Vorwort zehnte Klasse

Die Tradition von Kopfübungen und REWUEs (**Re**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben) wird in Klasse 10 weitergeführt. Diese Übungen dienen dazu, die Konzentrationsfähigkeit zu erhöhen, Sicherheit zu geben und gelernte Inhalte wach zu halten.

In den Materialien für die Klasse 8 und 9 haben wir großen Wert auf spielerische Elemente, haptisches Lernmaterial und abwechslungsreiche Übungsformen gelegt. In Klasse 10 verschieben sich die Schwerpunkte der Handreichung, um die Schülerinnen und Schüler auf die Kompetenzanforderungen in der Oberstufe vorzubereiten.

Folgende Fertigkeiten sollen die Schülerinnen und Schüler erwerben:

- Sie üben richtiges Rechnen und können den Rechenweg begründen.
- Sie verknüpfen erlerntes Wissen.
- Sie erkennen Zusammenhänge und können diese anwenden.
- Sie erfahren, dass es wichtig ist, genau zu lesen, um den Sachverhalt richtig zu erfassen.
- Sie überprüfen kritisch vorgegebene Aussagen.
- Sie verstehen, dass alleiniges Auswendiglernen oder einfaches Assoziieren nicht ausreichen.
- Sie trainieren ihr Durchhaltevermögen, um auch umfangreichere Aufgabenstellungen bearbeiten zu können.
- Sie nutzen eine dynamische Geometriesoftware zur Erarbeitung und Veranschaulichung von mathematischen Sachverhalten.
- Sie erstellen Zeichnungen und schulen ihr räumliches Vorstellungsvermögen.
- Sie erkennen durch Anwendungsaufgaben und Projekte aus ihrem Lebensbereich, wo und wie Mathematik sinnvoll eingesetzt werden kann.

Mit Hilfe der Fehlersuchaufgaben, der Tandembögen, der Klapptests, der Sortieraufgaben und vielen Arbeitsblättern können diese Schwerpunkte trainiert werden. Weiterhin haben wir spielerische Elemente eingebaut, z. B. beim Würfelspiel und Legespiel, um den Unterricht abwechslungsreich gestalten zu können. Der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben variiert bewusst, teilweise innerhalb des Arbeitsblattes, teilweise zwischen den Materialien, damit alle Schülerinnen und Schüler angesprochen werden.

Wir möchten Sie dazu anregen, ähnliche oder andere Aufgaben passend zu Ihrem Unterricht zu entwickeln. Viel Erfolg dabei!

Inhaltsverzeichnis

7 Exponentialfunktionen (LPE 13)

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 1 Serie E

1. Die Summe aus 3 und 12 wird durch 5 dividiert. Welcher Wert ergibt sich?

2. Vereinfache $3x - x =$

3. Berechne $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} =$

4. Bestimme die Lösungsmenge: $2x^2 = 18$

5. Gib eine Gleichung an, die unlösbar ist.

6. Gib eine Gleichung einer Geraden an, die den 1. Quadranten halbiert.
   Welchen besonderen Namen hat diese Gerade?

7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^2$.
   Bestimme den Funktionswert an der Stelle –2.

8. Ein Schülerkalender kostete ursprünglich 10 Euro. Wie viel Prozent Rabatt bekommst du, wenn du ihn für 8 Euro erhältst?

9. Wie lautet die Formel, mit der man die Fläche eines Dreiecks berechnen kann?

10. Nimm Stellung: Jedes Quadrat ist auch ein Rechteck.

Lösung

1.	$(3 + 12) : 5 = 3$	6.	$y = x$ 1. Winkelhalbierende
2.	$2x$	7.	$f(-2) = -4$
3.	$\sqrt{64} = 8$	8.	20 %
4.	$L = \{-3;3\}$	9.	$A = \frac{1}{2} g \cdot h$
5.	z. B. $x^2 = -1$	10.	Die Aussage stimmt.

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 2 Serie E

1. Berechne $0{,}6 \cdot 1{,}2 =$

2. Setze in den Term $4 - 2x$ für x die Zahl -2 ein. Welcher Wert ergibt sich?

3. Vereinfache $\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

4. Bestimme die Lösungsmenge: $\frac{x}{2} = 4$

5. Ist $x = 5$ eine Lösung der Gleichung $x(x + 5) = 0$?

6. Schneiden sich die beiden Geraden mit den Gleichungen
   $y = 2x - 1$ und $y = 2x + 4$?

7. Gegeben ist die Normalparabel $y = x^2$.
   Nenne alle Stellen, an denen der Funktionswert 4 beträgt.

8. 20 von 25 befragte Personen trinken gerne Orangensaft. Wie viel Prozent sind dies?

9. Die beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks besitzen eine Länge von 3 cm und 4 cm. Gib die Länge der Hypotenuse an.

10. Gib 0,8 Liter in cm^3 an.

Lösung

1. 0,72
2. 8
3. $2\sqrt{2}$
4. L = {8}
5. Nein
6. Nein, denn sie sind parallel.
7. An der Stelle $x = 2$ oder $x = -2$
8. 80 %
9. 5 cm
10. 800 cm^3

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 3 Serie E

1. Berechne $5 - 6 \cdot 2 =$

2. Klammere aus $12ax + 6a =$

3. Vereinfache $2\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} =$ $(a \geq 0)$

4. Bestimme die Lösungsmenge: $x^2 + 81 = 0$

5. Notiere als Gleichung: Ein Bauer besitzt viermal so viele Hühner h wie Schafe s.

6. Gib die Steigung m und den y-Achsenabschnitt b der Geraden mit der Gleichung $y + x = 1$ an.

7. Wie viele Nullstellen besitzt die Funktion f mit $f(x) = (x - 1)^2$?

8. In einem Topf sind vier rote und drei schwarze Bälle. Gib die Wahrscheinlichkeit an, beim ersten Zug einen roten Ball zu ziehen.

9. Ein Quadrat besitzt die Seitenlänge 2 cm. Wie lang sind seine Diagonalen?

10. Verwende die Fachsprache:
Die Geraden g und h stehen senkrecht aufeinander.

Lösung

1. -7
2. $6a(2x + 1)$
3. $2a$
4. $L = \{\ \}$
5. $h = 4s$
6. $m = -1$, $b = 1$
7. Eine Nullstelle
8. $p = \frac{4}{7}$
9. $d = \sqrt{8}$ cm
10. $g \perp h$

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 4 Serie E

1. Berechne $5 \cdot 2^3 =$

2. Faktorisiere $x^2 + 4x + 4 =$

3. Vereinfache $2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} =$ $\quad (a \geq 0)$

4. Für welche x gilt: $3x \leq -6$

5. Notiere als Gleichung: Der Vater (v) ist 20 Jahre älter als der Sohn (s).

6. Skizziere das Schaubild $y = x^2 - 2$.

7. Gib eine Gleichung einer proportionalen Funktion an.

8. Kim wirft zweimal eine Münze. Welche Ereignisse können auftreten?

9. Skizziere ein Dreieck, sodass gilt: $r^2 + s^2 = t^2$.

10. Gib 0,73 m^2 in cm^2 an.

Lösung

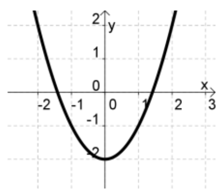
1. 40

2. $(x + 2)^2$

3. $5\sqrt{a}$

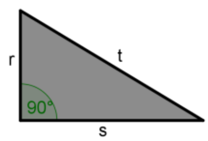
4. $x \leq -2$

5. $v = s + 20$

6. 

7. z. B. $f(x) = 3x$

8. K: Kopf; Z: Zahl
{KK; KZ; ZK; ZZ}

9. 

10. 7 300 cm^2

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 1 Serie F

1. Berechne $\frac{2}{3} \cdot 12 =$

2. Vereinfache $\left(3a^2\right)^3 =$

3. Schreibe in der wissenschaftlichen Schreibweise: 2 500

4. Bestimme die Lösung: $x^3 = 27$

5. Wie viele Lösungen besitzt die Gleichung $x^4 = 4096$?

6. Skizziere das Schaubild $y = x^3$.

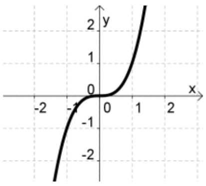
7. Gib eine Gleichung einer Funktion an, die nur eine Nullstelle besitzt.

8. Das Produkt aus einer Zahl und dem Doppelten dieser Zahl ergibt 18.
   Um welche Zahl handelt es sich?

9. Mit welcher Formel berechnet man den Flächeninhalt eines Halbkreises?

10. Gib 340 m^2 in cm^2 an.

Lösung

1. 8
2. $27a^6$
3. $2{,}5 \cdot 10^3$
4. $x = 3$
5. Zwei Lösungen
6. 

7. z. B. f(x) = 3x – 4
8. Um die Zahl 3 bzw. –3
9. $A = \frac{1}{2}\pi r^2$
10. 3 400 000 cm^2

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 2 Serie F

1. Berechne $5:\frac{1}{2}=$

2. Vereinfache $(12x)^0 =$

3. Schreibe in der wissenschaftlichen Schreibweise: 0,004 =

4. Bestimme die Lösungsmenge: $x^4 = 1$.

5. Wie viele Lösungen besitzt die Gleichung $x^3 = -8$?

6. Ist das Schaubild $y = x^8$ punktsymmetrisch zum Ursprung?

7. Gib eine Gleichung einer Funktion an, deren Schaubild nur im ersten und dritten Quadranten verläuft.

8. Nach einem Jahr erhält man auf ein Kapital von 1000 Euro 15 Euro Zinsen. Welcher Zinssatz gilt dabei?

9. Ein Kreis besitzt einen Durchmesser von 4 cm. Welcher Umfang ergibt sich näherungsweise?

10. Stimmt folgende Aussage:
Bei einem Parallelogramm sind die Diagonalen gleich lang.

Lösung

1.	10	6.	Nein, es ist achsensymmetrisch zur y-Achse.
2.	1	7.	z. B. $f(x) = x^3$ oder $f(x) = x$
3.	$4 \cdot 10^{-3}$	8.	1,5 %
4.	L = {–1;1}	9.	$u \approx 12$ cm
5.	Eine Lösung	10.	Nein

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 3 Serie F

1. Berechne $3-\frac{3}{4}=$

2. Forme um $3^{-2}=$

3. Schreibe als ganze Zahl: $1{,}2 \cdot 10^4 =$

4. Bestimme die Lösung: $x^3 + 125 = 0$.

5. Wie viele Lösungen besitzt die Gleichung $x^4 = 0$?

6. Skizziere eine Hyperbel.

7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -x^4$.
   Bestimme den Funktionswert an der Stelle –1.

8. Ein Pullover kostet 20 Euro. Im Schlussverkauf wird er um 20 % reduziert. Wie viel kostet nun der Pullover?

9. Nimm Stellung zu folgender Aussage:
   Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, so verdoppelt sich der Durchmesser.

10. Bei einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten 3 cm und 4 cm lang und die Hypotenuse ist 5 cm lang. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

Lösung

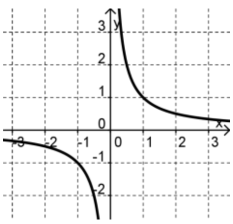
1. $\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$

2. $\frac{1}{9}$

3. 12 000

4. $x = -5$

5. Eine Lösung

6. z. B. 

7. $f(-1) = -1$

8. 16 Euro

9. Die Aussage stimmt.

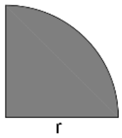
10. $A = 6\text{ cm}^2$

6BG	Klasse 10	Kopfübungen	Mathematik

Kopfübung Nr. 4 Serie F

1. Berechne $\frac{1}{2} : 2 =$
2. Verwende die Potenzschreibweise: $\sqrt[2]{5^3} =$
3. Schreibe als Dezimalzahl: $5{,}4 \cdot 10^{-3} =$
4. Bestimme die Lösungsmenge: $x(x + 5) = 0$.
5. Für welche x gilt: $-3x > 9$
6. Ist das Schaubild $y = \frac{1}{x}$ punktsymmetrisch zum Ursprung?
7. Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -3x^2$.
   Beschreibe das Schaubild der Funktion.
8. Ein Pullover soll für 20 Euro verkauft werden. Mit welchem Preis muss er ausgezeichnet werden, damit ein Rabatt von 50 % gewährt werden kann?
9. Skizziere eine Figur, für die folgende Flächenformel gilt: $A = \frac{1}{4}\pi r^2$
10. Die Diagonalen eines Drachenvierecks besitzen die Längen 2 dm und 6 dm.
    Berechne den Flächeninhalt.

Lösung

1. $\frac{1}{4}$
2. $5^{\frac{3}{2}}$
3. 0,0054
4. $L = \{-5; 0\}$
5. $x < -3$
6. Ja
7. In y-Richtung gestreckte Parabel; nach unten geöffnet
8. 40 Euro
9. 

10. 6 dm^2

Kopfübungen

Sinn der Kopfübungen

Stoff, der nicht wiederholt wird, wird vergessen. Daher ist es wichtig, regelmäßig den bisher erarbeiteten Stoff zu aktivieren. Dafür sind die Kopfübungen gedacht. Analog zu den Kopfübungen in Klasse 8 und 9 wurden Kopfübungen für Klasse 10 entwickelt.
In der Fachzeitschrift „mathematik lehren“, Heft 147/2008, schreibt Frau Prof. Dr. Regina Bruder: „Regelmäßig vermischte Kopfübungen bieten eine inhaltliche und methodische Unterstützung beim zielgerichteten Üben. (…) Die vermischte Kopfübung ist eine gewisse Weiterentwicklung der Kopfrechenübungen bzw. täglichen Übungen. (…) Sie sind eine rituelle Lerngelegenheit, die bereits vorhandenes Basiswissen aus unterschiedlichen Themen bzw. Lernbereichen wach halten soll.“

Einsatz der Kopfübungen

In der vorliegenden Handreichung für Klasse 10 sind jeweils vier Kopfübungen für das erste und zweite Schulhalbjahr zu finden. Weitere können nach dem vorgegebenen Muster entworfen werden. Frau Prof. Dr. Bruder empfiehlt die Kopfübungen ab Klasse 9 vierzehntägig einzusetzen. Ein regelmäßiger Einsatz ist wichtig, um das Grundwissen aktiv zu halten.

Die Kopfübungen nehmen zu Beginn der Stunde ca. zehn Minuten ein. Sie werden entweder von der Lehrkraft vorgelesen oder den Schülerinnen und Schülern per Folie oder Visualizer vorgelegt. Nach der hilfsmittelfreien Bearbeitung werden die Ergebnisse verglichen und von den Schülerinnen und Schülern ausgewertet. Dazu erhalten die Schülerinnen und Schüler bei der ersten Kopfübung ein Übersichtsblatt, auf dem sie eintragen, ob und wie sie die Aufgaben lösen konnten. Dieses Übersichtsblatt bleibt in Schülerhand. Im Laufe des Schuljahres können die Schülerinnen und Schüler dann erkennen, in welchen Bereichen sie sich mit der Zeit verbessert haben oder ob der Kenntnisstand gleich blieb.

Um auch den neuen Stoff zu festigen, gibt es zusätzlich die REWUEs, die im Wechsel mit den Kopfübungen eingesetzt werden können (siehe Kapitel REWUE).

Aufbau der Kopfübungen

Serie E (erstes Halbjahr) und Serie F (zweites Halbjahr) sind folgendermaßen aufgebaut:
Aufgabe 1 - 3: Termumformungen
Aufgabe 4, 5: Gleichungen/Ungleichungen
Aufgabe 6, 7: Funktionen und ihre Schaubilder
Aufgabe 8: Textaufgaben zu verschiedenen Gebieten
Aufgabe 9, 10: Geometrie
Die Aufgaben sollen ohne Hilfsmittel gelöst werden (nur mit Stift und Papier).

Im zweiten Halbjahr werden zusätzlich Themen des Lehrplans Mathematik 6BG
des ersten Halbjahres Klasse 10 verankert.

6BG	Klasse 10	Kopfübungen erstes Halbjahr (Serie E)	Mathematik

Datum						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
richtige Antworten						

1-3 Termumformungen
4;5 Gleichungen/Ungleichungen
6;7 Funktionen und ihre Schaubilder
8 Textaufgaben
9;10 Geometrie

Name:

6BG	Klasse 10	Kopfübungen zweites Halbjahr (Serie F)	Mathematik

Datum						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
richtige Antworten						

1-3 Termumformungen
4;5 Gleichungen/Ungleichungen
6;7 Funktionen und ihre Schaubilder
8 Textaufgaben
9;10 Geometrie

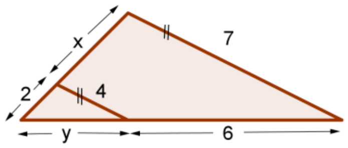
Name:

6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 1 • Einstieg in die Klasse 10

Name: ____________________ **Anzahl: 20** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Kreuze die richtige Lösung an. (Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu.)



$x = 1$ ☐ $x = 1{,}5$ ☐ $x = 5$ ☐

$y = 3$ ☐ $y = 4{,}5$ ☐ $y = 8$ ☐

Aufgabe 2: Es ist $x > 0$. Ordne den Ergebnissen die zugehörige Aufgabe zu. Notiere den Großbuchstaben neben dem Ergebnis.

