiten jetzt?	7 cm, 8 cm
Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen (doppelt liegenden) Rechtecks?	$A = 56 \text{ cm}^2$

<p>Ich habe ein Dreieck aus Papier. Die Grundseite hat die Länge 10 cm, die Höhe ist 5 cm lang. Wie groß ist der Flächeninhalt?</p> <p>Nehmen wir an, ich schaffe es, das Dreieck so zusammenzufalten, dass ich ein Rechteck erhalte und überall das Papier genau doppelt liegt: Wie groß ist dann der Flächeninhalt dieses (doppelt liegenden) Rechtecks?</p>	$A_D = \frac{10 \cdot 5}{2} \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2$ $A_D = \frac{25}{2} \text{ cm}^2 = 12,5 \text{ cm}^2$
<p>Stell dir vor, du hast ein Rechteck. Du faltest das Rechteck so, dass du die kurzen gegenüberliegenden Seiten aufeinander legst. Jetzt nimmst du das so entstandene neue Rechteck, legst die kurzen Seiten wieder aufeinander. Mit dem neuen Rechteck machst du dasselbe: Du legst die kurzen Seiten wieder aufeinander.</p> <p>Wie viele Papierlagen liegen jetzt aufeinander?</p> <p>Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Rechtecks im Vergleich zu deinem Ausgangsrechteck?</p> <p>Wie groß sind die Seitenlängen im Vergleich zu deinem Ausgangsrechteck?</p>	<p>8</p> <p>Ein Achtel des ursprünglichen Rechtecks</p> <p>Die längere Seite wird geviertelt, die kürzere halbiert.</p>
<p>Welchen Flächeninhalt haben zwei gleich große nebeneinander liegende Rechtecke mit den Kanten a und h?</p> <p>Wie groß ist der gesamte Umfang der nebeneinander liegenden Rechtecke?</p>	$A = 2 \cdot a \cdot h$ $u = 4 \cdot a + 2 \cdot h \quad \text{bzw.}$ $u = 4 \cdot h + 2 \cdot a$
<p>Stell dir vor, du hast eine Raute aus Papier in der Hand. Falte die beiden Diagonalen und klappe das Blatt wieder auf. Falte jetzt das Papier an einer Diagonalen zusammen. Welche Form erhältst du? Kannst du besondere Eigenschaften erkennen?</p>	<p>Gleichschenkliges Dreieck</p>

<p>Du hast ein Quadrat aus Papier, dessen Vorderseite weiß und dessen Rückseite farbig ist. Falte eine Ecke bis zur Mitte. Vergleiche die Größe der weißen und der farbigen Fläche.</p> <p>Welchen Anteil (Bruch) von dem ganzen Quadrat hat die farbige Fläche?</p> <p>Du faltest jetzt die gegenüberliegende Ecke auch zur Mitte. Vergleiche die weißen und die farbigen Flächen.</p>	<p>Die weiße Fläche ist sechsmal so groß wie die farbige Fläche.</p> <p>Ein Achtel</p> <p>Die beiden weißen Flächen sind insgesamt doppelt so groß wie die beiden farbigen Flächen zusammen.</p>
<p>Du hast ein Quadrat aus Papier, dessen Vorderseite weiß und dessen Rückseite farbig ist. Erzeuge eine Mittellinie, indem du zwei gegenüberliegende Kanten aufeinander faltest. Falte das Papier wieder auf und falte eine Seitenkante auf die Mittellinie. Vergleiche die Größe der weißen und der farbigen Fläche.</p> <p>Wenn die Seitenlängen des Quadrats $a = 12 \text{ cm}$ sind, wie groß ist dann der Flächeninhalt der farbigen Fläche?</p> <p>Wie groß ist der Flächeninhalt der farbigen Fläche mit Hilfe von a ausgedrückt?</p> <p>Wie groß ist der Flächeninhalt der weißen Fläche mit Hilfe von a ausgedrückt?</p>	<p>Die farbige Fläche ist halb so groß wie die weiße.</p> $A = 3 \cdot 12 \text{ cm}^2 = 36 \text{ cm}^2$ $A_{\text{Farbe}} = \frac{1}{4} \cdot a \cdot a = \frac{1}{4} a^2$ $A_{\text{weiß}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{1}{2} a^2$
<p>Du hast ein Quadrat aus Papier, dessen Vorderseite weiß und dessen Rückseite farbig ist. Erzeuge eine Mittellinie, indem du zwei gegenüberliegende Kanten aufeinander faltest. Falte das Papier wieder auf und falte eine Seitenkante auf die Mittellinie. Falte das Blatt wieder auf, drehe das Blatt um 90°, erzeuge die zweite Mittellinie des Quadrats, falte das Blatt auf und falte anschließend wieder eine Seitenkante auf diese zweite Mittellinie. Falte das Blatt auf.</p> <p>Welches Muster, welche Flächen hast du mit den Faltlinien erzeugt?</p>	<p>Vier kleine Quadrate, ein großes Quadrat und vier gleiche Rechtecke</p>

<p>Wenn du die Diagonale des kleinen Quadrats erzeugst, indem du die Ecke Richtung Mitte faltest, erhältst du ein farbiges Dreieck. Welchen Anteil (Bruch) von dem ganzen Quadrat hat die farbigte Fläche?</p>	<p>Ein Zweiunddreißigstel</p>
<p>Du hast ein Quadrat aus Papier, dessen Vorderseite weiß und dessen Rückseite farbig ist. Nimm eine Ecke des Quadrats und lege sie auf die gegenüberliegende Ecke. Beschreibe die Eigenschaften der so erhaltenen Fläche.</p>	<p>Gleichschenkliges rechtwinkliges Dreieck, Basiswinkel 45°</p>