

## Efronsche Würfel

### Hinweise für die Lehrkraft

Die Schülerinnen und Schüler spielen in Zweierteams. Pro Team benötigt man einen Satz der vier Efronschen Würfel und für jede Schülerin bzw. jeden Schüler ein Arbeitsblatt. Die Lehrkraft fertigt die Folie „Würfelnetze“ an.



Zur Herstellung der Würfel kann die Bastelvorlage verwendet werden. Zur besseren Unterscheidung der vier Würfel können diese aus verschiedenfarbigem Papier erstellt werden. Eine Alternative können auch leere Holzwürfel sein, die gemäß der Bastelanleitung mit den notwendigen Augenzahlen versehen werden.

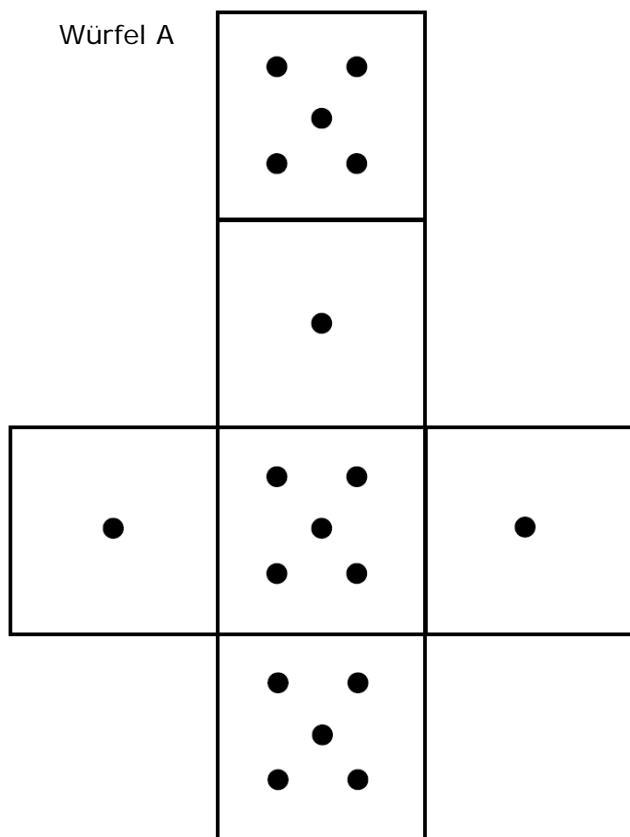
### Einsatz im Unterricht

Die Lehrkraft legt die Folie „Würfelnetze“ auf und stellt die vier Efronschen Würfel vor. Die Würfel sind zur Unterscheidung mit A, B, C, D bezeichnet. Dann werden Zweierteams gebildet. Diese führen gemäß der Anleitung mehrere Spielrunden durch. Im Anschluss an die Spielrunden wird in den Teams diskutiert, ob es einen Würfel gibt, mit dem man immer gewinnen kann.

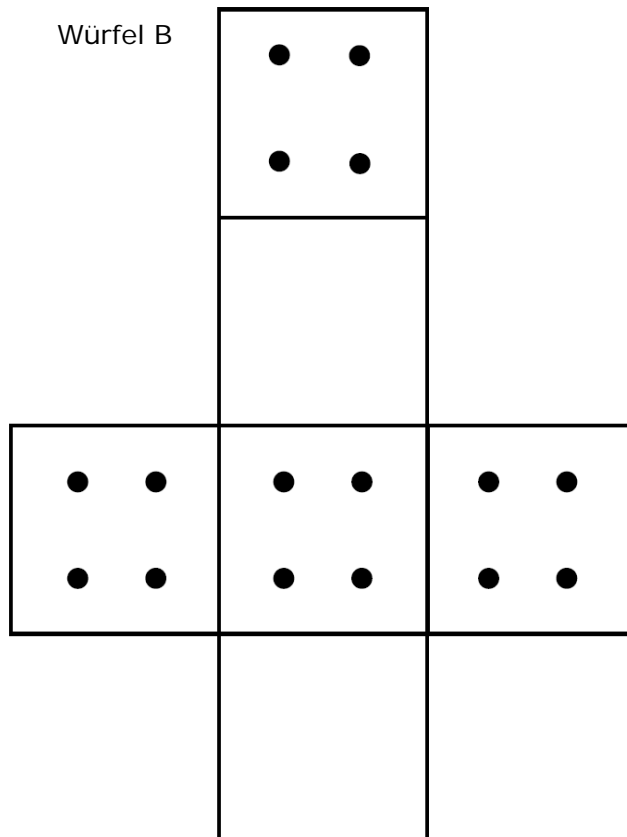
Anschließend berechnen die Schülerinnen und Schüler jeweils die Gewinnwahrscheinlichkeit mit Hilfe der Pfadregeln. Nach der Bearbeitung und Besprechung des Arbeitsblattes wird das Würfelspiel ein weiteres Mal durchgeführt.