A: $\sqrt{x}\cdot\sqrt{x} =$ B: $\sqrt{25x^2 - 16x^2} =$

C: $\sqrt{x}+\sqrt{x} =$ D: $\sqrt{2x\cdot x} =$

x ____ $x\sqrt{2}$ ____

$3x$ ____ $2\sqrt{x}$ ____

Aufgabe 3:

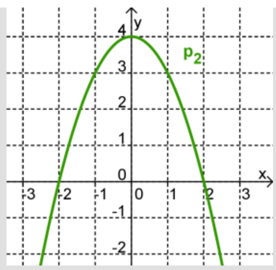
a) Zeichne die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = 2x^2 - 2$ in das Koordinatensystem.

b) Gib die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 mit den Koordinatenachsen an.

c) Bestimme die Gleichung der Parabel p_2.

d) Berechne die exakten Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.

a)



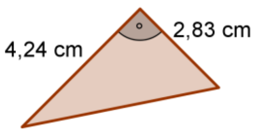
b) S_y(__|__)
N_1(__|__); N_2(__|__)

c) ________________

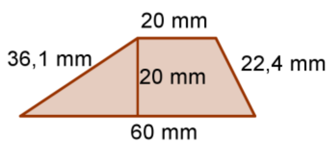
d) S_1(__|__); S_2(__|__)

Aufgabe 4: Berechne den Flächeninhalt und den Umfang.

a)



b)



a) A = ________ cm^2
u = ________ cm

b) A = ________ cm^2
u = ________ cm

Aufgabe 5: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse a und den Katheten b und c gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.

b) Von zehn befragten Jugendlichen besitzen neun ein Smartphone. Dies sind 9 % der Befragten.

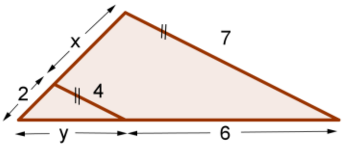
c) Das Gegenereignis zu „mindestens eine rote Kugel“ lautet „keine rote Kugel“.

a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 1 • Lösung

Aufgabe 1: Kreuze die richtige Lösung an. (Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu.)



$x = 1$	☐	$x = 1{,}5$	X	$x = 5$	☐
$y = 3$	☐	$y = 4{,}5$	☐	$y = 8$	X

Aufgabe 2: Es ist $x > 0$. Ordne den Ergebnissen die zugehörige Aufgabe zu. Notiere den Großbuchstaben neben dem Ergebnis.

A: $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} =$ B: $\sqrt{25x^2 - 16x^2} =$

C: $\sqrt{x} + \sqrt{x} =$ D: $\sqrt{2x \cdot x} =$

x	A	$x\sqrt{2}$	D
$3x$	B	$2\sqrt{x}$	C

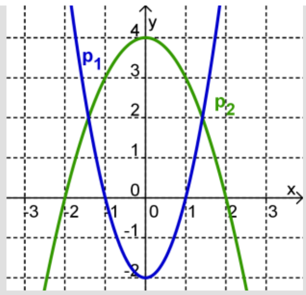
Aufgabe 3:

a) Zeichne die Parabel p_1 mit der Gleichung $y = 2x^2 - 2$ in das Koordinatensystem.

b) Gib die Koordinaten der Schnittpunkte von p_1 mit den Koordinatenachsen an.

c) Bestimme die Gleichung der Parabel p_2.

d) Berechne die exakten Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.

a) 

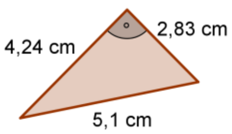
b) $S_y(0|-2)$

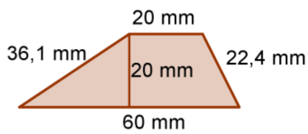
$N_1(-1|0)$; $N_2(1|0)$

c) p_2: $y = -x^2 + 4$

d) $S_1(-\sqrt{2}\,|2)$; $S_2(\sqrt{2}\,|2)$

Aufgabe 4: Berechne den Flächeninhalt und den Umfang.

a) 

b) 

a) $A = 6\text{ cm}^2$

$u = 12{,}17\text{ cm}$

b) $A = 8\text{ cm}^2$

$u = 13{,}85\text{ cm}$

Aufgabe 5: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse a und den Katheten b und c gilt: $a^2 + b^2 = c^2$.

b) Von zehn befragten Jugendlichen besitzen neun ein Smartphone. Dies sind 9 % der Befragten.

c) Das Gegenereignis zu „mindestens eine rote Kugel" lautet „keine rote Kugel".

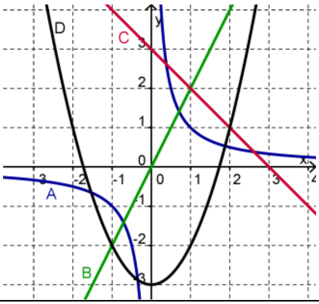
a)		falsch
b)		falsch
c)	richtig	

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 2 • Potenzfunktionen

Name: ________________ **Anzahl: 20** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Ordne den Funktionstypen ein zugehöriges Schaubild zu. Notiere den Großbuchstaben.



Proportionale Funktion _____

Lineare Funktion _____

Quadratische Funktion _____

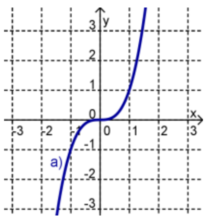
Antiproportionale Funktion _____

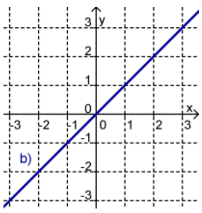
Aufgabe 2: Von zwei Zuordnungen aus dem Alltag sind folgende Wertetabellen gegeben. Berechne jeweils die fehlenden Werte.

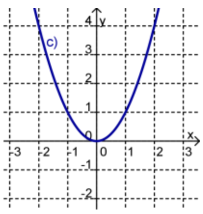
Zeit in s	1	2	3	4	6		
Strecke in m	2,5	5			15	20	25

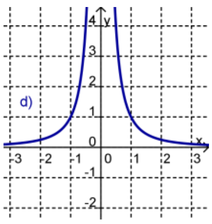
Anzahl Arbeiter	1	2	3	5	6		
Zeitdauer in h	6		2		1	0,75	0,3

Aufgabe 3: Gehört das Schaubild zur angegebenen Funktionsgleichung?

a) 

b) 

c) 

d) 

a) $f(x) = x^3$	wahr	falsch
b) $f(x) = x^{-1}$	wahr	falsch
c) $f(x) = x^4$	wahr	falsch
d) $f(x) = x^{-2}$	wahr	falsch

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Das Schaubild einer Potenzfunktion f mit der Gleichung $f(x) = x^5$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

b) Die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ besitzt an der Stelle $x = 0{,}5$ den Funktionswert 2.

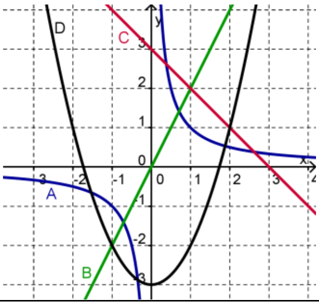
c) Das Schaubild jeder Potenzfunktion f mit der Gleichung $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, verläuft durch den Ursprung.

a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

REWUE 2 • Lösung

Aufgabe 1: Ordne den Funktionstypen ein zugehöriges Schaubild zu. Notiere den Großbuchstaben.



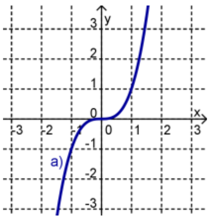
Proportionale Funktion	B
Lineare Funktion	C, B
Quadratische Funktion	D
Antiproportionale Funktion	A

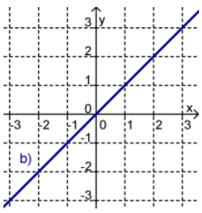
Aufgabe 2: Von zwei Zuordnungen aus dem Alltag sind folgende Wertetabellen gegeben. Berechne jeweils die fehlenden Werte.

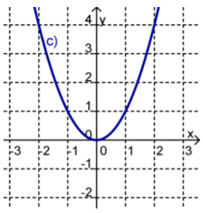
Zeit in s	1	2	3	4	6	8	10
Strecke in m	2,5	5	7,5	10	15	20	25

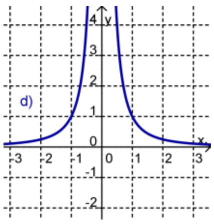
Anzahl Arbeiter	1	2	3	5	6	8	20
Zeitdauer in h	6	3	2	1,2	1	0,75	0,3

Aufgabe 3: Gehört das Schaubild zur angegebenen Funktionsgleichung?

a) 

b) 

c) 

d) 

a) $f(x) = x^3$	wahr	
b) $f(x) = x^{-1}$		falsch
c) $f(x) = x^4$		falsch
d) $f(x) = x^{-2}$	wahr	

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Das Schaubild einer Potenzfunktion f mit der Gleichung $f(x) = x^5$ ist achsensymmetrisch zur y-Achse.

b) Die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ besitzt an der Stelle $x = 0{,}5$ den Funktionswert 2.

c) Das Schaubild jeder Potenzfunktion f mit der Gleichung $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$, verläuft durch den Ursprung.

a)		falsch
b)	richtig	
c)	richtig	

6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 3 • Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten

Name: ____________ **Anzahl: 20** **Richtig sind:** ____________

Aufgabe 1: Welche Termumformung liefert das folgende Ergebnis? Kreuze an.

a) Das Ergebnis lautet $\frac{1}{4}$.	A: 2^{-2}	☐
	B: $(-2)^2$	☐
	C: $0{,}04$	☐
	D: $(0{,}5)^2$	☐
b) Das Ergebnis lautet a^3.	A: $a+a+a$	☐
	B: $a^2 \cdot a$	☐
	C: $\left(a^2\right)^1$	☐
	D: $\frac{1}{a^{-3}}$	☐

Aufgabe 2: Ordne das Ergebnis dem jeweiligen Term zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: $\frac{2^8}{2^7}$	$\frac{1}{2}$	____
B: $16 \cdot 2^{-5}$	1	____
C: $1^2 \cdot 2^2$	2	____
D: $2^{-2} \cdot 2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2$	4	____

Aufgabe 3: Vereinfache so weit wie möglich.

a) $x^3 \cdot x^{-2} =$	b) $\frac{y^2}{y^3} =$	a) ________	b) ________
c) $\left(xy^2\right)^3 =$	d) $\frac{\left(3x^2\right)^2}{3x^4} =$	c) ________	d) ________
e) $(15x^2yz)^0 =$	f) $z^2 + z^2 =$	e) ________	f) ________

Aufgabe 4: Stimmt die Termumformung? (wahr/falsch)

a) $\left(a^2\right)^3 = a^5$	b) $2(xy)^{-2} = \frac{2}{x^2y^2}$	a) w | f	b) w | f
c) $3x^4 - x^4 = 3$	d) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$	c) w | f	d) w | f
e) $2^{-4} = -16$	f) $\frac{a}{a^{-2}} = a^3$	e) w | f	f) w | f

REWUE 3 • Lösung

Aufgabe 1: Welche Termumformung liefert das folgende Ergebnis? Kreuze an.

a) Das Ergebnis lautet $\frac{1}{4}$.	A: 2^{-2}	X
	B: $(-2)^2$	
	C: 0,04	
	D: $(0,5)^2$	X
b) Das Ergebnis lautet a^3.	A: $a+a+a$	
	B: $a^2 \cdot a$	X
	C: $\left(a^2\right)^1$	
	D: $\frac{1}{a^{-3}}$	X

Aufgabe 2: Ordne das Ergebnis dem jeweiligen Term zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: $\frac{2^8}{2^7}$	$\frac{1}{2}$	B
B: $16 \cdot 2^{-5}$	1	D
C: $1^2 \cdot 2^2$	2	A
D: $2^{-2} \cdot 2^{-1} \cdot 2^0 \cdot 2^1 \cdot 2^2$	4	C

Aufgabe 3: Vereinfache so weit wie möglich.

a) $x^3 \cdot x^{-2} =$ b) $\frac{y^2}{y^3} =$

c) $\left(xy^2\right)^3 =$ d) $\frac{\left(3x^2\right)^2}{3x^4} =$

e) $(15x^2yz)^0 =$ f) $z^2 + z^2 =$

a) x b) $\frac{1}{y}$

c) x^3y^6 d) 3

e) 1 f) $2z^2$

Aufgabe 4: Stimmt die Termumformung? (wahr/falsch)

a) $\left(a^2\right)^3 = a^5$ b) $2(xy)^{-2} = \frac{2}{x^2y^2}$

c) $3x^4 - x^4 = 3$ d) $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

e) $2^{-4} = -16$ f) $\frac{a}{a^{-2}} = a^3$

	w	f
a)		f
b)	w	
c)		f
d)		f
e)		f
f)	w	

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

REWUE 4 • Rechnen mit Potenzen

Name: ______ **Anzahl: 23** **Richtig sind:** ______

Aufgabe 1: Wandle in die wissenschaftliche Schreibweise um.

a) 125000 b) $32{,}1 \cdot 10^3$

c) $0{,}5 \cdot 10^4$ d) $120 \cdot 10^{-3}$

a) ______ b) ______
c) ______ d) ______

Aufgabe 2: Sind folgende Umformungen richtig oder falsch?

a) $5 \cdot 10^7$ Hz = 50 MHz

b) $2 \cdot 10^{-10}$ s = 20 ns

c) 0,000 000 6 g = 6 μg

d) 0,012 μm = 12 nm

a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch
d)	richtig	falsch

Aufgabe 3: Schreibe als Potenz.

a) $\sqrt[5]{5}$ b) $\sqrt[3]{5^2}$

c) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ d) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{5}}$

a) ______ b) ______
c) ______ d) ______

Aufgabe 4: Fülle die Lücken aus, so dass die Termumformung richtig ist.

a) $\sqrt[4]{16} = \square$ b) $\sqrt[\square]{27} = 3$

c) $\sqrt[5]{\square} = 2$ d) $\sqrt[3]{0{,}001} = \square$

a) $\square =$ ____ b) $\square =$ ____
c) $\square =$ ____ d) $\square =$ ____

Aufgabe 5: Berechne ohne Taschenrechner. Wann lautet das Ergebnis 4? Kreuze an.

a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4^2}$ b) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{\frac{3}{2}}$ c) $\dfrac{\sqrt[3]{(2^{12})}}{4}$

d) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\dfrac{1}{4}\right)^{2}$ e) $\sqrt[4]{(-4)^4}$ f) $\sqrt[4]{(-4^4)}$

a) $\square$ b) $\square$ c) $\square$
d) $\square$ e) $\square$ f) $\square$

Aufgabe 6: Sei $a \geq 0$. Ordne das Ergebnis dem jeweiligen Term zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$

B: $\left(a^4\right)^{\frac{1}{3}}$

C: $\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a}$

D: $\dfrac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}$

a	_____
$\sqrt[4]{a^3}$	_____
$\sqrt[3]{a^4}$	_____
$3\sqrt[4]{a}$	_____

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 4 • Lösung

Aufgabe 1: Wandle in die wissenschaftliche Schreibweise um.

		Lösung	
a) 125000	b) $32{,}1 \cdot 10^3$	a) $1{,}25 \cdot 10^5$	b) $3{,}21 \cdot 10^4$
c) $0{,}5 \cdot 10^4$	d) $120 \cdot 10^{-3}$	c) $5 \cdot 10^3$	d) $1{,}2 \cdot 10^{-1}$

Aufgabe 2: Sind folgende Umformungen richtig oder falsch?

a) $5 \cdot 10^7$ Hz = 50 MHz	a)	richtig	
b) $2 \cdot 10^{-10}$ s = 20 ns	b)		falsch
c) 0,000 000 6 g = 6 μg	c)		falsch
d) 0,012 μm = 12 nm	d)	richtig	

Aufgabe 3: Schreibe als Potenz.

		Lösung	
a) $\sqrt[5]{5}$	b) $\sqrt[3]{5^2}$	a) $5^{\frac{1}{5}}$	b) $5^{\frac{2}{3}}$
c) $\frac{1}{\sqrt{5}}$	d) $\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$	c) $5^{-\frac{1}{2}}$	d) $5^{-\frac{1}{3}}$

Aufgabe 4: Fülle die Lücken aus, so dass die Termumformung richtig ist.

		Lösung	
a) $\sqrt[4]{16} = \square$	b) $\sqrt[\square]{27} = 3$	a) $\square = 2$	b) $\square = 3$
c) $\sqrt[5]{\square} = 2$	d) $\sqrt[3]{0{,}001} = \square$	c) $\square = 32$	d) $\square = 0{,}1$

Aufgabe 5: Berechne ohne Taschenrechner. Wann lautet das Ergebnis 4? Kreuze an.

			Lösung		
a) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{4^2}$	b) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{\frac{3}{2}}$	c) $\frac{\sqrt[3]{(2^{12})}}{4}$	a) X	b)	c) X
d) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2}$	e) $\sqrt[4]{(-4)^4}$	f) $\sqrt[4]{(-4^4)}$	d)	e) X	f)

Aufgabe 6: Sei $a \geq 0$. Ordne das Ergebnis dem jeweiligen Term zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: $a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}}$

B: $\left(a^3 \cdot a\right)^{\frac{1}{3}}$

C: $\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{a}$

D: $\frac{\sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[3]{a}}$

a	D
$\sqrt[4]{a^3}$	A
$\sqrt[3]{a^4}$	B
$3\sqrt[4]{a}$	C

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 5 • Kreisumfang und Kreisinhalt

Name: ________________ **Anzahl: 18** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Kreuze an, welche Formeln richtig sind.

