

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik
------------	------------------	-------------------------	-------------------

Ziel

Ziel dieses Partnerpuzzles ist es, die Regeln zur Multiplikation und Division von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten zu erarbeiten. Vorausgesetzt wird der Potenzbegriff und die Begriffe Basis bzw. Exponent. Sie sollten zuvor eingeführt worden sein.

Ablauf

Die eine Hälfte der Schülerinnen und Schüler erhält das Arbeitsblatt „Partner 1“, die andere Hälfte das Arbeitsblatt „Partner 2“. Das Arbeitsblatt wird in Stillarbeit selbstständig bearbeitet. Hierzu werden 10 Minuten angesetzt. Anschließend erfolgt innerhalb von ca. 4 Minuten der Austausch des erarbeiteten Inhalts im Tandem, welches sich aus jeweils einem „Partner 1“ und einem „Partner 2“ zusammensetzt. Diese Tandems können auch schon vor der Stillarbeitsphase bestimmt werden. Zur Festigung bearbeiten die Zweierteams im Anschluss die gemeinsamen Aufgaben. Diese Phase soll etwa 15 Minuten in Anspruch nehmen.

Die Potenzregeln können im Anschluss als Tafelaufschrieb festgehalten werden.

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten (Partner 1)

Vorüberlegung

Die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^4 \cdot 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ Faktoren}} = \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Faktoren}} = 2^{\text{---}}$$

Verbinde nun die Rechenaufgaben mit jeweils dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^2 \cdot 2^3$	$7^2 \cdot 7^3$	3^{10}	2^5
$5^{10} \cdot 5^{11}$	$5^1 \cdot 5^{10}$	6^{11}	7^5
$11^3 \cdot 11^2$	$6^8 \cdot 6^3$	5^{11}	$(-5)^7$
$3^4 \cdot 3^6$	$(-5)^4 \cdot (-5)^3$	11^5	5^{21}

Beobachtung

Ergebnis

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{\text{Faktoren}} = a^{\text{---}}$$

Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten (Partner 2)

Vorüberlegung

Die Division von Potenzen mit gleicher Basis kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^5 : 2^3 = \frac{\overbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}^{5 \text{ Faktoren}}}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ Faktoren}}} \stackrel{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{Faktoren}} = 2 \text{---}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils mit dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^4 : 2^3$	$7^3 : 7^2$	3^4	2^1
$5^{10} : 5^2$	$6^8 : 6^3$	6^5	7^1
$5^{12} : 5^{11}$	$(-5)^4 : (-5)^2$	11^2	$(-5)^2$
$11^4 : 11^2$	$3^{10} : 3^6$	5^8	5^1

Beobachtung:

Ergebnis

$$a^n : a^m = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ Faktoren}}} \stackrel{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{\quad \quad \quad}_{\text{Faktoren}} = a \text{---}$$

Gemeinsame Aufgaben

Aufgabe 1

Vereinfache mit Hilfe der beiden gefundenen Potenzrechenregeln folgende Potenzausdrücke!

$$2^3 \cdot 2^2 =$$

$$\frac{4^{10}}{4^8} =$$

$$5^6 \cdot 5^1 : 5^4 =$$

$$\frac{7^5}{7^4} \cdot 7^1 =$$

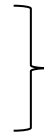
$$3^7 : \frac{3^8}{3^2} =$$

Aufgabe 2

Dividiere 2^3 durch 2^5 .