## Würfelnetze – Folie

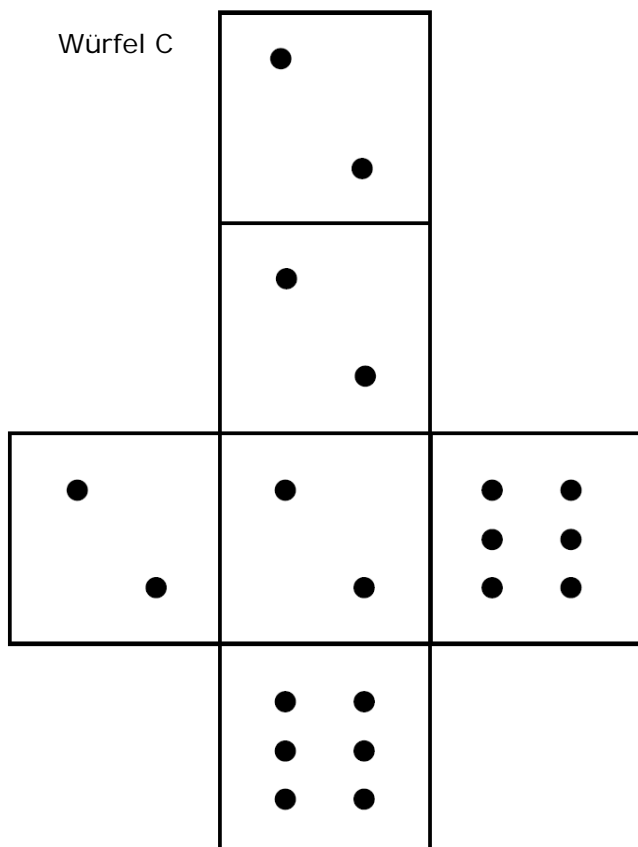
Würfel A



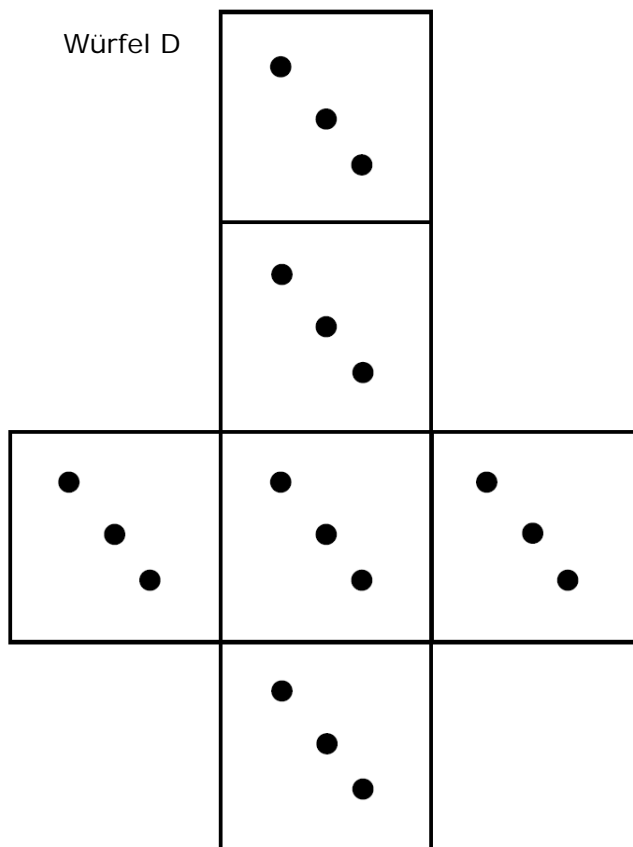
Würfel B



Würfel C



Würfel D



## Efronsche Würfel - Arbeitsblatt

### Aufgabe 1

Eine Spielrunde sieht so aus: Eine Person wählt einen Würfel aus und würfelt. Anschließend wählt die zweite Person einen der verbleibenden Würfel und würfelt ebenfalls. Ziel ist es, eine höhere Augenzahl zu würfeln.

Führt mindestens zehn solcher Spielrunden durch und notiert jeweils eure Würfelwahl und den Gewinnerwürfel.

### Aufgabe 2

Diskutiert in eurem Team, ob es einen Würfel gibt, mit dem man immer gewinnen kann. Notiert euer Ergebnis.

### Aufgabe 3

Angenommen, dein Partner bzw. deine Partnerin hat als erstes den Würfel A gewählt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass du gewinnst, wenn du Würfel B (oder Würfel C oder Würfel D) wählst. Trage die Wahrscheinlichkeiten in die Tabelle ein. Welchen Würfel solltest du wählen, um gegen A zu gewinnen? Markiere dieses Feld farbig in der Tabelle.