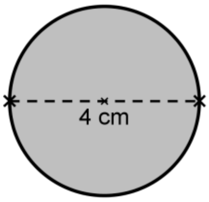
a) $A = \pi r^2$ b) $d^2 = \frac{2A}{\pi}$ c) $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

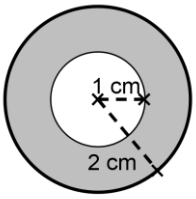
d) $u = 2\pi d$ e) $r = \frac{2u}{\pi}$ f) $d = \frac{u}{\pi}$

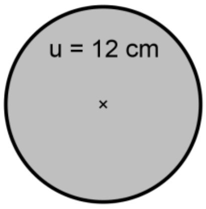
a) ☐ b) ☐ c) ☐

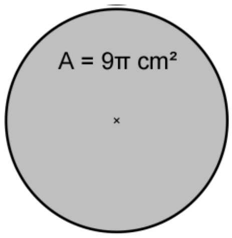
d) ☐ e) ☐ f) ☐

Aufgabe 2: Berechne die gesuchten Größen in Abhängigkeit von π. Die Zeichnungen sind nicht maßstabsgetreu.

a) 

b) 

c) 

d) 

a) A = ______ u = ______

b) A = ______ u = ______

c) r = ______ A = ______

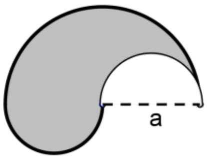
d) r = ______ u = ______

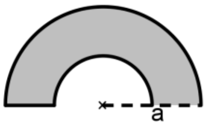
Aufgabe 3: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

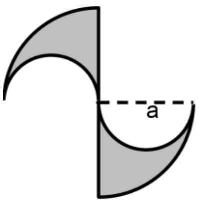
a) Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, so verdoppelt sich der Umfang des Kreises.
b) Wird der Radius eines Kreises halbiert, so halbiert sich die Fläche des Kreises.
c) Wird der Radius eines Kreises verdreifacht, so verdreifacht sich der Durchmesser des Kreises.

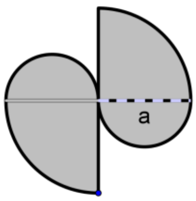
a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch

Aufgabe 4: Ordne den Flächenformeln die zugehörige Figur zu. Notiere den Großbuchstaben

A: 

B: 

C: 

D: 

$A = \frac{1}{4}\pi \cdot a^2$ ________

$A = \frac{3}{8}\pi \cdot a^2$ ________

$A = \frac{1}{2}\pi \cdot a^2$ ________

$A = \frac{3}{4}\pi \cdot a^2$ ________

REWUE 5 • Lösung

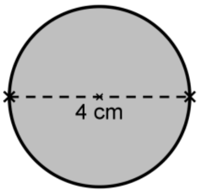
Aufgabe 1: Kreuze an, welche Formeln richtig sind.

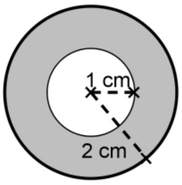
a) $A = \pi r^2$ b) $d^2 = \frac{2A}{\pi}$ c) $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$

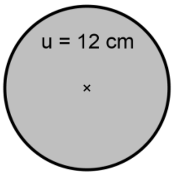
d) $u = 2\pi d$ e) $r = \frac{2u}{\pi}$ f) $d = \frac{u}{\pi}$

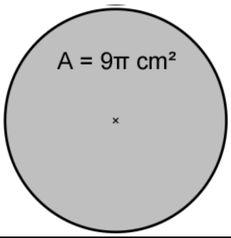
a)	X	b)		c)	X
d)		e)		f)	X

Aufgabe 2: Berechne die gesuchten Größen in Abhängigkeit von π. Die Zeichnungen sind nicht maßstabsgetreu.

a) 

b) 

c) 

d) 

a) $A = 4\pi\ cm^2$ $u = 4\pi\ cm$

b) $A = 3\pi\ cm^2$ $u = 6\pi\ cm$

c) $r = \frac{6}{\pi}\ cm$ $A = \frac{36}{\pi}\ cm^2$

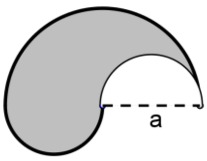
d) $r = 3\ cm$ $u = 6\pi\ cm$

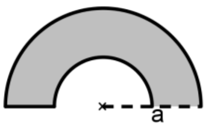
Aufgabe 3: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

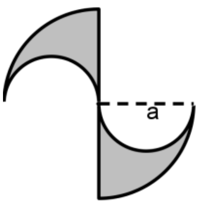
a) Wird der Radius eines Kreises verdoppelt, so verdoppelt sich der Umfang des Kreises.
b) Wird der Radius eines Kreises halbiert, so halbiert sich die Fläche des Kreises.
c) Wird der Radius eines Kreises verdreifacht, so verdreifacht sich der Durchmesser des Kreises.

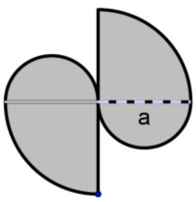
a)	richtig	
b)		falsch
c)	richtig	

Aufgabe 4: Ordne den Flächenformeln die zugehörige Figur zu. Notiere den Großbuchstaben

A: 

B: 

C: 

D: 

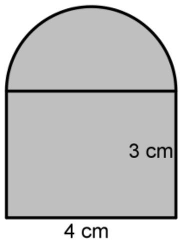
$A = \frac{1}{4}\pi \cdot a^2$	C
$A = \frac{3}{8}\pi \cdot a^2$	B
$A = \frac{1}{2}\pi \cdot a^2$	A
$A = \frac{3}{4}\pi \cdot a^2$	D

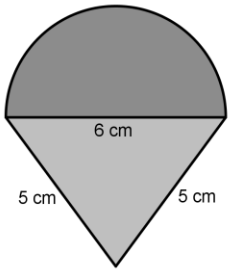
6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 6 • Zusammengesetzte Figuren

Name: ____________________ **Anzahl: 16** **Richtig sind:** ____________

Aufgabe 1: Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der Figur auf zwei Dezimale gerundet.

a) 

b) 

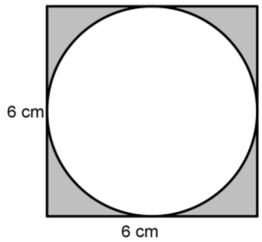
a) A = ____________

u = ____________

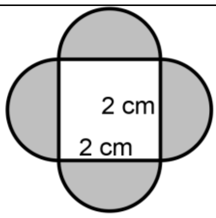
b) A = ____________

u = ____________

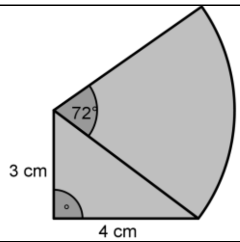
Aufgabe 2: Durch welche Gleichung wird die Fläche A in cm^2 bzw. der Umfang u in cm der grau markierten Figur beschrieben? Kreuze an.

a) 

- $A = 36 - 9 \cdot \pi$ ☐
- $A = 36 - 12 \cdot \pi$ ☐
- $u = 24 + 6 \cdot \pi$ ☐
- $u = 24 - 12 \cdot \pi$ ☐

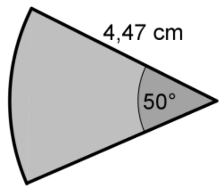
b) 

- $A = 4 + 2 \cdot \pi$ ☐
- $A = 2 \cdot \pi$ ☐
- $u = 8 + 4 \cdot \pi$ ☐
- $u = 4 \cdot \pi$ ☐

c) 

- $A = 6 + 1{,}25 \cdot \pi$ ☐
- $A = 6 + 5 \cdot \pi$ ☐
- $u = 7 + 2\pi$ ☐
- $u = 12 + 2\pi$ ☐

Aufgabe 3: Stimmen Toms Rechnungen zur Berechnung von Flächeninhalt und Umfang des Kreisausschnitts von Zeile zu Zeile? (wahr/falsch)



A $\overset{a)}{=} \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$\overset{b)}{=} \pi \cdot 4{,}47\ cm^2 \cdot \frac{50°}{360°}$

$\overset{c)}{=} 0{,}62\ cm^2$

u $\overset{d)}{=} \pi \cdot d \cdot \frac{\alpha}{360°}$

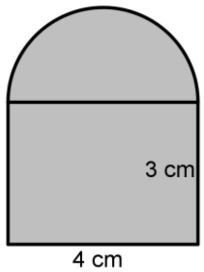
$\overset{e)}{=} \pi \cdot 4{,}47\ cm \cdot \frac{50°}{360°}$

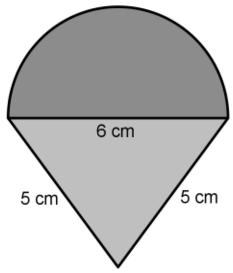
$\overset{f)}{=} 1{,}95\ cm$

a)	w	f	d)	w	f
b)	w	f	e)	w	f
c)	w	f	f)	w	f

REWUE 6 • Lösung

Aufgabe 1: Berechne den Flächeninhalt und den Umfang der Figur auf zwei Dezimale gerundet.

a) 

b) 

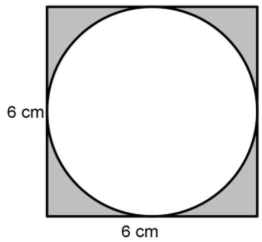
a) $A = 18{,}28\ cm^2$

$u = 16{,}28\ cm$

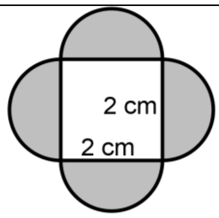
b) $A = 26{,}14\ cm^2$

$u = 19{,}42\ cm$

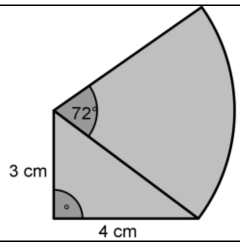
Aufgabe 2: Durch welche Gleichung wird die Fläche A in cm^2 bzw. der Umfang u in cm der grau markierten Figur beschrieben? Kreuze an.

a) 

$A = 36 - 9 \cdot \pi$	X
$A = 36 - 12 \cdot \pi$	
$u = 24 + 6 \cdot \pi$	X
$u = 24 - 12 \cdot \pi$	

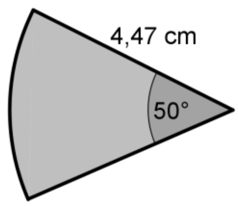
b) 

$A = 4 + 2 \cdot \pi$	
$A = 2 \cdot \pi$	X
$u = 8 + 4 \cdot \pi$	X
$u = 4 \cdot \pi$	

c) 

$A = 6 + 1{,}25 \cdot \pi$	
$A = 6 + 5 \cdot \pi$	X
$u = 7 + 2\pi$	
$u = 12 + 2\pi$	X

Aufgabe 3: Stimmen Toms Rechnungen zur Berechnung von Flächeninhalt und Umfang des Kreisausschnitts von Zeile zu Zeile? (wahr/falsch)



A $\overset{a)}{=} \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$\overset{b)}{=} \pi \cdot 4{,}47\ cm^2 \cdot \frac{50°}{360°}$

$\overset{c)}{=} 0{,}62\ cm^2$

u $\overset{d)}{=} \pi \cdot d \cdot \frac{\alpha}{360°}$

$\overset{e)}{=} \pi \cdot 4{,}47\ cm \cdot \frac{50°}{360°}$

$\overset{f)}{=} 1{,}95\ cm$

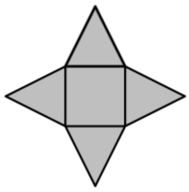
	w	f		w	f
a)	w		d)	w	
b)		f	e)		f
c)		f	f)	w	

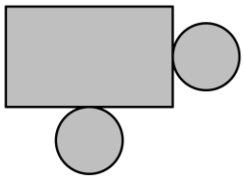
6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

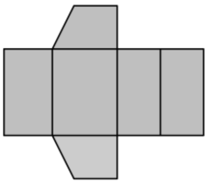
REWUE 7 • Darstellung von Körpern

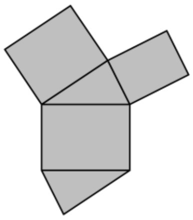
Name: ______________________ **Anzahl: 16** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Tim hat von einigen Körpern Netze gezeichnet. Ist seine Darstellung richtig oder falsch?

a) 

b) 

c) 

d) 

a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch
d)	richtig	falsch

Aufgabe 2: Ordne dem jeweiligen Körper die zugehörige Formel für die Berechnung der Oberfläche bzw. des Volumens zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: $O = 4\pi r^2$

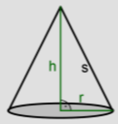
B: $V = \pi r^2 \cdot h$

C: $O = \pi r(r + s)$

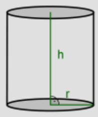
D: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

E: $O = 2\pi r(h + r)$

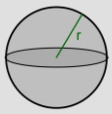
F: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$



_____ _____

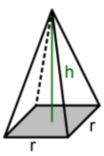


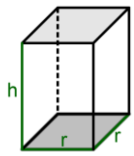
_____ _____

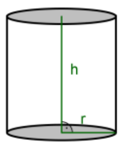


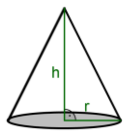
_____ _____

Aufgabe 3: Gegeben sind vier Körper mit der Höhe h und dem Radius r bzw. der Seitenkante r.

① 

② 

③ 

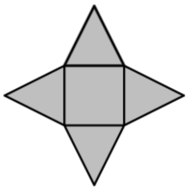
④ 

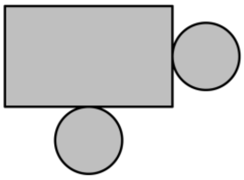
	①	②	③	④
a) Welcher Körper besitzt das größte Volumen?	☐	☐	☐	☐
b) Welcher Körper besitzt das kleinste Volumen?	☐	☐	☐	☐
c) Welchen Körper bezeichnet man als Prisma?	☐	☐	☐	☐
d) Sei r = 1 dm und h = 10 cm. In welche Körper passt ein Liter Flüssigkeit?	☐	☐	☐	☐

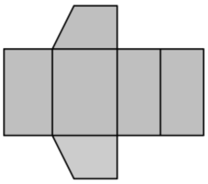
6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

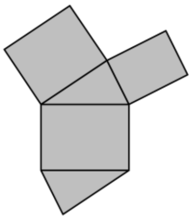
REWUE 7 • Lösung

Aufgabe 1: Tim hat von einigen Körpern Netze gezeichnet. Ist seine Darstellung richtig oder falsch?

a) 

b) 

c) 

d) 

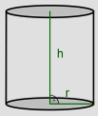
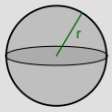
a)	richtig	
b)		falsch
c)	richtig	
d)		falsch

Aufgabe 2: Ordne dem jeweiligen Körper die zugehörige Formel für die Berechnung der Oberfläche bzw. des Volumens zu. Notiere den Großbuchstaben.

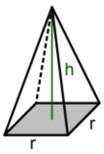
A: $O = 4\pi r^2$ B: $V = \pi r^2 \cdot h$

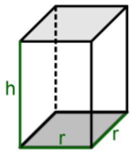
C: $O = \pi r(r+s)$ D: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

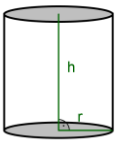
E: $O = 2\pi r(h+r)$ F: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$

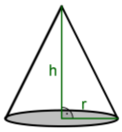
	C	F
	E	B
	A	D

Aufgabe 3: Gegeben sind vier Körper mit der Höhe h und dem Radius r bzw. der Seitenkante r.

① 

② 

③ 

④ 

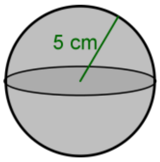
	①	②	③	④
a) Welcher Körper besitzt das größte Volumen?			X	
b) Welcher Körper besitzt das kleinste Volumen?	X			
c) Welchen Körper bezeichnet man als Prisma?		X		
d) Sei r = 1 dm und h = 10 cm. In welche Körper passt ein Liter Flüssigkeit?		X	X	X

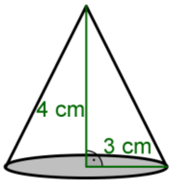
6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 8 • Berechnung von Körpern

Name: ______________________ **Anzahl: 17** **Richtig sind:** __________

Aufgabe 1: Berechne jeweils das Volumen und die Größe der Oberfläche des Körpers.

a) 

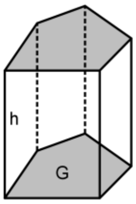
b) 

a) V = __________ O = __________

b) V = __________ O = __________

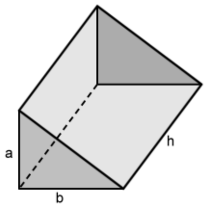
Aufgabe 2: Welche Umformung der Formel stimmt? Kreuze an.

a) $V = G \cdot h$



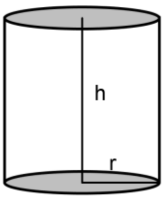
$h = V - G$	☐
$h = \frac{V}{G}$	☐
$G = \frac{h}{V}$	☐

b) $V = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot h$



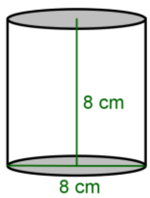
$h = \frac{2V}{a \cdot b}$	☐
$a = \frac{V}{b \cdot h} \cdot 2$	☐
$b = \frac{V}{h} - \frac{1}{2} a$	☐

c) $V = \pi r^2 \cdot h$



$r = \sqrt{\frac{V}{h} - \pi}$	☐
$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$	☐
$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$	☐

Aufgabe 3: Stimmen Julias Rechnungen zur Berechnung des Volumens und der Größe der Oberfläche des Zylinders von Zeile zu Zeile (wahr/falsch)? Verbessere die Fehler.