Mit Potenzregel: $2^3 : 2^5 =$

Ohne Regel durch Kürzen: $\frac{2^3}{2^5} =$



Merke: Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten kann man

$$a^{-n} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Schreibe in Potenzen mit positiven Exponenten um.

$$2^{-3} =$$

$$(-5)^{-5} =$$

$$3 \cdot 4^{-4} =$$

$$100 \cdot 10^{-2} =$$

Aufgabe 3

Zeige, dass die Regeln auch für Potenzen mit negativen Exponenten gelten.

$$2^{-3} \cdot 2^5 =$$

$$\frac{4^{-7}}{4^{-3}} =$$

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis (Partner 1) – Lösung

Vorüberlegungen

Die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^4 \cdot 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{4 \text{ Faktoren}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{5 \text{ Faktoren}} = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{9 \text{ Faktoren}} = 2^9 = 2^{4+5}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$7^2 \cdot 7^3$	7^5	$11^3 \cdot 11^2$	11^5
$5^{10} \cdot 5^{11}$	5^{21}	$2^2 \cdot 2^3$	2^5
$5^1 \cdot 5^{10}$	5^{11}	$6^8 \cdot 6^3$	6^{11}
$3^4 \cdot 3^6$	3^{10}	$(-5)^4 \cdot (-5)^3$	$(-5)^7$

Beobachtung:

Multipliziert man Potenzen mit gleicher Basis, so muss man die Exponenten addieren.

Ergebnis

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(n+m)} = a^{n+m}$$

Division von Potenzen mit gleicher Basis (Partner 2) – Lösung

Vorüberlegungen

Die Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^5 : 2^3 = \frac{\overbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}^{5 \text{ Faktoren}}}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ Faktoren}}} = \underset{2 \text{ Faktoren}}{2 \cdot 2} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils mit dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^4 : 2^3$	2^1	$7^3 : 7^2$	7^1
$5^{10} : 5^2$	5^8	$6^8 : 6^3$	6^5
$5^{12} : 5^{11}$	5^1	$(-5)^4 : (-5)^2$	$(-5)^2$
$11^4 : 11^2$	11^2	$3^{10} : 3^6$	3^4

Beobachtung:

Dividiert man Potenzen mit gleicher Basis, so muss man die Exponenten subtrahieren.

Ergebnis

$$a^n : a^m = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}^{n \text{ Faktoren}}}{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ Faktoren}}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n-m \text{ Faktoren}} = a^{n-m}$$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik
-----	-----------	------------------	------------

Gemeinsame Aufgaben – Lösung

Aufgabe 1

Vereinfache mit Hilfe der beiden gefundenen Potenzrechenregeln folgende Potenzausdrücke!

$$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

$$\frac{4^{10}}{4^8} = 4^{10-8} = 4^2$$

$$5^6 \cdot 5^1 : 5^4 = 5^{6+1-4} = 5^3$$

$$\frac{7^5}{7^4} \cdot 7^1 = 7^{5-4} \cdot 7 = 7^1 \cdot 7 = 7^{1+1} = 7^2$$

$$3^7 : \frac{3^8}{3^2} = 3^7 : 3^{8-2} = 3^7 : 3^6 = 3^{7-6} = 3^1 = 3$$

Aufgabe 2

Dividiere 2^3 durch 2^5 .

Mit Potenzregel:

$$2^3 : 2^5 = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

Ohne Regel durch Kürzen:

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2^3 : 2^5 = 2^{3-5} = 2^{-2} \\ \frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2} \end{array} \right\} 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

Merke: Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten kann man ganzzahlig machen, indem man die Potenz mit positivem Exponenten in den Nenner eines Bruchs mit Zähler 1 schreibt:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Schreibe in Potenzen mit positiven Exponenten um.

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$(-5)^{-5} = \frac{1}{(-5)^5}$$

$$3 \cdot 4^{-4} = \frac{3}{4^4}$$

$$100 \cdot 10^{-2} = \frac{100}{10^2} = 1$$

Aufgabe 3

Zeige, dass die Regeln auch für Potenzen mit negativen Exponenten gelten.

$$2^{-3} \cdot 2^5 = \frac{1}{2^3} \cdot 2^5 = 2^{5-3} = 2^2 = 2^{-3+5}$$

$$\frac{4^{-7}}{4^{-3}} = \frac{1}{4^7} : \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4^7} \cdot \frac{4^3}{1} = 4^{3-7} = 4^{-4} = 4^{-7-(-3)}$$