Wiederhole das Verfahren nun für den Fall, dass deine Mitspielerin bzw. dein Mitspieler als ersten Würfel den Würfel B wählt.

Führe dann dasselbe für Würfel C und schließlich für Würfel D durch.

E ist hierbei das Ereignis, dass die zweite Person gewinnt.

2. Würfel 1. Würfel	A	B	C	D
	P(E)			
A	x			
B		x		
C			x	
D				x

### Aufgabe 4

Gibt es einen „besten“ Würfel? Begründe!

## Efronsche Würfel – Lösung

### Aufgabe 3

E: Die zweite Person gewinnt.

2. Würfel 1. Würfel	A	B	C	D
	P(E)			
A	x	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
B	$\frac{2}{3}$	x	$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	x	$\frac{2}{3}$
D	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	x

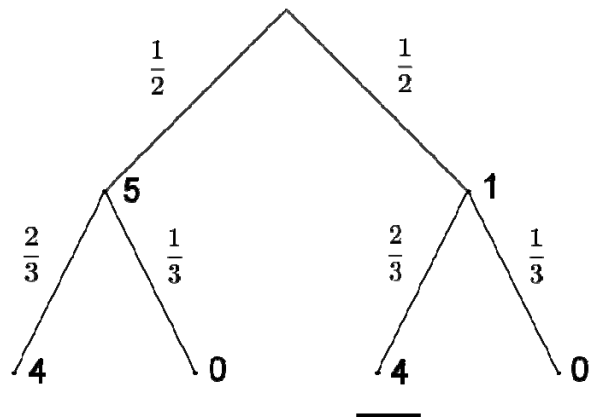
### Aufgabe 4

Unter den vier Würfeln gibt es keinen Würfel, der immer gewinnt. Wenn man folgende Reihenfolge einhält, gewinnt man immer mit einer Wahrscheinlichkeit von über 50 %:

$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$ .