V $\overset{a)}{=} \pi \cdot r^2 \cdot h$

$\overset{b)}{=} \pi \cdot (8\text{ cm})^2 \cdot 8\text{ cm}$

$\overset{c)}{\approx} 1608{,}50\text{ cm}^3$

$\overset{d)}{\approx} 16{,}09\text{ m}^3$

O $\overset{e)}{=} \pi \cdot d \cdot h + \pi \cdot r^2$

$\overset{f)}{=} \pi \cdot (64 + 16)\text{ cm}^2$

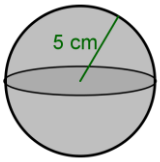
$\overset{g)}{\approx} 251{,}33\text{ cm}^2$

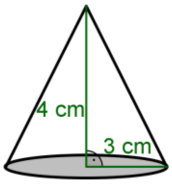
$\overset{h)}{\approx} 2{,}51\text{ dm}^2$

a)	w	f	e)	w	f
b)	w	f	f)	w	f
c)	w	f	g)	w	f
d)	w	f	h)	w	f

REWUE 8 • Lösung

Aufgabe 1: Berechne jeweils das Volumen und die Größe der Oberfläche des Körpers.

a) 

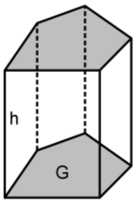
b) 

a) $V = 523{,}60\ \text{cm}^3$ $\quad O = 314{,}16\ \text{cm}^2$

b) $V = 37{,}70\ \text{cm}^3$ $\quad O = 75{,}40\ \text{cm}^2$

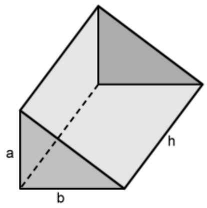
Aufgabe 2: Welche Umformung der Formel stimmt? Kreuze an.

a) $V = G \cdot h$



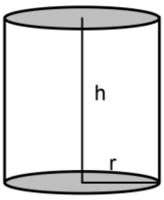
$h = V - G$	
$h = \frac{V}{G}$	X
$G = \frac{h}{V}$	

b) $V = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot h$



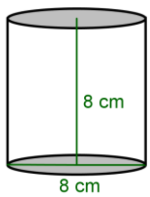
$h = \frac{2V}{a \cdot b}$	X
$a = \frac{V}{b \cdot h} \cdot 2$	X
$b = \frac{V}{h} - \frac{1}{2} a$	

c) $V = \pi r^2 \cdot h$



$r = \sqrt{\frac{V}{h} - \pi}$	
$r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$	X
$h = \frac{V}{\pi \cdot r^2}$	X

Aufgabe 3: Stimmen Julias Rechnungen zur Berechnung des Volumens und der Größe der Oberfläche des Zylinders von Zeile zu Zeile (wahr/falsch)? Verbessere die Fehler.



$V \overset{a)}{=} \pi \cdot r^2 \cdot h$

$\overset{b)}{=} \pi \cdot (\mathbf{4}\ \text{cm})^2 \cdot 8\ \text{cm}$

$\overset{c)}{\approx} \mathbf{402{,}12}\ \text{cm}^3$

$\overset{d)}{\approx} \mathbf{0{,}0004}\ \text{m}^3$

$O \overset{e)}{=} \pi \cdot d \cdot h + \mathbf{2} \cdot \pi \cdot r^2$

$\overset{f)}{=} \pi \cdot (64 + \mathbf{32})\ \text{cm}^2$

$\overset{g)}{\approx} \mathbf{301{,}59}\ \text{cm}^2$

$\overset{h)}{\approx} \mathbf{3{,}02}\ \text{dm}^2$

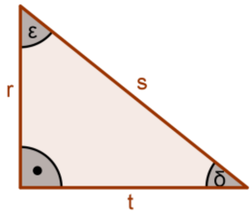
a)	w		e)		f
b)		f	f)	w	
c)	w		g)	w	
d)		f	h)	w	

6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 9 • Trigonometrie

Name: ______ **Anzahl: 19** **Richtig sind:** ______

Aufgabe 1: Fülle die Lücken aus.



$\sin(\delta) = \frac{\#}{s}$ $\tan(\Delta) = \frac{r}{t}$

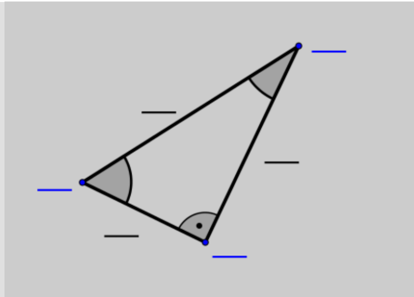
$\cos(\varepsilon) = \frac{\otimes}{s}$ $t = s \cdot \underline{...}(\delta)$

$\# =$ ______ $\Delta =$ ______

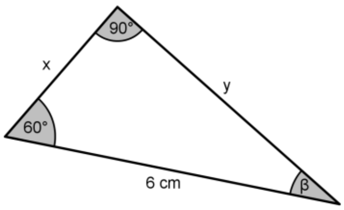
$\otimes =$ ______ $\underline{...} =$ ______

Aufgabe 2: Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck EFG. Ergänze die fehlenden Beschriftungen, sodass gilt:

(1) Die Hypotenuse wird mit e bezeichnet.
(2) Der rechte Winkel liegt bei E.
(3) g ist die Strecke von E nach F.
(4) Die Ankathete von φ wird mit g bezeichnet.
(5) Die Gegenkathete von δ ist nicht f.



Aufgabe 3: Gib einen Lösungsweg und die Lösung an.

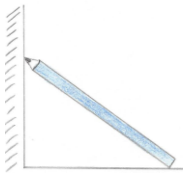


$\beta =$ ______

$x =$ ______

$y =$ ______

Aufgabe 4: Stimmen folgende Umformungen von Zeile zu Zeile?



Peter nimmt seinen 15 cm langen Bleistift und lehnt ihn so an die Wand, dass er in 10 cm Höhe die Wand berührt (siehe Skizze). Welchen Winkel bildet der Bleistift mit dem Boden?

a) $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

b) $\Leftrightarrow$ $\sin(\alpha) = \frac{10\,\text{cm}}{15\,\text{cm}}$

c) $\Leftrightarrow$ $\sin(\alpha) = \frac{2}{3}$

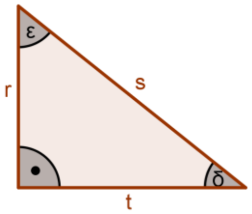
d) $\Leftrightarrow$ $\alpha \approx 0{,}62°$

a)	wahr	falsch
b)	wahr	falsch
c)	wahr	falsch
d)	wahr	falsch

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

REWUE 9 • Lösung

Aufgabe 1: Fülle die Lücken aus.



$\sin(\delta) = \frac{\#}{s}$ $\quad\tan(\Delta) = \frac{r}{t}$

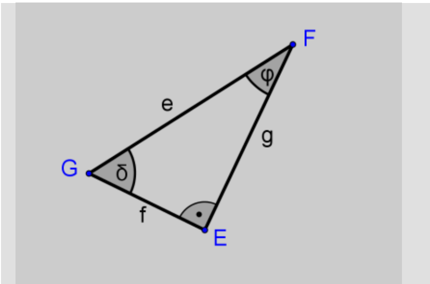
$\cos(\varepsilon) = \frac{\otimes}{s}$ $\quad t = s \cdot \underline{\ldots}(\delta)$

$\# = r$ $\quad\Delta = \delta$

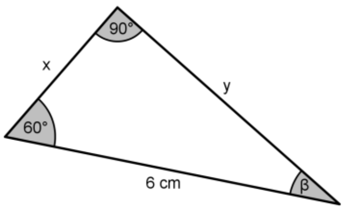
$\otimes = r$ $\quad\underline{\ldots} = \cos$

Aufgabe 2: Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck EFG. Ergänze die fehlenden Beschriftungen, sodass gilt:

(1) Die Hypotenuse wird mit e bezeichnet.
(2) Der rechte Winkel liegt bei E.
(3) g ist die Strecke von E nach F.
(4) Die Ankathete von φ wird mit g bezeichnet.
(5) Die Gegenkathete von δ ist nicht f.



Aufgabe 3: Gib einen Lösungsweg und die Lösung an.

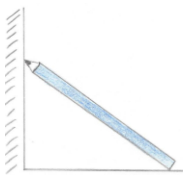


$\beta = 180° - 150° = 30°$

$x = 6\text{ cm}\cdot\cos(60°) = 3\text{ cm}$

$y = 6\text{ cm}\cdot\sin(60°) = 5{,}2\text{ cm}$

Aufgabe 4: Stimmen folgende Umformungen von Zeile zu Zeile?



Peter nimmt seinen 15 cm langen Bleistift und lehnt ihn so an die Wand, dass er in 10 cm Höhe die Wand berührt (siehe Skizze). Welchen Winkel bildet der Bleistift mit dem Boden?

a) $\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$

b) $\Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{10\text{ cm}}{15\text{ cm}}$

c) $\Leftrightarrow \sin(\alpha) = \frac{2}{3}$

d) $\Leftrightarrow \alpha \approx 0{,}62°$

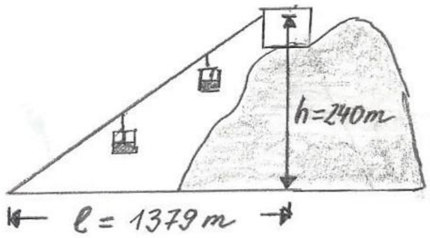
a)		falsch
b)	wahr	
c)	wahr	
d)		falsch

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 10 • Trigonometrie in der Ebene und im Raum

Name: ______________ **Anzahl: 18** **Richtig sind:** ______

Aufgabe 1: Eine Gondelbahn wird auf einen Berg gebaut.



a) Welchen Neigungswinkel besitzt die Bahn?

b) Berechne die Länge der Gondelbahn.

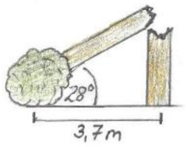
a) ______________

b) ______________

Aufgabe 2: Berechne und kreuze die richtige Lösung an.

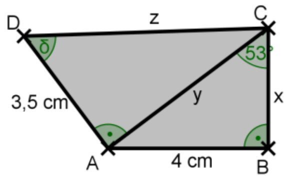
a) Eine Straße besitzt eine Steigung von 12 %. Wie groß ist der Steigungswinkel?

b) Bei einem heftigen Sturm ist ein Baum abgebrochen. Berechne seine Gesamtlänge.



6,8°	☐	12,0°	☐	83,2°	☐
2 m	☐	3,3 m	☐	6,2 m	☐

Aufgabe 3: Gegeben ist das Viereck ABCD. Sind folgende Berechnungen richtig oder falsch?



a) $x = 4{,}0\text{ cm} \cdot \tan(53°) \approx 5{,}3\text{ cm}$

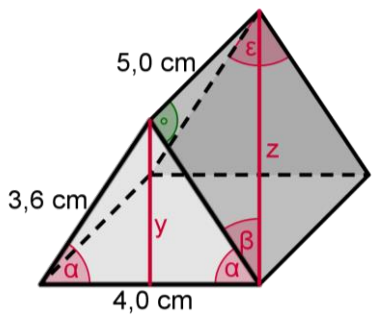
b) $y = \dfrac{4\text{ cm}}{\sin(53°)} \approx 5{,}0\text{ cm}$

c) $\delta = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}5\text{ cm}}{5\text{cm}}\right) \approx 35°$

d) $z = \sqrt{(3{,}5\text{ cm})^2 + (5{,}0\text{ cm})^2} \approx 6{,}1\text{ cm}$

a)	richtig	falsch
b)	richtig	falsch
c)	richtig	falsch
d)	richtig	falsch

Aufgabe 4: Erstelle jeweils einen Ansatz zur Berechnung der fehlenden Winkel und Seitenlängen und berechne die Größe.



______________ $\Rightarrow \alpha \approx$ ______

______________ $\Rightarrow \beta \approx$ ______

______________ $\Rightarrow y \approx$ ______

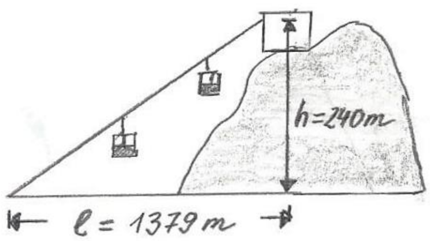
______________ $\Rightarrow z \approx$ ______

______________ $\Rightarrow \varepsilon \approx$ ______

6BG	Klasse 10	REgelmäßig Wiederholen und UEben	Mathematik

REWUE 10 • Lösung

Aufgabe 1: Eine Gondelbahn wird auf einen Berg gebaut.



a) Welchen Neigungswinkel besitzt die Bahn?

b) Berechne die Länge der Gondelbahn.

a) Winkel: 9,87°

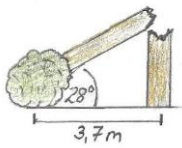
b) Länge: 1400 m

Aufgabe 2: Berechne und kreuze die richtige Lösung an.

a) Eine Straße besitzt eine Steigung von 12 %. Wie groß ist der Steigungswinkel?

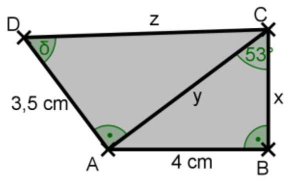
6,8°	X	12,0°		83,2°	

b) Bei einem heftigen Sturm ist ein Baum abgebrochen. Berechne seine Gesamtlänge.



2 m		3,3 m		6,2 m	X

Aufgabe 3: Gegeben ist das Viereck ABCD. Sind folgende Berechnungen richtig oder falsch?



e) $x = 4{,}0\text{ cm} \cdot \tan(53°) \approx 5{,}3\text{ cm}$

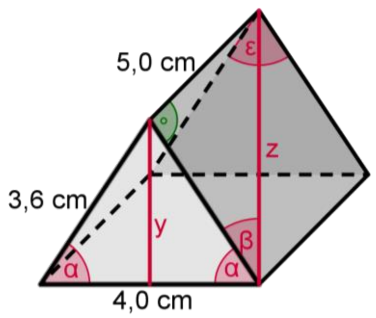
f) $y = \dfrac{4\text{ cm}}{\sin(53°)} \approx 5{,}0\text{ cm}$

g) $\delta = \tan^{-1}\left(\dfrac{3{,}5\text{ cm}}{5\text{ cm}}\right) \approx 35°$

h) $z = \sqrt{(3{,}5\text{ cm})^2 + (5{,}0\text{ cm})^2} \approx 6{,}1\text{ cm}$

a)		falsch
b)	richtig	
c)		falsch
d)	richtig	

Aufgabe 4: Erstelle jeweils einen Ansatz zur Berechnung der fehlenden Winkel und Seitenlängen und berechne die Größe.



$\cos\alpha = \dfrac{2{,}0\text{ cm}}{3{,}6\text{ cm}} \Rightarrow \alpha \approx 56{,}25°$

$\tan\beta = \dfrac{5{,}0\text{ cm}}{3{,}6\text{ cm}} \Rightarrow \beta \approx 54{,}25°$

$\sin\alpha = \dfrac{y}{3{,}6\text{ cm}} \Rightarrow y \approx 2{,}99\text{ cm}$

$\sin\beta = \dfrac{5{,}0\text{ cm}}{z} \Rightarrow z \approx 6{,}16\text{ cm}$

$\varepsilon = 180° - 2 \cdot \alpha \Rightarrow \varepsilon \approx 67{,}50°$

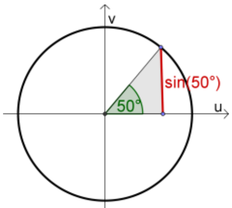
6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 11 • Trigonometrische Funktionen

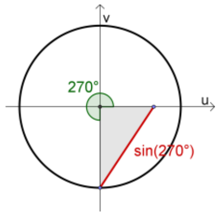
Name: ______________________ **Anzahl: 11** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Tim markiert die gesuchte Strecke im Einheitskreis. Hat er die Aufgabe zeichnerisch jeweils richtig gelöst?

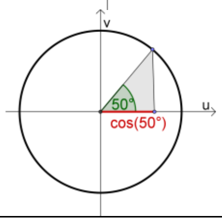
a)



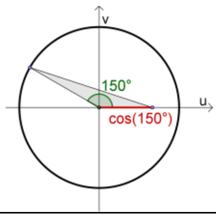
b)



c)



d)



a) richtig | falsch

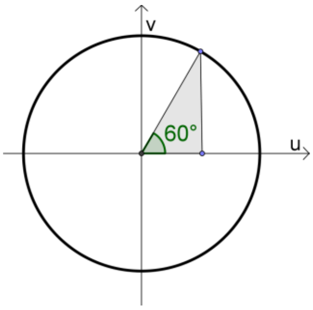
b) richtig | falsch

c) richtig | falsch

d) richtig | falsch

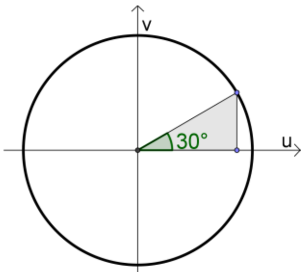
Aufgabe 2: Konstruiere am Einheitskreis einen weiteren Winkel α, für den die Gleichung erfüllt ist. Gib die Größe des Winkels α an.

a)



$\sin(60°) = 0{,}866$

b)



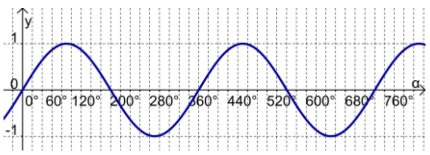
$\cos(30°) = 0{,}866$

a) α = ________

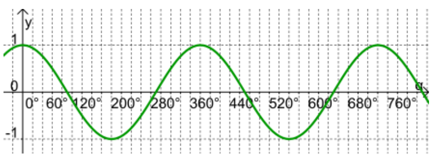
b) α = ________

Aufgabe 3: Ordne der Gleichung des Schaubilds das zugehörige Schaubild zu. Notiere den Großbuchstaben.

A:



B:



_____ $y = \sin(\alpha)$

_____ $y = \cos(\alpha)$

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Die Sinuskurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
b) Verschiebt man die Kosinuskurve um 90° nach rechts, so erhält man die Sinuskurve.
c) Das Schaubild $y = \sin(\alpha)$ besitzt eine Amplitude von 1 und eine Periode von 180°.

a) richtig | falsch

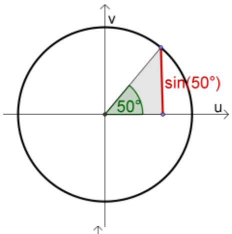
b) richtig | falsch

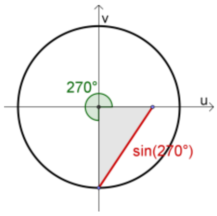
c) richtig | falsch

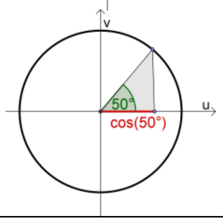
6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

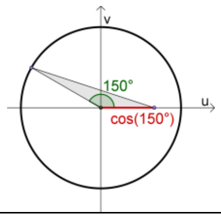
REWUE 11 • Lösung

Aufgabe 1: Tim markiert die gesuchte Strecke im Einheitskreis. Hat er die Aufgabe zeichnerisch jeweils richtig gelöst?

a) 

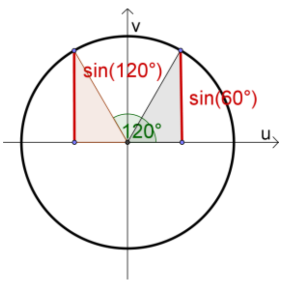
b) 

c) 

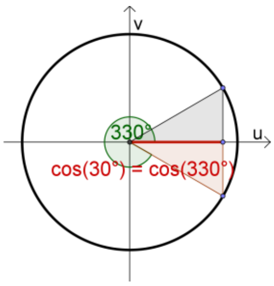
d) 

a)	richtig	
b)		falsch
c)	richtig	
d)		falsch

Aufgabe 2: Konstruiere am Einheitskreis einen weiteren Winkel α, für den die Gleichung erfüllt ist. Gib die Größe des Winkels α an.

a) 

sin(60°) = 0,866

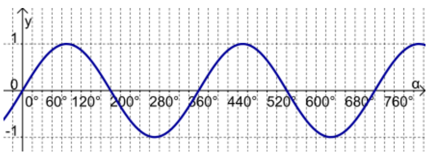
b) 

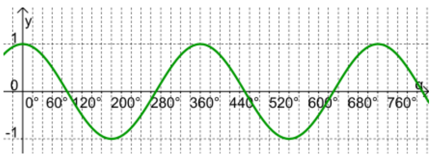
cos(30°) = 0,866

a) $\alpha = 120°$

b) $\alpha = 330°$

Aufgabe 3: Ordne der Gleichung des Schaubilds das zugehörige Schaubild zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: 

B: 

A: $y = \sin(\alpha)$

B: $y = \cos(\alpha)$

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Die Sinuskurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung.
b) Verschiebt man die Kosinuskurve um 90° nach rechts, so erhält man die Sinuskurve.
c) Das Schaubild $y = \sin(\alpha)$ besitzt eine Amplitude von 1 und eine Periode von 180°.

a)	richtig	
b)	richtig	
c)		falsch

6BG	**Klasse 10**	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

REWUE 12 • Lineares und exponentielles Wachstum

Name: ______________________ **Anzahl: 12** **Richtig sind:** ______________

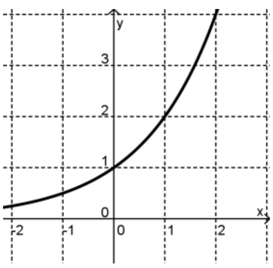
Aufgabe 1: Bei welcher Zuordnung bzw. bei welchem Schaubild einer Zuordnung handelt es sich um einen Wachstumsvorgang? Kreuze an.

a) $f\colon x \mapsto 10^x$ ☐

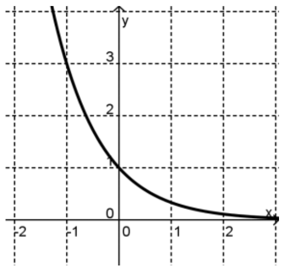
b) $f\colon x \mapsto 0{,}2^x$ ☐

c) $f(x) = 1^x$ ☐

d) $f(x) = 3x$ ☐

e) 

☐

f) 

☐

Aufgabe 2: Handelt es sich bei den folgenden Situationen um lineares oder exponentielles Wachstum? Kreuze an.

a) Tom erhält jedes Jahr 2 Euro mehr Taschengeld.

b) Erik gibt einen Kettenbrief an zwei Freunde. Die geben ihn wieder an zwei Freunde weiter …

c) Die Temperatur im Backofen steigt um 3 % pro Minute an.

a)	linear	exponentiell
b)	linear	exponentiell
c)	linear	exponentiell

Aufgabe 3: Kreuze den zugehörigen Funktionsterm an, der den Sachverhalt beschreibt.

a) In einer Probe befinden sich 500 Bakterien. Die Anzahl verdoppelt sich stündlich.
Sei x die Zeit in Stunden.

A: $f(x) = 500 + 2^x$ ☐

B: $f(x) = 500 + 2x$ ☐

C: $f(x) = 500 \cdot 2^x$ ☐

b) Jana pflanzt einen Apfelbaum der Länge 1,20 m. Jedes Jahr wächst dieser um 15 cm.
Sei x die Zeit in Jahren.

A: $f(x) = 1{,}20 + 0{,}15^x$ ☐

B: $f(x) = 1{,}20 + 0{,}15x$ ☐

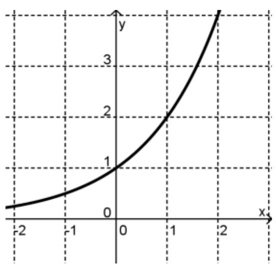
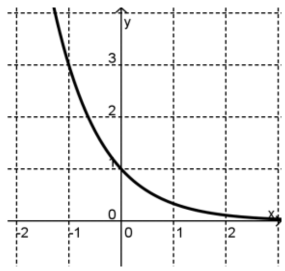
C: $f(x) = 1{,}20 \cdot 1{,}15^x$ ☐

Aufgabe 4: Berechne die fehlenden Werte, so dass ein Zerfallprozess vorliegt.

x	−2	−1	0	1	2		
y	100	10			0,01	0,001	0,00001

REWUE 12 • Lösung

Aufgabe 1: Bei welcher Zuordnung bzw. bei welchem Schaubild einer Zuordnung handelt es sich um einen Wachstumsvorgang? Kreuze an.

a)	$f: x \mapsto 10^x$	X	b)	$f: x \mapsto 0{,}2^x$	
c)	$f(x) = 1^x$		d)	$f(x) = 3x$	X
e)		X	f)		

Aufgabe 2: Handelt es sich bei den folgenden Situationen um lineares oder exponentielles Wachstum? Kreuze an.

a) Tom erhält jedes Jahr 2 Euro mehr Taschengeld.

b) Erik gibt einen Kettenbrief an zwei Freunde. Die geben ihn wieder an zwei Freunde weiter …

c) Die Temperatur im Backofen steigt um 3 % pro Minute an.

a)	linear	
b)		exponentiell
c)		exponentiell

Aufgabe 3: Kreuze den zugehörigen Funktionsterm an, der den Sachverhalt beschreibt.

a) In einer Probe befinden sich 500 Bakterien. Die Anzahl verdoppelt sich stündlich. Sei x die Zeit in Stunden.	A: $f(x) = 500 + 2^x$	
	B: $f(x) = 500 + 2x$	
	C: $f(x) = 500 \cdot 2^x$	X
b) Jana pflanzt einen Apfelbaum der Länge 1,20 m. Jedes Jahr wächst dieser um 15 cm. Sei x die Zeit in Jahren.	A: $f(x) = 1{,}20 + 0{,}15^x$	
	B: $f(x) = 1{,}20 + 0{,}15x$	X
	C: $f(x) = 1{,}20 \cdot 1{,}15^x$	

Aufgabe 4: Berechne die fehlenden Werte, so dass ein Zerfallprozess vorliegt.

x	−2	−1	0	1	2	3	5
y	100	10	1	0,1	0,01	0,001	0,00001

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

REWUE 13 • Exponentialfunktionen

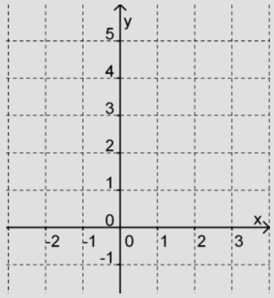
Name: ____________ **Anzahl: 15** **Richtig sind:** ____________

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2^x + 1$, $x \in$ IR.

a) Zeichne das Schaubild von f.
Zeichne die Asymptote ein.

b) Gib die Gleichung der Asymptoten an.

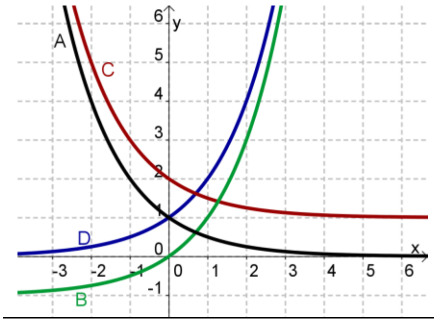
c) Gib den Schnittpunkt des Schaubilds mit der y-Achse an.

a) 

b) ____________________

c) S(____|____)

Aufgabe 2: Welche Funktionsgleichung gehört zu welchem Schaubild? Ordne die Großbuchstaben zu.



$f(x) = 2^x$ _____

$f(x) = 2^x - 1$ _____

$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ _____

$f(x) = 1 + 2^{-x}$ _____

Aufgabe 3: Gegeben ist die Wertetabelle einer Exponentialfunktion. Kreuze jeweils die richtige Aussage an.

x	y
-5	-4,9997
-4	-4,9984
-3	-4,992
-2	-4,96
-1	-4,8
0	-4
1	0
2	20
3	120
4	620
5	3120

a) Welcher Funktionsterm erfüllt die Wertetabelle?	$f(x) = 5^x - 5$	☐
	$f(x) = 5^{-x} + 5$	☐
b) Wie lautet der Schnittpunkt mit der x-Achse?	S(0|−4)	☐
	S(1|0)	☐
c) Nenne die Gleichung der Asymptoten.	$y = -4{,}9997$	☐
	$y = -5$	☐

Aufgabe 4: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2^x - 2$, $x \in$ IR.

a) Bestimme f(2).

b) Gib den Funktionswert an der Stelle x = 0 an.

c) Für welchen Wert von x gilt f(x) = 6?

d) An welcher Stelle beträgt der Funktionswert 0?

a) ____________________

b) ____________________

c) ____________________

d) ____________________

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

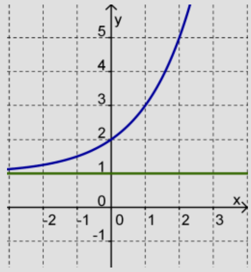
REWUE 13 • Lösung

Aufgabe 1: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2^x + 1$, $x \in IR$.

a) Zeichne das Schaubild von f.
Zeichne die Asymptote ein.

b) Gib die Gleichung der Asymptoten an.

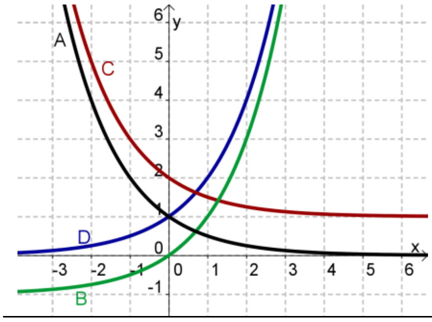
c) Gib den Schnittpunkt des Schaubilds mit der y-Achse an.

a) 

b) $y = 1$

c) $S(0|2)$

Aufgabe 2: Welche Funktionsgleichung gehört zu welchem Schaubild? Ordne die Großbuchstaben zu.



$f(x) = 2^x$	D
$f(x) = 2^x - 1$	B
$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	A
$f(x) = 1 + 2^{-x}$	C

Aufgabe 3: Gegeben ist die Wertetabelle einer Exponentialfunktion. Kreuze jeweils die richtige Aussage an.

x	y
-5	-4,9997
-4	-4,9984
-3	-4,992
-2	-4,96
-1	-4,8
0	-4
1	0
2	20
3	120
4	620
5	3120

a) Welcher Funktionsterm erfüllt die Wertetabelle?	$f(x) = 5^x - 5$	X
	$f(x) = 5^{-x} + 5$	
b) Wie lautet der Schnittpunkt mit der x-Achse?	$S(0\|-4)$	
	$S(1\|0)$	X
c) Nenne die Gleichung der Asymptoten.	$y = -4{,}9997$	
	$y = -5$	X

Aufgabe 4: Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2^x - 2$, $x \in IR$.

a) Bestimme f(2).

b) Gib den Funktionswert an der Stelle x = 0 an.

c) Für welchen Wert von x gilt $f(x) = 6$?

d) An welcher Stelle beträgt der Funktionswert 0?

a) $f(2) = 2$

b) $f(0) = -1$

c) $x = 3$

d) $x = 1$

6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	**Mathematik**

REWUE 14 • Logarithmus

Name: ________________ **Anzahl: 17** **Richtig sind:** ________

Aufgabe 1: Welche Gleichungen sind äquivalent? Kreuze an.

a) $3^x = 9$	A: $x = \log_3(9)$	☐
	B: $x = \log_9(3)$	☐
	C: $x = 2$	☐
	D: $x = 3$	☐
b) $x = \log_2(4)$	A: $2^x = 4$	☐
	B: $4^x = 2$	☐
	C: $x = 2$	☐
	D: $x = 0,5$	☐
c) $2 \cdot x = 8$	A: $x = \log_2(8)$	☐
	B: $x = \log_9(2)$	☐
	C: $x = 3$	☐
	D: $x = 4$	☐

Aufgabe 2: Ergibt sich der angegebene Wert? (richtig/falsch)

a) $\log_3(27)$ b) $\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$

c) $\log_{100}(10)$ d) $\log_{10}(0,01)$

a) 9	r / f	b) −3	r / f
c) 2	r / f	d) −2	r / f

Aufgabe 3: Berechne und gib die Lösungsmenge an.

a) $2^x = 16$ b) $5^x = \frac{1}{25}$

c) $3^x = -9$ d) $4^x - 1 = 0$

a) ______ b) ______

c) ______ d) ______

Aufgabe 4: Stimmen folgende Umformungen von Zeile zu Zeile?

$$3 \cdot 2^x + 2 = 38$$

$$\overset{a)}{\Leftrightarrow} \quad 3 \cdot 2^x = 36$$

$$\overset{b)}{\Leftrightarrow} \quad 6^x = 36$$

$$\overset{c)}{\Leftrightarrow} \quad x = \log_6(36)$$

$$\overset{d)}{\Leftrightarrow} \quad x = 6$$

a)	wahr	falsch
b)	wahr	falsch
c)	wahr	falsch
d)	wahr	falsch

REWUE 14 • Lösung

Aufgabe 1: Welche Gleichungen sind äquivalent? Kreuze an.

a) $3^x = 9$	A: $x = \log_3(9)$	X
	B: $x = \log_9(3)$	
	C: $x = 2$	X
	D: $x = 3$	
b) $x = \log_2(4)$	A: $2^x = 4$	X
	B: $4^x = 2$	
	C: $x = 2$	X
	D: $x = 0{,}5$	
c) $2 \cdot x = 8$	A: $x = \log_2(8)$	
	B: $x = \log_9(2)$	
	C: $x = 3$	
	D: $x = 4$	X

Aufgabe 2: Ergibt sich der angegebene Wert? (richtig/falsch)

a) $\log_3(27)$	b) $\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$	a) 9		f	b) −3	r	
c) $\log_{100}(10)$	d) $\log_{10}(0{,}01)$	c) 2		f	d) −2	r	

Aufgabe 3: Berechne und gib die Lösungsmenge an.

a) $2^x = 16$	b) $5^x = \frac{1}{25}$	a) L = {4}	b) L = {-2}
c) $3^x = -9$	d) $4^x - 1 = 0$	c) L = { }	d) L = {0}

Aufgabe 4: Stimmen folgende Umformungen von Zeile zu Zeile?

$$3 \cdot 2^x + 2 = 38$$

$$\overset{a)}{\Leftrightarrow} \quad 3 \cdot 2^x = 36$$

$$\overset{b)}{\Leftrightarrow} \quad 6^x = 36$$

$$\overset{c)}{\Leftrightarrow} \quad x = \log_6(36)$$

$$\overset{d)}{\Leftrightarrow} \quad x = 6$$

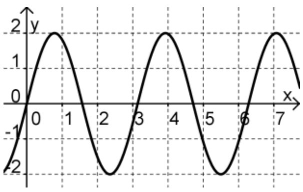
a)	wahr	
b)		falsch
c)	wahr	
d)		falsch

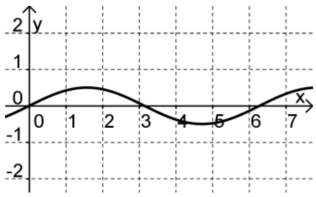
6BG	Klasse 10	**RE**gelmäßig **W**iederholen und **UE**ben	Mathematik

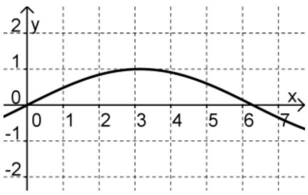
REWUE 15 • Ausblick trigonometrische Funktionen

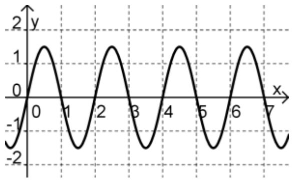
Name: ______________________ **Anzahl: 20** **Richtig sind:** __________

Aufgabe 1: Ordne die Amplitude A und Periode p den zugehörigen Schaubildern zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: 

B: 

C: 

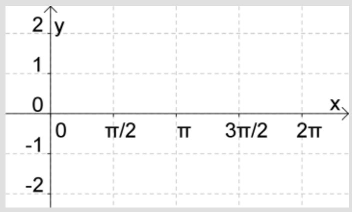
D: 

___ $p = 2$	___ $A = 0{,}5$
___ $p = \pi$	___ $A = 1$
___ $p = 2\pi$	___ $A = 1{,}5$
___ $p = 4\pi$	___ $A = 2$

Aufgabe 2:

a) Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = -\sin(x)$, $x \in [0;2\pi]$. Skizziere die zugehörigen Schaubilder in das Koordinatensystem und markiere die Fläche zwischen den Kurven.

b) Gegeben ist das Schaubild $y = \cos(x)$. Das Schaubild wird um 3 Einheiten in y-Richtung gestreckt und besitzt eine Periode von 2. Gib eine Gleichung des neuen Schaubilds an.

a) 

b) ______________________

Aufgabe 3: Welche Nullstellen besitzt die Funktion im Intervall $[0;2\pi]$? Kreuze an.

a) $f(x) = \sin(x)$	0 ☐	π ☐	2π ☐
b) $f(x) = \cos(x)$	$\frac{\pi}{2}$ ☐	π ☐	$\frac{3\pi}{2}$ ☐
c) $f(x) = \sin(0{,}5x)$	0 ☐	π ☐	2π ☐

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Die Kosinuskurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

b) Es gilt: $\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$.