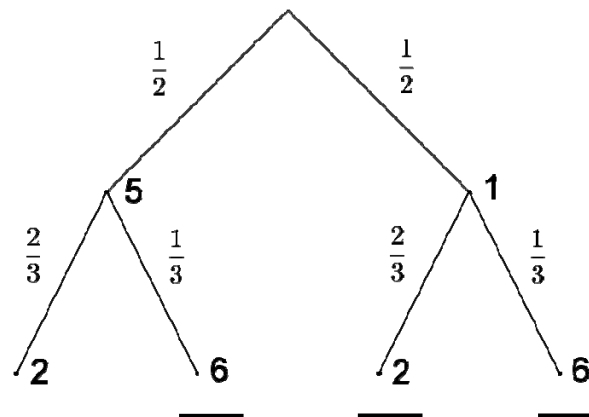
### Baumdiagramme zu Aufgabe 3

Erster Würfel: A  
Zweiter Würfel: B



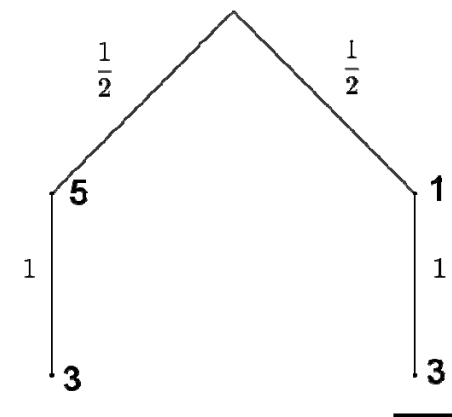
$$P(E) = \frac{1}{3}$$

Erster Würfel: A  
Zweiter Würfel: C



$$P(E) = \frac{2}{3}$$

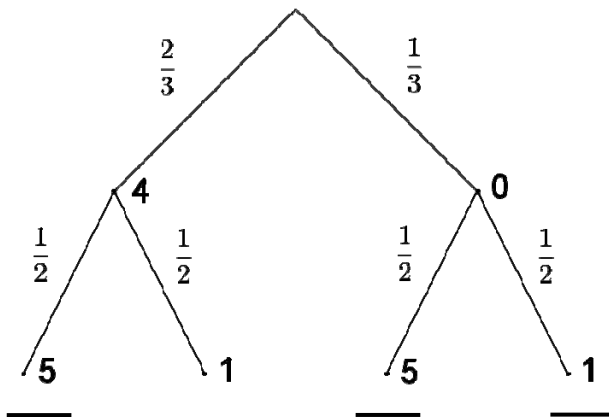
Erster Würfel: A  
Zweiter Würfel: D



$$P(E) = \frac{1}{2}$$

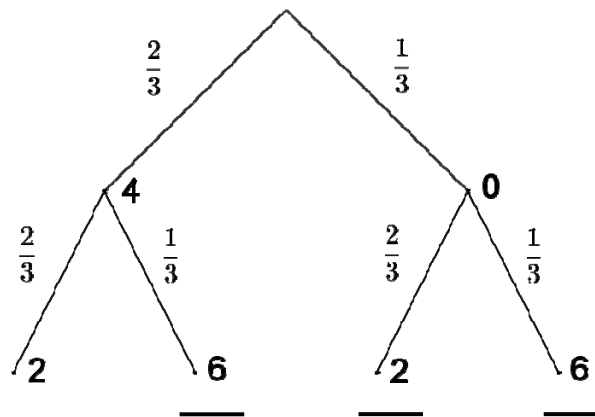
Wenn als erster Würfel A gewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit, mit Würfel C zu gewinnen, am größten.