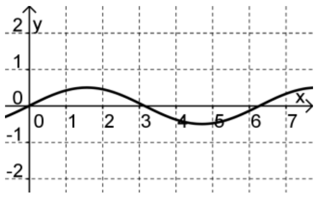
c) Das Schaubild $y = \sin(x)$ besitzt die Periode π.

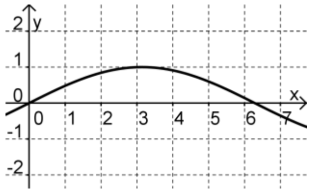
a)	wahr	falsch
b)	wahr	falsch
c)	wahr	falsch

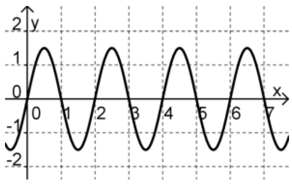
REWUE 15 • Lösung

Aufgabe 1: Ordne die Amplitude A und Periode p den zugehörigen Schaubildern zu. Notiere den Großbuchstaben.

A: 

B: 

C: 

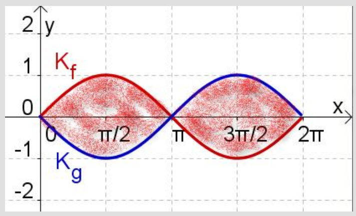
D: 

D: $p = 2$	B: $A = 0{,}5$
A: $p = \pi$	C: $A = 1$
B: $p = 2\pi$	D: $A = 1{,}5$
C: $p = 4\pi$	A: $A = 2$

Aufgabe 2:

a) Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = -\sin(x)$, $x \in [0;2\pi]$. Skizziere die zugehörigen Schaubilder in das Koordinatensystem und markiere die Fläche zwischen den Kurven.

b) Gegeben ist das Schaubild $y = \cos(x)$. Das Schaubild wird um 3 Einheiten in y-Richtung gestreckt und besitzt eine Periode von 2. Gib eine Gleichung des neuen Schaubilds an.

a) 

b) $y = 3\cos(\pi \cdot x)$

Aufgabe 3: Welche Nullstellen besitzt die Funktion im Intervall $[0;2\pi]$? Kreuze an.

a) $f(x) = \sin(x)$	0	X	π	X	2π	X
b) $f(x) = \cos(x)$	$\frac{\pi}{2}$	X	π		$\frac{3\pi}{2}$	X
c) $f(x) = \sin(0{,}5x)$	0	X	π		2π	X

Aufgabe 4: Sind folgende Aussagen richtig oder falsch?

a) Die Kosinuskurve ist punktsymmetrisch zum Ursprung.

b) Es gilt: $\sin(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2})$.

c) Das Schaubild $y = \sin(x)$ besitzt die Periode π.

a)		falsch
b)	wahr	
c)		falsch

REWUEs (REgelmäßig Wiederholen und UEben)

In Anlehnung an die WADIs (Wachhalten und Diagnostizieren) der allgemein bildenden Gymnasien sind die REWUEs für das sechsjährige berufliche Gymnasium entstanden (vergleiche Vorwort REWUEs Klasse 8 und 9). Die 15 REWUEs der Klasse 10 sind als Hausaufgabe nach Behandlung des Lehrplanthemas oder als Wiederholung des Stoffes zu einem späteren Zeitpunkt einsetzbar.

Die Korrektur ist wegen der Art der Aufgabenstellungen (Richtig-Falsch-Aufgaben, Kreuze an, Ordne zu …) schnell erledigt. Die Lehrkraft erhält sofort einen Überblick über den Kenntnisstand der Klasse zum jeweiligen Lehrplanthema und kann bei Bedarf einzelne Fragestellungen aufgreifen und vertiefen.

Durch die Feststellung der Anzahl der richtigen Lösungen erhalten die Schülerinnen und Schüler eine Rückmeldung zu ihrem bisherigen Wissensstand zum jeweiligen Lehrplanthema. Ohne Notendruck werden sie angehalten, individuell nachzulernen und ihre Lücken zu schließen und damit mehr Selbstverantwortung für ihr Lernen zu übernehmen.

Aufbau der REWUEs:

REWUE 1: Einstieg in die Klasse 10

Lehrplanthema 9: Potenzfunktionen

REWUE 2: Potenzfunktionen
REWUE 3: Potenzgesetze mit ganzzahligen Exponenten
REWUE 4: Rechnen mit Potenzen

Lehrplanthema 10: Kreisberechnung

REWUE 5: Kreisumfang und Kreisinhalt
REWUE 6: Zusammengesetzte Figuren

Lehrplanthema 11: Darstellung und Berechnung von Körpern

REWUE 7: Darstellung von Körpern
REWUE 8: Berechnung von Körpern

Lehrplanthema 12: Trigonometrie

REWUE 9: Trigonometrie
REWUE 10: Trigonometrie in der Ebene und im Raum
REWUE 11: Trigonometrische Funktionen

Lehrplanthema 13: Exponentialfunktionen

REWUE 12: Lineares und exponentielles Wachstum
REWUE 13: Exponentialfunktionen
REWUE 14: Logarithmus

REWUE 15: Ausblick trigonometrische Funktionen
Es ist möglich, als Ausblick auf die Eingangsklasse des beruflichen Gymnasiums, das Bogenmaß einzuführen und die trigonometrischen Funktionen f(x) = sin(x) und f(x) = cos(x) zu behandeln.

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Um die Ecke gedacht – Führerscheinprüfung I

Vom Bewerber auszufüllen		**Vom Prüfer auszufüllen**
Name:		I Grundfragen:
Vorname:	Datum:	II Zusatzfragen:
Ich versichere, die nachfolgenden Fragen ohne Hilfsmittel beantwortet zu haben. Unterschrift:		Summe:

Grundfrage 1: Womit müssen Sie rechnen, wenn Sie von g auf k wechseln?		
g: $y = 0{,}4 \cdot x + 1$ k: $y = 0{,}4 \cdot x^6 + 1$	• Sie fahren eine Kurve	
	• Sie fahren auf einer geraden Strecke	
	• mit nichts	

Grundfrage 2: Welche Fahrspur müssen Sie einhalten?		
Sie wollen die Gleichung $0 = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ lösen.	• $x = 2 + \sqrt{8}$	
	• $x = 4 - \sqrt{8}$	
	• $x = 2$	

Grundfrage 3: An dem Übergang zwischen zwei Lerneinheiten schwenkt die Lehrkraft eine weiß-rot-weiße Fahne. Was bedeutet dies?	
• Sie müssen innehalten und an Ihre Noten denken.	
• Die Lehrkraft will frischen Wind in das Klassenzimmer bringen.	
• Sie dürfen vorsichtig aus der Versenkung kommen.	

Grundfrage 4: Welches Verhalten müssen Sie zuerst zeigen, um die Aufgabe zu lösen?		
$\frac{3}{x} - 4x = \frac{1}{x} + 8(\frac{1}{3x} - \frac{x}{2})$	• Ich muss die Definitionsmenge bestimmen.	
	• Ich addiere 4x.	
	• Ich multipliziere mit 3x.	

Grundfrage 5: Wie verhalten Sie sich bei diesem Verkehrszeichen?		
$f\colon x \mapsto 3 \cdot x + 1 - x^2$	• Ich stelle mich unter einen Brückenbogen.	
	• Ich messe meine Körperlänge.	
	• Ich nehmen Reißaus.	

Grundfrage 6: Welche Veränderungen können zum Erlöschen der Betriebserlaubnis führen?			
$3^{2^3} = 3^8$		$4^3 \cdot 4^2 = 4^6$	
$1342^0 = 1$		$(2^2)^4 = 2^6$	
$5^3 : 5^4 = 5$		$3^3 = 15^3 \cdot 0{,}2^3$	

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Um die Ecke gedacht – Führerscheinprüfung II

Zusatzfrage 1: Was versteht man unter defensivem Fahren?	
• mit eigenen Fehlern rechnen	
• vorsorglich an jeder Kreuzung „spicken“	
• der Lehrkraft immer Recht geben	

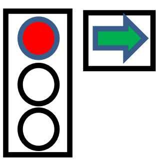
Zusatzfrage 2: Sie befinden sich im Punkt S(–1|3) auf der Parabel p. Wie müssen Sie sich verhalten, um nicht auf der Straße $(g: y = 0)$ zu landen?		
Die Parabel p: $y = -2 \cdot x^2 - 4x + 1$ wird beim Bremsvorgang um –3 LE in y-Richtung und um +2 LE in x-Richtung verschoben.	• sofort abspringen • bremsen und sitzen bleiben, denn die Entwicklung ist positiv • nicht bremsen	

Zusatzfrage 3: Womit müssen Sie rechnen, wenn ältere Menschen die Fahrbahn überqueren?	
• Sie kehren manchmal auf halbem Weg um, um das Notenbuch zu holen.	
• Sie bleiben plötzlich stehen, um mich fahren zu sehen.	
• Sie merken nichts von meiner Anwesenheit.	

Zusatzaufgabe 4: Wo müssen Sie besonders mit Fahrbahnvereisung rechnen?	
• Vereinfachen Sie: $4a(3 - 2a) + 2(a - (5 + 4a))$	
• Bestimmen Sie die Scheitelform: p: $y = x^2 - 6x + 4$	
• Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes: p: $y = x^2 + 2x$; g: $y = 4x - 1$	

Zusatzaufgabe 5: In welchem Fall müssen Sie den Fahrtrichtungsanzeiger bedienen, um den Fahrweg anzuzeigen?	
• bei einer Äquivalenzumformung	
• bei einer Bruchgleichung	
• bei einer Parabel	

Zusatzaufgabe 6: Wo führt schnelles Fahren häufig zu Unfällen?	
• beim Umformen einer Ungleichung, wenn mit -1 multipliziert wird	
• beim Bestimmen der Steigung einer Geraden, die nicht durch den Ursprung verläuft	
• beim Potenzieren einer Differenz	

Zusatzaufgabe 7: Was ist bei einer Ampel mit Grünpfeilschild erlaubt?		
	• sofort rechts abbiegen und mit dem Lernen anfangen • zuerst anhalten, sein Arbeitsmaterial bereit legen und dann mit dem Lernen anfangen • warten, bis die Ampel auf Grün springt, auch wenn es Monate dauert	

Potenzfunktion – Prüfbogen – Bemerkungen

Grundfrage 1: g ist eine Gerade und k eine Parabel. Die Fahrt auf k entspricht einer Kurvenfahrt.

Grundfrage 2: $x = 2$

Grundfrage 3: Scherzfrage

Grundfrage 4: Zuerst sollte die Definitionsmenge bestimmt werden.

Grundfrage 5: Der Graph ist eine nach unten geöffnete Parabel, die einen Brückenbogen beschreiben könnte, dessen maximale Höhe über der x-Achse 3,25 LE ist. Um zu wissen, ob man sich beim Durchgehen bücken muss, ist das Kennen der eigenen Körperlänge wichtig.

Grundfrage 6: Hier sind Fehler zu suchen. Falsch sind $5^3 : 5^4 = 5$ und $4^3 \cdot 4^2 = 4^6$ und $(2^2)^4 = 2^6$.

Zusatzfrage 1: Scherzfrage

Zusatzfrage 2: S(–1|3) ist der Scheitelpunkt. Wird die Parabel durch den Bremsvorgang verschoben, so wandert der Scheitel zum Punkt P(1|0), liegt also auf der x-Achse (Straße). Beim Absprung bleibt man am Ort. Tritt man nicht auf die Bremse und wandert entlang der Parabel, kommt man unweigerlich zu einer Nullstelle und damit ebenfalls auf die Straße.

Zusatzfrage 3: Scherzfrage

Zusatzfrage 4: Hier können der Schüler und die Schülerin überprüfen, ob sie die Lösungswege noch kennen. Die Ergebnisse sind:
- $-8a^2 + 6a - 10$
- $y = (x-3)^2 - 5$
- S(1|3)

Zusatzfrage 5: Die Schülerinnen und Schüler sollen reflektieren, wann es sinnvoll ist anzugeben, welche Rechenoperation als nächstes ausgeführt wird. Dies geschieht z. B. bei Äquivalenzumformungen durch den Äquivalenzstrich.

Zusatzfrage 6: Auch hier geht es darum für sich selbst zu überprüfen, ob das nötige Wissen noch vorhanden ist.

Zusatzfrage 7: Die Schlussfrage thematisiert die Lerneinstellung.

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Sortieraufgabe

Nimm ein kariertes oder liniertes Blatt Papier. Teile das Blatt in drei gleichbreite Spalten ein, die du mit folgenden Überbegriffen beschriftest:

- Potenzgesetze
- Lineare Funktion
- Quadratische Funktion

Trage folgende Wörter, Formeln, Gleichungen, … passend in eine oder zwei der drei Spalten ein. Beachte, dass Begriffe übrig bleiben.

a^m multipliziert mit a^n	proportional abhängig	Graph
y-Achsenabschnitt	Satz von Vieta	Basis
Strahlensatz	b^n dividiert durch a^n	$7 = \frac{3}{x}$
$\sqrt{b^2 - 4ac}$	Nullstelle	Exponent
Viereck	Formfaktor	a^m multipliziert mit b^m
Potenzieren einer Potenz	einstufig	Häufigkeitstabelle
Ähnlichkeit	Potenz	$\left(x^2\right)^3$
funktionaler Zusammenhang	$3 \leq -2x + 1$	Winkelsumme
Scheitelform	Umfang	immer gleicher Faktor
Höhe	Gerade	Pfadregel
mehrfache Multiplikation	$f : x \mapsto f(x)$	linear abhängig
$x = 3$	$x = \frac{y-2}{3}$	y^0
$b \cdot b$	Steigung	Normalparabel
Koeffizient	Winkelhalbierende	Hauptform
a^m dividiert durch a^n	Konstruktion	$3 \geq 2 \cdot x^2 + 2x + 1$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Sortieraufgabe – Lösung

Potenzgesetze	Lineare Funktion	Quadratische Funktion
mehrfache Multiplikation	funktionaler Zusammenhang	funktionaler Zusammenhang
immer gleicher Faktor	$f : x \mapsto f(x)$	$f : x \mapsto f(x)$
Basis	proportional abhängig	Satz von Vieta
Exponent	Nullstelle	Nullstelle
Potenz	$x = \frac{y-2}{3}$	$\sqrt{b^2 - 4ac}$
a^m multipliziert mit a^n	$3 \leq -2x + 1$	$3 \geq 2 \cdot x^2 + 2x + 1$
a^m dividiert durch a^n	Graph	Graph
a^m multipliziert mit b^m	Gerade	Normalparabel
b^n dividiert durch a^n	y-Achsenabschnitt	y-Achsenabschnitt
Potenzieren einer Potenz	Steigung	Formfaktor
$\left(x^2\right)^3$	linear abhängig	Hauptform
y^0	Winkelhalbierende	Scheitelform
$b \cdot b$	Koeffizient	Koeffizient

Aussortiert werden:

Strahlensatz	Ähnlichkeit	$7 = \frac{3}{x}$
Viereck	einstufig	Häufigkeitstabelle
Winkelsumme	Umfang	Konstruktion
Höhe	Pfadregel	$x = 3$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

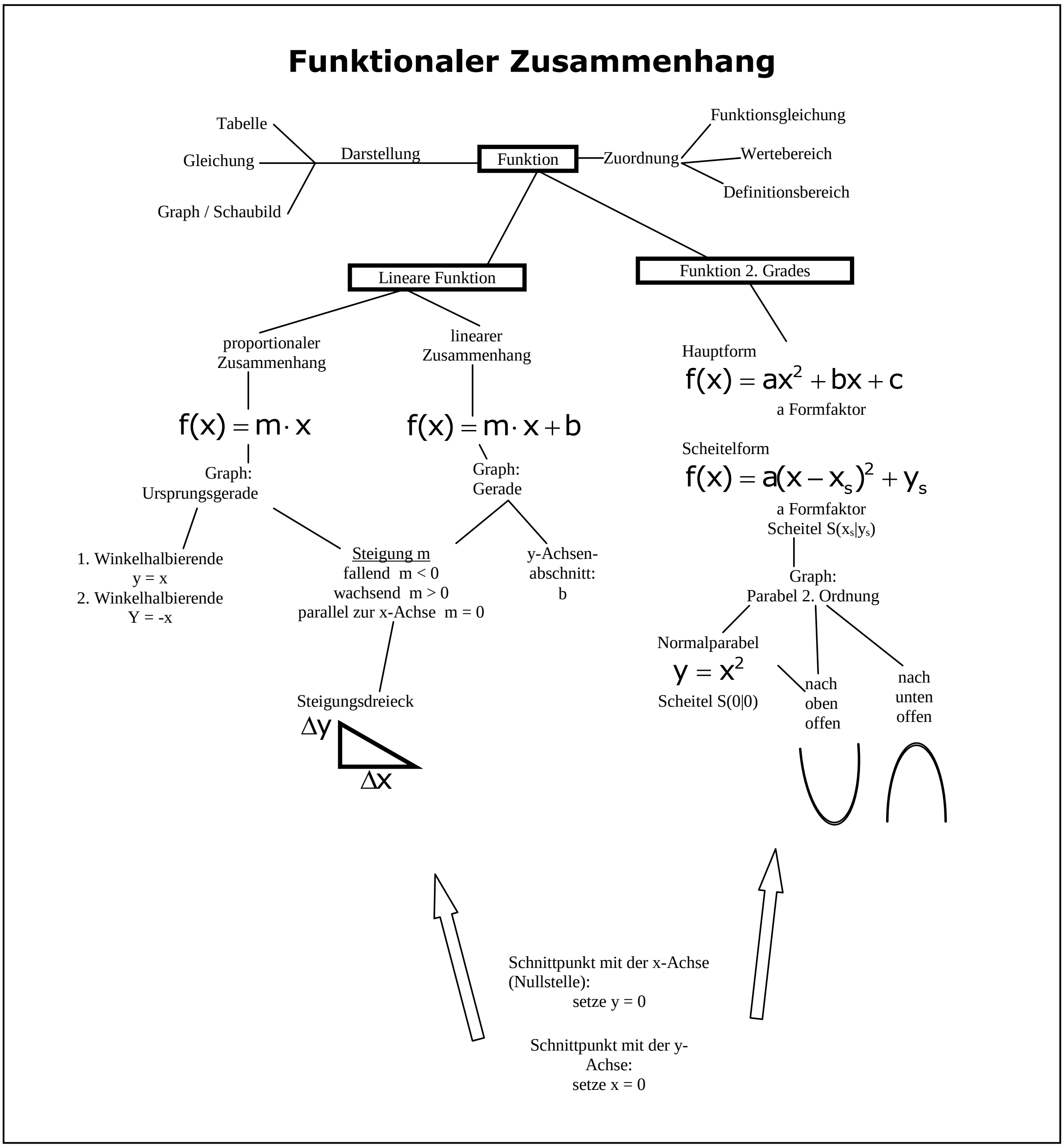
Mindmap zum Thema funktionaler Zusammenhang

Erstelle eine Mindmap auf einem A3-Papier. In der Tabelle siehst du Begriffe, die du verwenden kannst. Vervollständige die Darstellung mit Zeichnungen und Schaubildern. Unter Vermerke kannst du Notizen eintragen.

Vermerk		Vermerk
	algebraische Darstellung	
	Definitionsbereich	
	fallend	
	Formfaktor	
	Funktion	
	Funktion 2. Grades	
	Funktionsgleichung	
	Gerade	
	Graph	
	graphische Darstellung	
	Hauptform	
	lineare Funktion	
	linearer Zusammenhang	
	nach oben geöffnet	
	nach unten geöffnet	
	Normalparabel	
	Nullstelle	
	Parabel	
	proportionaler Zusammenhang	
	Schaubild	
	Scheitel	
	Scheitelform	
	Schnittpunkt mit der x-Achse	
	Schnittpunkt mit der y-Achse	
	Steigung	
	Steigungsdreieck	
	tabellarische Darstellung	
	Ursprungsgerade	
	wachsend	
	Wertebereich	
	Winkelhalbierende	
	y-Achsenabschnitt	
	Zuordnung	

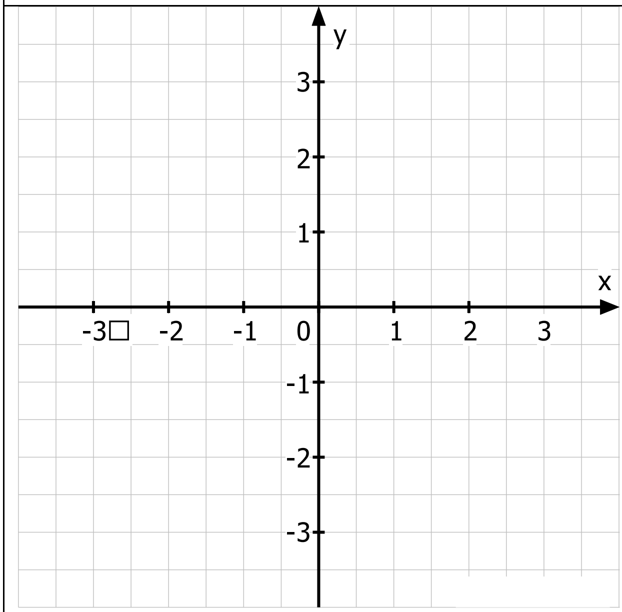
6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

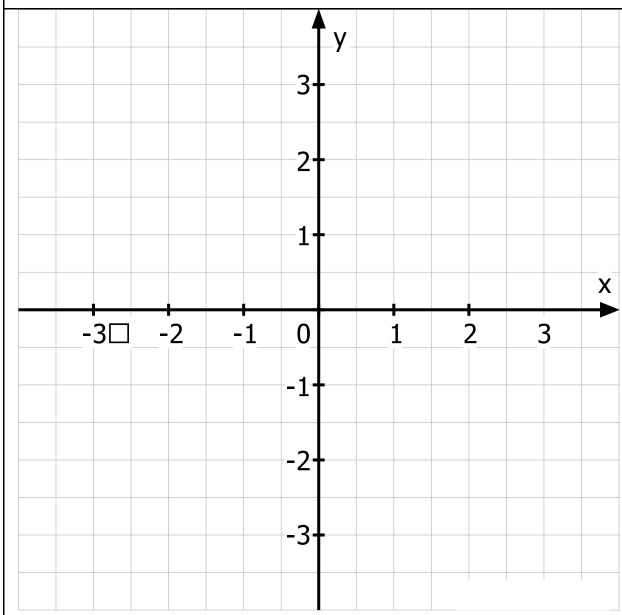
Mindmap zum Thema funktionaler Zusammenhang – Beispiel



6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Arbeitsblatt 1

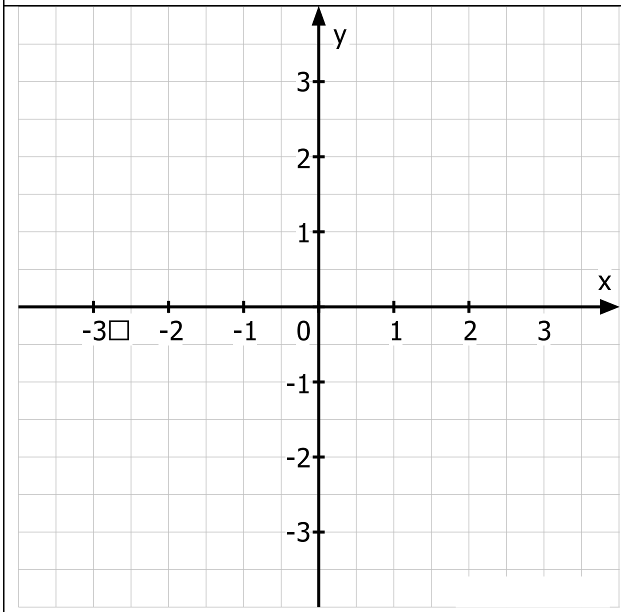
Aufgabe 1 $y = 2x - 1 \quad \wedge \quad y = \frac{3}{2}$	
Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

Aufgabe 2 $y = -\frac{3}{2}x + 1 \quad \wedge \quad x = -1$	
Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

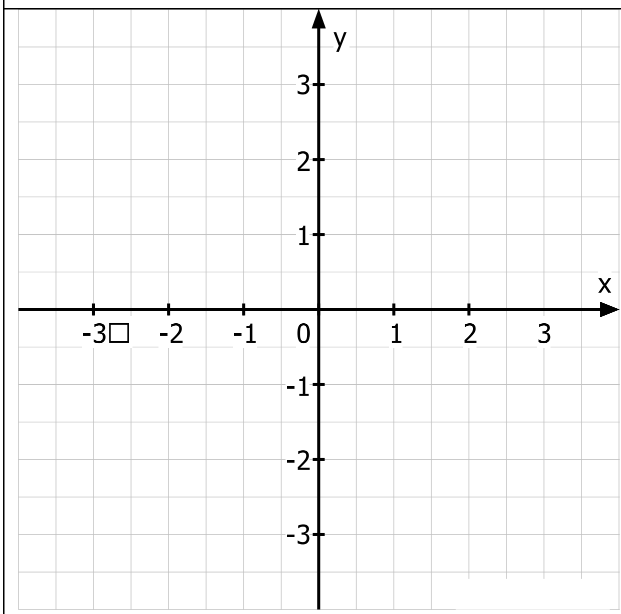
6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Arbeitsblatt 2

Aufgabe 3 $y = 3x + 1 \quad \wedge \quad y = -x$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

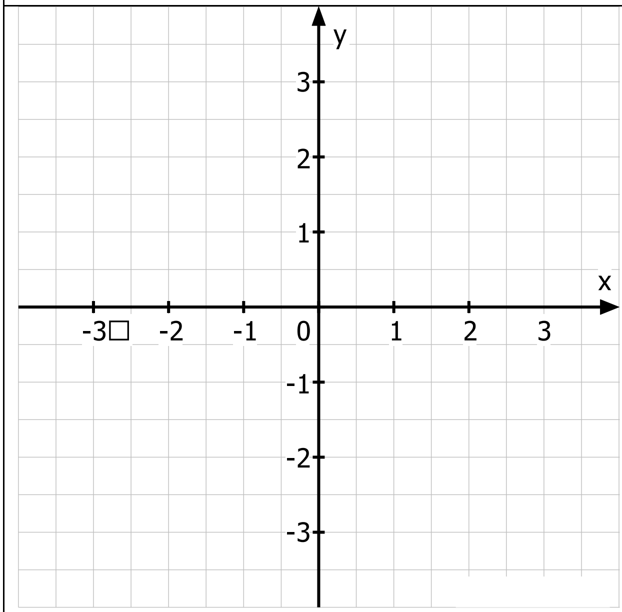
Aufgabe 4 $y = \frac{1}{3}x + 2 \quad \wedge \quad y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

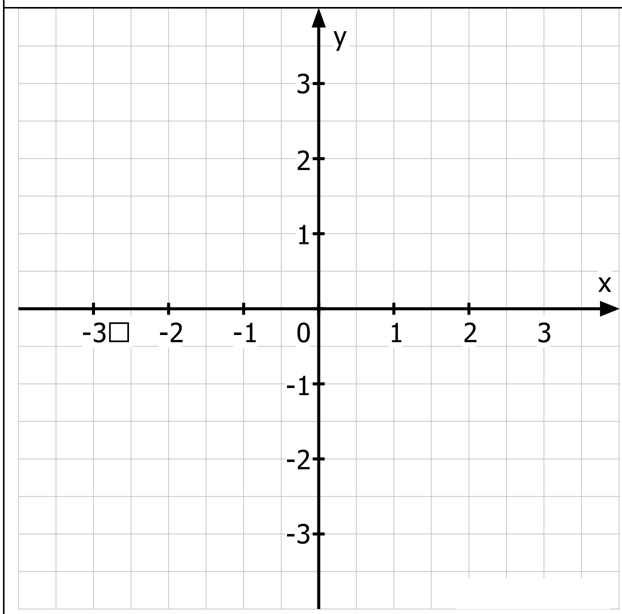
6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Arbeitsblatt 3

Aufgabe 5 $y = x^2 + 1 \quad \wedge \quad y = -x + \frac{7}{4}$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

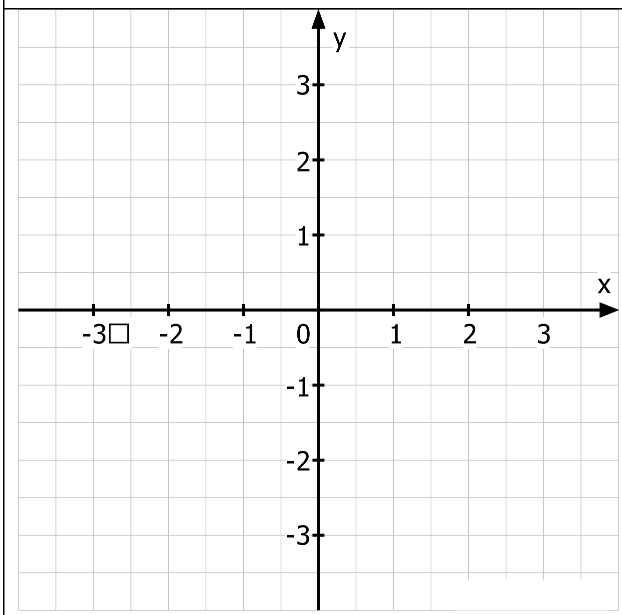
Aufgabe 6 $y = -2x^2 - 8x - 5 \quad \wedge \quad y = -4x - 3$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

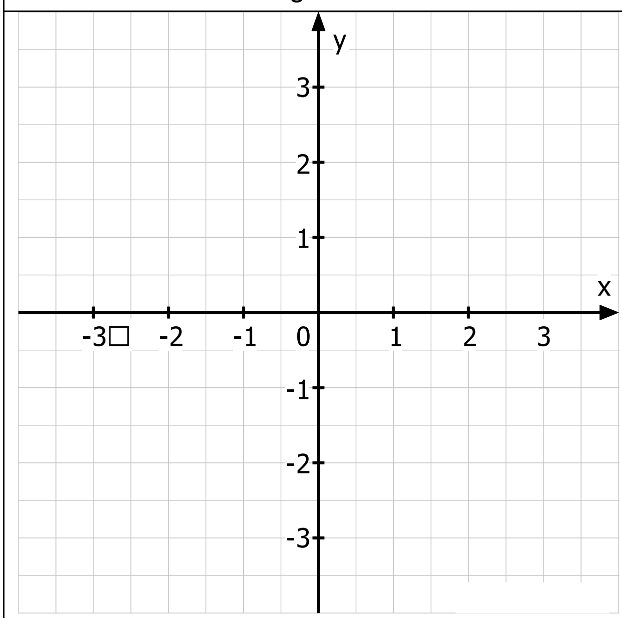
6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Arbeitsblatt 4

Aufgabe 7 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 \quad \wedge \quad y = -x - \frac{1}{2}$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

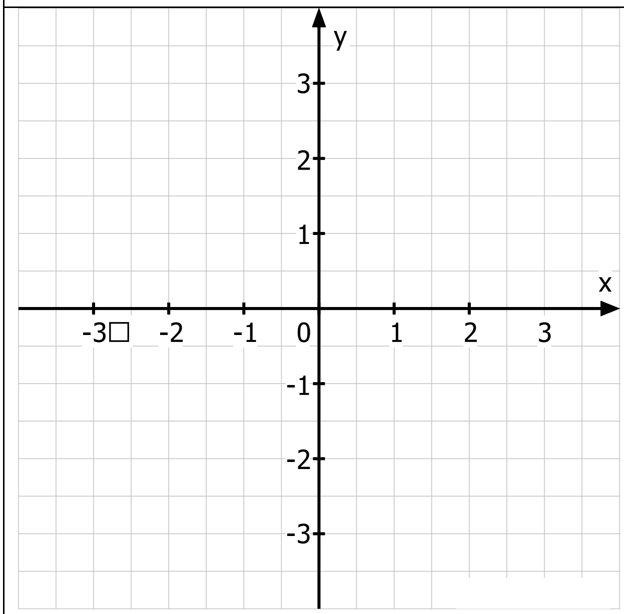
Aufgabe 8 $y = x^2 - \frac{1}{2}x \quad \wedge \quad y = \frac{1}{2}x^2 + 1$

Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

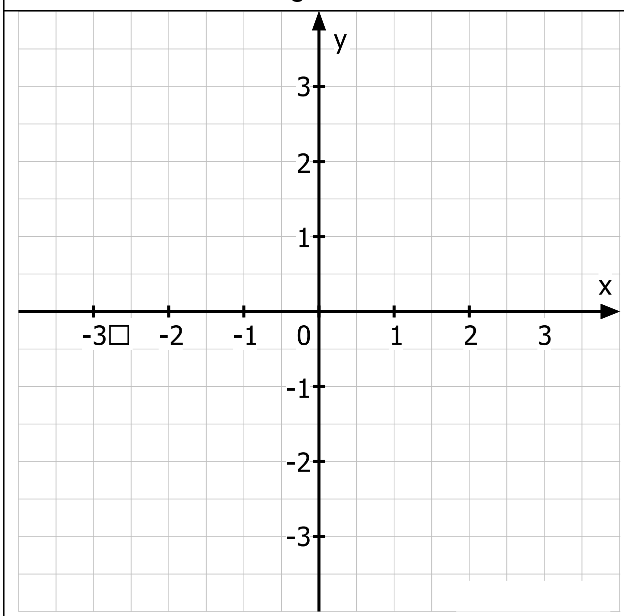
6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Arbeitsblatt 5