Erster Würfel: **B**  
Zweiter Würfel: **A**



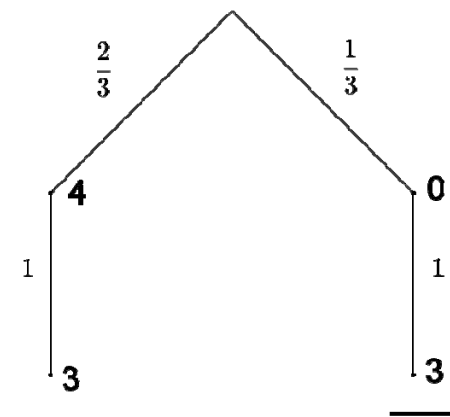
$$P(E) = \frac{2}{3}$$

Erster Würfel: **B**  
Zweiter Würfel: **C**



$$P(E) = \frac{5}{9}$$

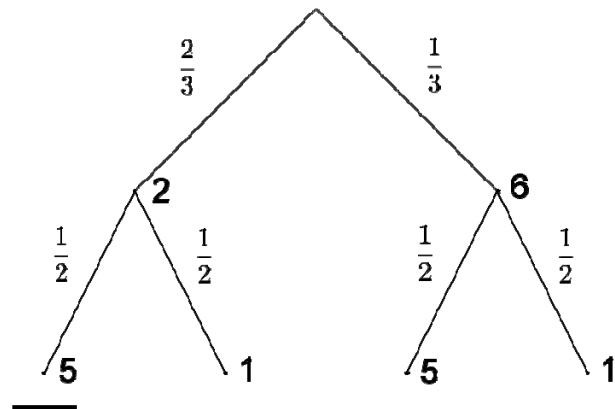
Erster Würfel: **B**  
Zweiter Würfel: **D**



$$P(E) = \frac{1}{3}$$

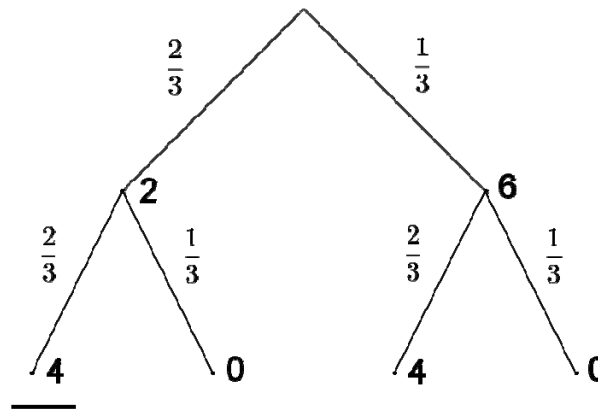
Wenn als erster Würfel B gewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit, mit Würfel A zu gewinnen, am größten.

Erster Würfel: C  
Zweiter Würfel: A



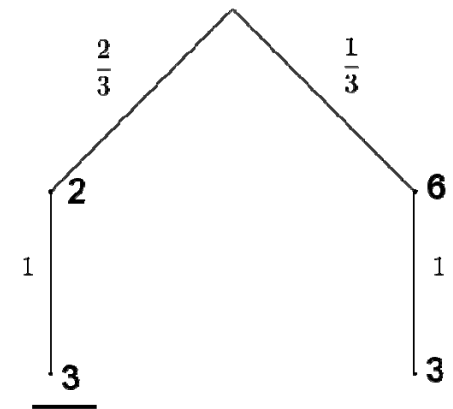
$$P(E) = \frac{1}{3}$$

Erster Würfel: C  
Zweiter Würfel: B



$$P(E) = \frac{4}{9}$$

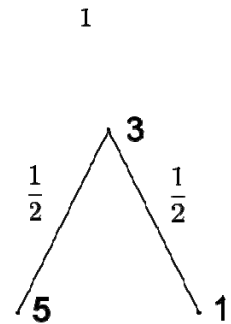
Erster Würfel: C  
Zweiter Würfel: D



$$P(E) = \frac{2}{3}$$

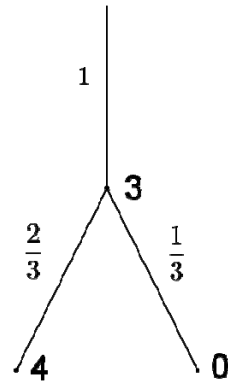
Wenn als erster Würfel C gewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit, mit Würfel D zu gewinnen, am größten.

Erster Würfel: D  
Zweiter Würfel: A



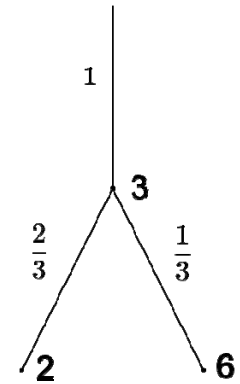
$$P(E) = \frac{1}{2}$$

Erster Würfel: D  
Zweiter Würfel: B



$$P(E) = \frac{2}{3}$$

Erster Würfel: D  
Zweiter Würfel: C



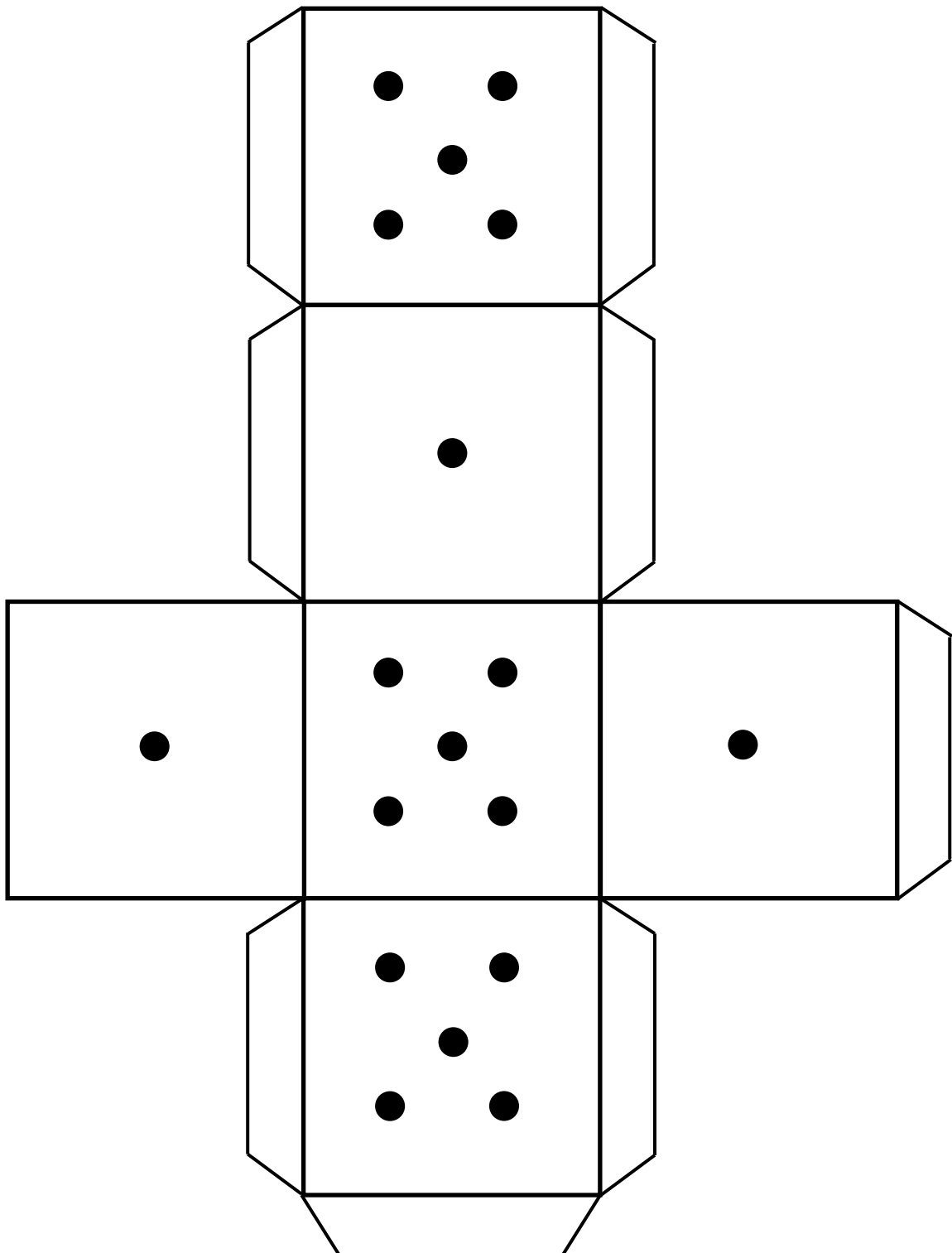
$$P(E) = \frac{1}{3}$$

Wenn als erster Würfel D gewählt wird, ist die Wahrscheinlichkeit, mit Würfel B zu gewinnen, am größten.

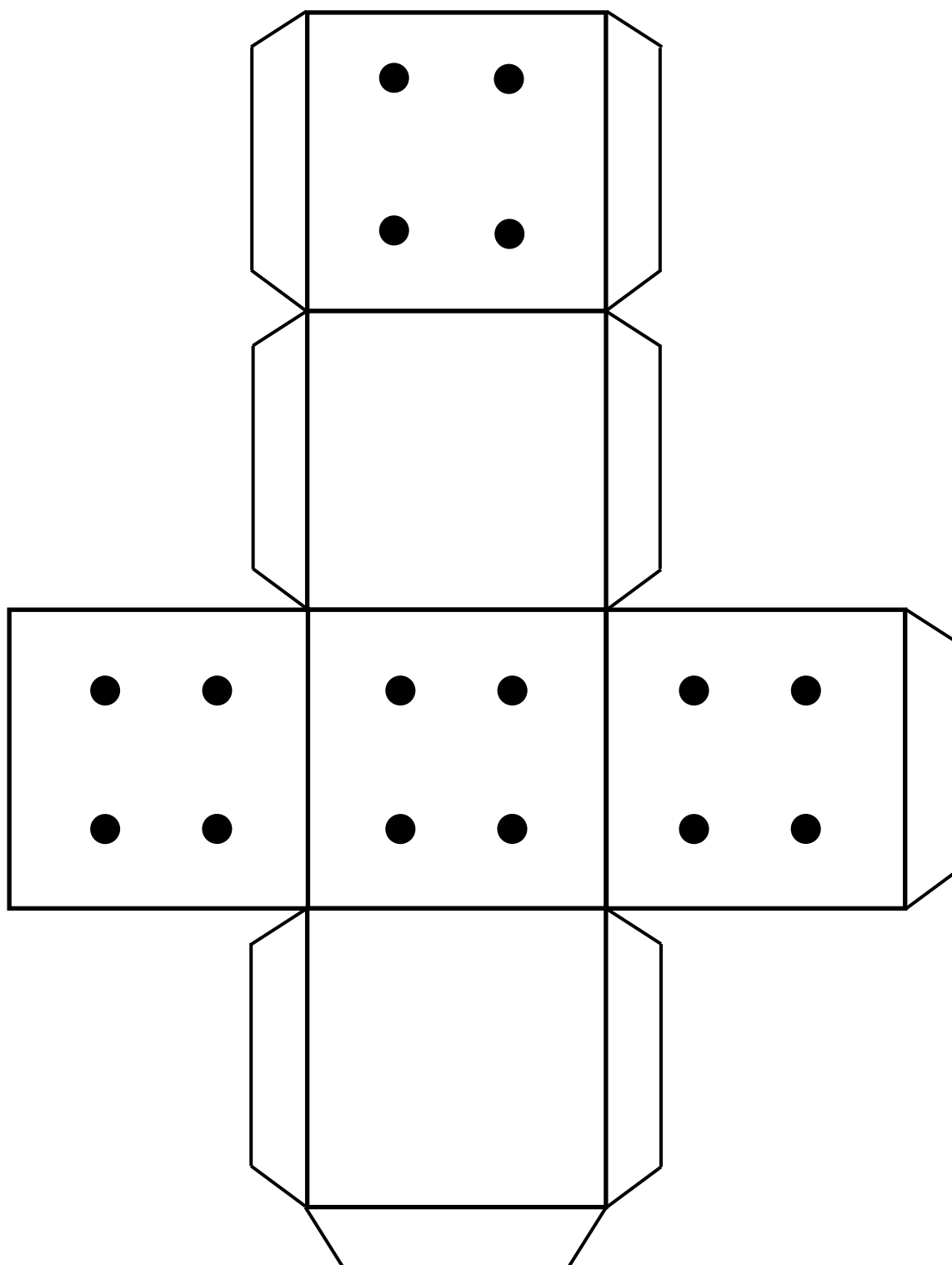


## Efronsche Würfel – Bastelvorlagen

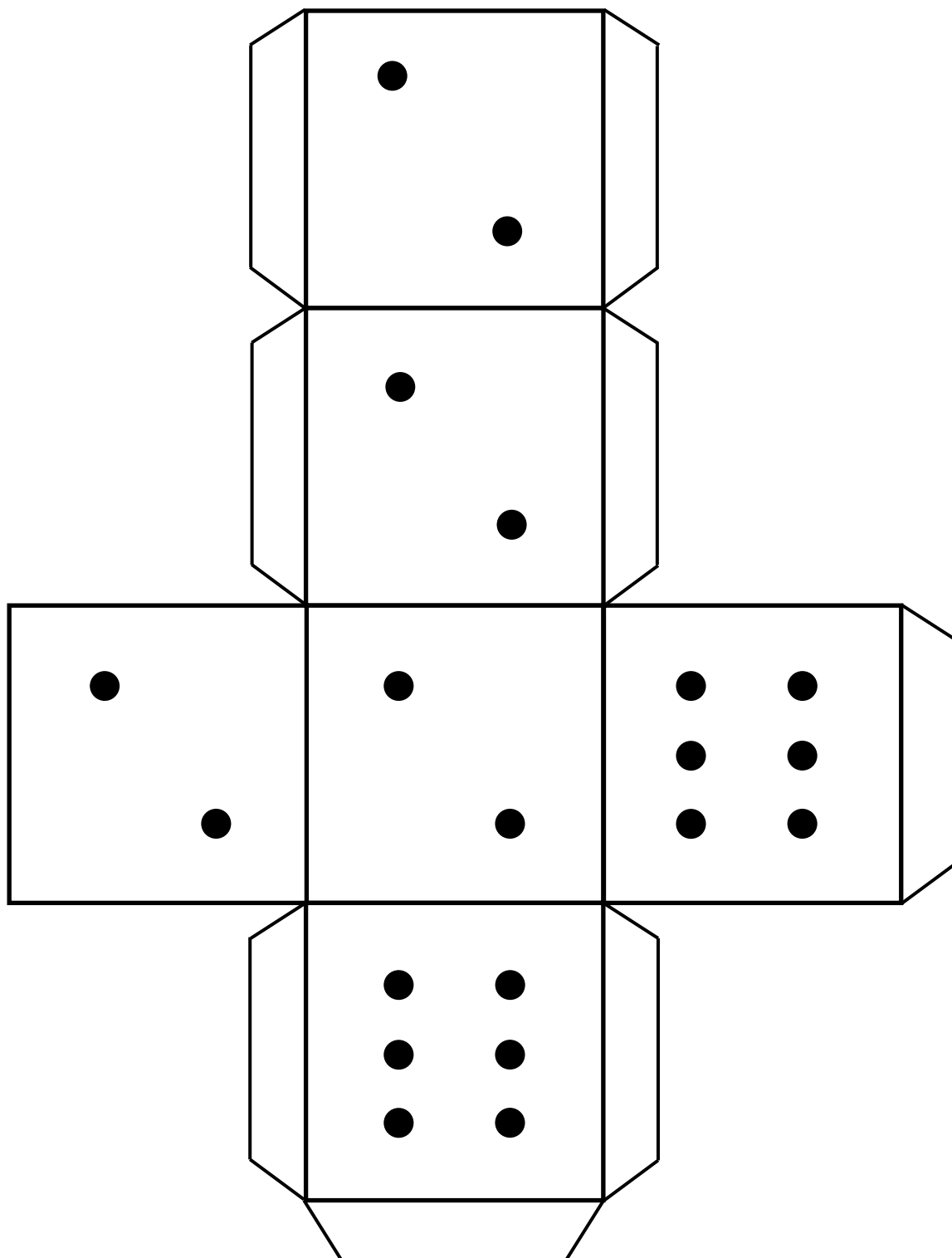
### Würfel A



## Würfel B



## Würfel C



## Würfel D