Aufgabe 9 $y = \frac{1}{4}x^2 - 3 \quad \wedge \quad y = x^2 + x - 1$

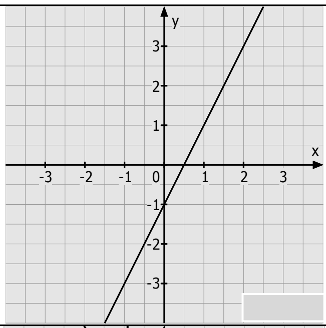
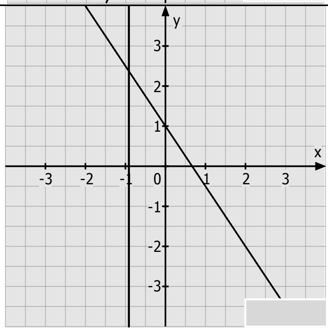
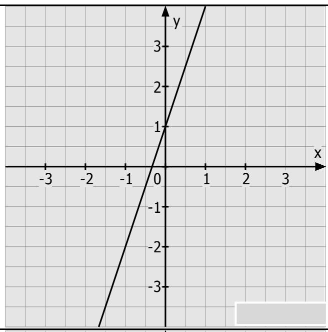
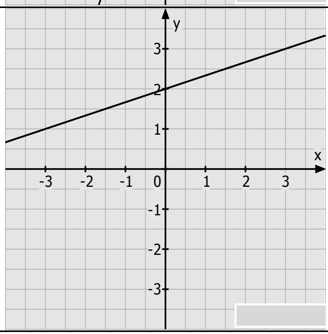
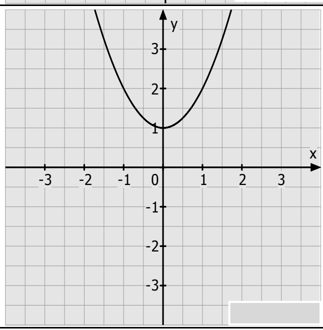
Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

Aufgabe 10 $y = 2x^2 - 8x + \frac{19}{2} \quad \wedge \quad y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2}$

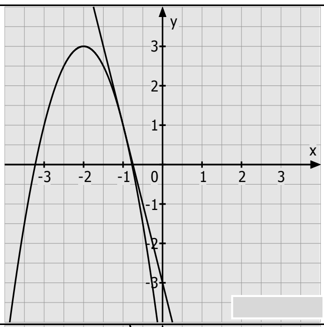
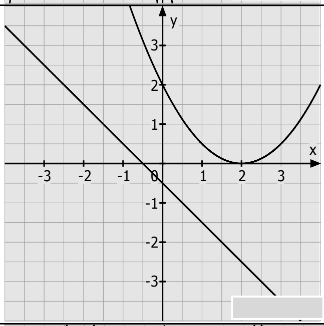
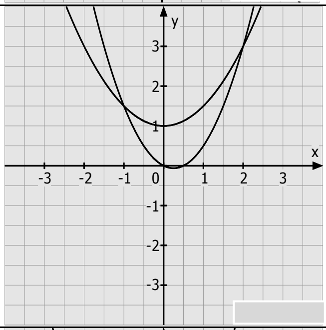
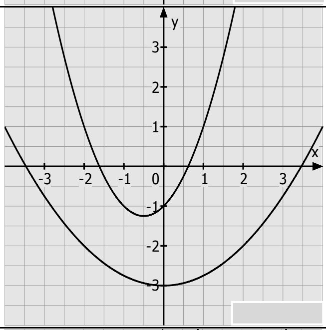
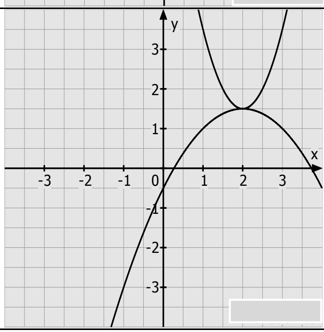
Zeichnerische Lösung	Rechnerische Lösung
	

6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Lösung 1

Aufgabe 1 $y = 2x - 1$ $y = \frac{3}{2}$		$S(\frac{5}{4} \mid \frac{3}{2})$
Aufgabe 2 $y = -\frac{3}{2}x + 1$ $x = -1$		$S(-1 \mid \frac{5}{2})$
Aufgabe 3 $y = 3x + 1$ $y = -x$		$S(-\frac{1}{4} \mid \frac{1}{4})$
Aufgabe 4 $y = \frac{1}{3}x + 2$ $y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$		keine Lösung
Aufgabe 5 $y = x^2 + 1$ $y = -x + \frac{7}{4}$		$S_1(-\frac{3}{2} \mid \frac{13}{4})$ $S_2(\frac{1}{2} \mid \frac{5}{4})$

Wiederholung – Lösen von Gleichungen – Lösung 2

Aufgabe 6 $y = -2x^2 - 8x - 5$ $y = -4x - 3$		$S(-1\|1)$
Aufgabe 7 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$ $y = -x - \frac{1}{2}$		kein Schnittpunkt
Aufgabe 8 $y = x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$		$S_1(-1 \mid \frac{3}{2})$ $S_2(2 \mid 3)$
Aufgabe 9 $y = \frac{1}{4}x^2 - 3$ $y = x^2 + x - 1$		kein Schnittpunkt
Aufgabe 10 $y = 2x^2 - 8x + \frac{19}{2}$ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2}$		$S(2 \mid \frac{3}{2})$

6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

Ziel

Ziel dieses Partnerpuzzles ist es, die Regeln zur Multiplikation und Division von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten zu erarbeiten. Vorausgesetzt wird der Potenzbegriff und die Begriffe Basis bzw. Exponent. Sie sollten zuvor eingeführt worden sein.

Ablauf

Die eine Hälfte der Schülerinnen und Schüler erhält das Arbeitsblatt „Partner 1“, die andere Hälfte das Arbeitsblatt „Partner 2“. Das Arbeitsblatt wird in Stillarbeit selbstständig bearbeitet. Hierzu werden 10 Minuten angesetzt. Anschließend erfolgt innerhalb von ca. 4 Minuten der Austausch des erarbeiteten Inhalts im Tandem, welches sich aus jeweils einem „Partner 1“ und einem „Partner 2“ zusammensetzt. Diese Tandems können auch schon vor der Stillarbeitsphase bestimmt werden. Zur Festigung bearbeiten die Zweierteams im Anschluss die gemeinsamen Aufgaben. Diese Phase soll etwa 15 Minuten in Anspruch nehmen.

Die Potenzregeln können im Anschluss als Tafelaufschrieb festgehalten werden.

6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten (Partner 1)

Vorüberlegung

Die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^4 \cdot 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{4 Faktoren}} \cdot \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{\text{5 Faktoren}} = \underbrace{\rule{6cm}{0.4pt}}_{\text{\_\_\_\_ Faktoren}} = 2^{\_\_\_}$$

Verbinde nun die Rechenaufgaben mit jeweils dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^2 \cdot 2^3$ $\quad$ $7^2 \cdot 7^3$ $\quad$ 3^{10} $\quad$ 2^5

$5^{10} \cdot 5^{11}$ $\quad$ 7^5

$5^1 \cdot 5^{10}$ $\quad$ $6^8 \cdot 6^3$ $\quad$ 6^{11}

5^{11} $\quad$ $(-5)^7$

$11^3 \cdot 11^2$ $\quad$ $(-5)^4 \cdot (-5)^3$ $\quad$ 11^5 $\quad$ 5^{21}

$3^4 \cdot 3^6$

Beobachtung

Ergebnis

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{n Faktoren}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{m Faktoren}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{\text{\_\_\_\_ Faktoren}} = a^{\_\_\_}$$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten (Partner 2)

Vorüberlegung

Die Division von Potenzen mit gleicher Basis kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^5 : 2^3 = \frac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}^{5\ \text{Faktoren}}}{\underbrace{2\cdot 2\cdot 2}_{3\ \text{Faktoren}}} \underset{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{\rule{4cm}{0.4pt}}_{\_\_\_\ \text{Faktoren}} = 2^{\_\_}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils mit dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^4 : 2^3$ $7^3 : 7^2$ 3^4 2^1

$5^{10} : 5^2$ 7^1

$6^8 : 6^3$ 6^5

$5^{12} : 5^{11}$ $(-5)^2$

$(-5)^4 : (-5)^2$ 5^8

$11^4 : 11^2$ 11^2

$3^{10} : 3^6$ 5^1

Beobachtung:

Ergebnis

$$a^n : a^m = \frac{\overbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}^{n\ \text{Faktoren}}}{\underbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{m\ \text{Faktoren}}} \underset{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{\rule{4cm}{0.4pt}}_{\_\_\_\ \text{Faktoren}} = a^{\_\_\_\_}$$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Gemeinsame Aufgaben

Aufgabe 1

Vereinfache mit Hilfe der beiden gefundenen Potenzrechenregeln folgende Potenzausdrücke!

$2^3 \cdot 2^2 =$

$\frac{4^{10}}{4^8} =$

$5^6 \cdot 5^1 : 5^4 =$

$\frac{7^5}{7^4} \cdot 7^1 =$

$3^7 : \frac{3^8}{3^2} =$

Aufgabe 2

Dividiere 2^3 durch 2^5.

Mit Potenzregel: $2^3 : 2^5 =$

Ohne Regel durch Kürzen: $\frac{2^3}{2^5} =$

Merke: Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten kann man

____

____

____

$a^{-n} = \_\_\_\_\_\_$

Schreibe in Potenzen mit positiven Exponenten um.

$2^{-3} =$

$(-5)^{-5} =$

$3 \cdot 4^{-4} =$

$100 \cdot 10^{-2} =$

Aufgabe 3

Zeige, dass die Regeln auch für Potenzen mit negativen Exponenten gelten.

$2^{-3} \cdot 2^5 =$

$\frac{4^{-7}}{4^{-3}} =$

Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis (Partner 1) – Lösung

Vorüberlegungen

Die Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^4 \cdot 2^5 = \underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{4\text{ Faktoren}}\cdot\underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{5\text{ Faktoren}} = \underbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}_{9\text{ Faktoren}} = 2^9 = 2^{4+5}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$7^2 \cdot 7^3$	7^5	$11^3 \cdot 11^2$	11^5
$5^{10} \cdot 5^{11}$	5^{21}	$2^2 \cdot 2^3$	2^5
$5^1 \cdot 5^{10}$	5^{11}	$6^8 \cdot 6^3$	6^{11}
$3^4 \cdot 3^6$	3^{10}	$(-5)^4 \cdot (-5)^3$	$(-5)^7$

Beobachtung:
Multipliziert man Potenzen mit gleicher Basis, so muss man die Exponenten addieren.

Ergebnis

$$a^n \cdot a^m = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ Faktoren}}\cdot\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{m\text{ Faktoren}} = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{(n+m)\text{ Faktoren}} = a^{n+m}$$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Division von Potenzen mit gleicher Basis (Partner 2) – Lösung

Vorüberlegungen

Die Division von Potenzen mit gleicher Basis und natürlichem Exponenten kann man sich mithilfe der Definition der Potenz klarmachen:

$$2^5 : 2^3 = \frac{\overbrace{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}^{5\text{ Faktoren}}}{\underbrace{2\cdot 2\cdot 2}_{3\text{ Faktoren}}} \underset{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{2\cdot 2}_{2\text{ Faktoren}} = 2^2 = 2^{5-3}$$

Verbinde die Rechenaufgaben mit jeweils mit dem richtigen Ergebnis. Verwende hierzu die Definition von Potenzen. Was beobachtest du?

$2^4 : 2^3$ $\quad 2^1$

$5^{10} : 5^2$ $\quad 5^8$

$5^{12} : 5^{11}$ $\quad 5^1$

$11^4 : 11^2$ $\quad 11^2$

$7^3 : 7^2$ $\quad 7^1$

$6^8 : 6^3$ $\quad 6^5$

$(-5)^4 : (-5)^2$ $\quad (-5)^2$

$3^{10} : 3^6$ $\quad 3^4$

Beobachtung:
Dividiert man Potenzen mit gleicher Basis, so muss man die Exponenten subtrahieren.

Ergebnis

$$a^n : a^m = \frac{\overbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}^{n\text{ Faktoren}}}{\underbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{m\text{ Faktoren}}} \underset{\text{gekürzt}}{=} \underbrace{a\cdot a\cdot \ldots \cdot a}_{n-m\text{ Faktoren}} = a^{n-m}$$

Gemeinsame Aufgaben – Lösung

Aufgabe 1

Vereinfache mit Hilfe der beiden gefundenen Potenzrechenregeln folgende Potenzausdrücke!

$2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$

$\frac{4^{10}}{4^8} = 4^{10-8} = 4^2$

$5^6 \cdot 5^1 : 5^4 = 5^{6+1-4} = 5^3$

$\frac{7^5}{7^4} \cdot 7^1 = 7^{5-4} \cdot 7 = 7^1 \cdot 7 = 7^{1+1} = 7^2$

$3^7 : \frac{3^8}{3^2} = 3^7 : 3^{8-2} = 3^7 : 3^6 = 3^{7-6} = 3^1 = 3$

Aufgabe 2

Dividiere 2^3 durch 2^5.

Mit Potenzregel: $2^3 : 2^5 = 2^{3-5} = 2^{-2}$

Ohne Regel durch Kürzen: $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{2^2}$

$2^{-2} = \frac{1}{2^2}$

Merke: Potenzen mit negativen ganzzahligen Exponenten kann man *ganzzahlig machen, indem man die Potenz mit positivem Exponenten in den Nenner eines Bruchs mit Zähler 1 schreibt:*

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Schreibe in Potenzen mit positiven Exponenten um.

$2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

$(-5)^{-5} = \frac{1}{(-5)^5}$

$3 \cdot 4^{-4} = \frac{3}{4^4}$

$100 \cdot 10^{-2} = \frac{100}{10^2} = 1$

Aufgabe 3

Zeige, dass die Regeln auch für Potenzen mit negativen Exponenten gelten.

$2^{-3} \cdot 2^5 = \frac{1}{2^3} \cdot 2^5 = 2^{5-3} = 2^2 = 2^{-3+5}$

$\frac{4^{-7}}{4^{-3}} = \frac{1}{4^7} : \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4^7} \cdot \frac{4^3}{1} = 4^{3-7} = 4^{-4} = 4^{-7-(-3)}$

Würfelspiel Potenzgesetze

Das Würfelspiel ist jeweils für bis zu sechs Personen. Benötigt werden:

- für jede Spielerin und jeden Spieler ein Spielplan
- sechs Zahlenwürfel
- ein Blatt für Notizen

Es wird reihum mit allen sechs Würfeln gleichzeitig gewürfelt.

In jeder Spielrunde trägt jede Spielerin und jeder Spieler die gewürfelten Augenzahlen auf seinem Spielplan in die Kästchen eines der Felder ein. Bei den weißen Feldern 1 bis 4 soll dabei jeweils der Wert des Terms möglichst groß, bei den grauen Feldern 5 bis 8 möglichst klein sein.

Nach acht Spielrunden, wenn die Kästchen in allen Feldern ausgefüllt sind, bestimmt jede Spielerin und jeder Spieler den Term in allen Feldern seines Spielplans. Zum Schluss subtrahiert jede Spielerin und jeder Spieler die Summe der grauen Felder von der Summe der weißen Felder. Es kann ein Taschenrechner eingesetzt werden. Das Ergebnis soll als Dezimalzahl so genau wie möglich ermittelt werden.

Gewonnen hat die Spielerin oder der Spieler, welche oder welcher am Ende des Spiels die größte positive Zahl erreicht hat.

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Würfelspiel Potenzgesetze – Spielplan Name: ________________

Kombiniere so, dass die Summe der Ergebnisse aller vier weißen Felder einen möglichst **großen** Wert ergibt.

1 $\square^{\frac{\square}{\square}} + \square^{\frac{\square}{\square}}$	2 $\square^{\frac{\square}{\square}} - \square^{\frac{\square}{\square}}$
Ergebnis:	Ergebnis:
3 $\square^{\frac{\square}{\square}} \cdot \square^{\frac{\square}{\square}}$	4 $\square^{\frac{\square}{\square}} \div \square^{\frac{\square}{\square}}$
Ergebnis:	Ergebnis:

Kombiniere so, dass die Summe der Ergebnisse aller vier weißen Felder einen möglichst **kleinen** Wert ergibt.

5 $\square^{\frac{\square}{\square}} + \square^{\frac{\square}{\square}}$	6 $\square^{\frac{\square}{\square}} - \square^{\frac{\square}{\square}}$
Ergebnis:	Ergebnis:
7 $\square^{\frac{\square}{\square}} \cdot \square^{\frac{\square}{\square}}$	8 $\square^{\frac{\square}{\square}} \div \square^{\frac{\square}{\square}}$
Ergebnis:	Ergebnis:

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Name: ________________

Summe der weißen Felder

1	
2	
3	
4	
weiß	

Summe der grauen Felder

5	
6	
7	
8	
grau	

Endergebnis

weiß	
- grau	
Endergebnis	

Würfelspiel Potenzgesetze – Beispiel


6BG | Klasse 10 | Potenzfunktionen | Mathematik

Name: Eric

Summe der weißen Felder

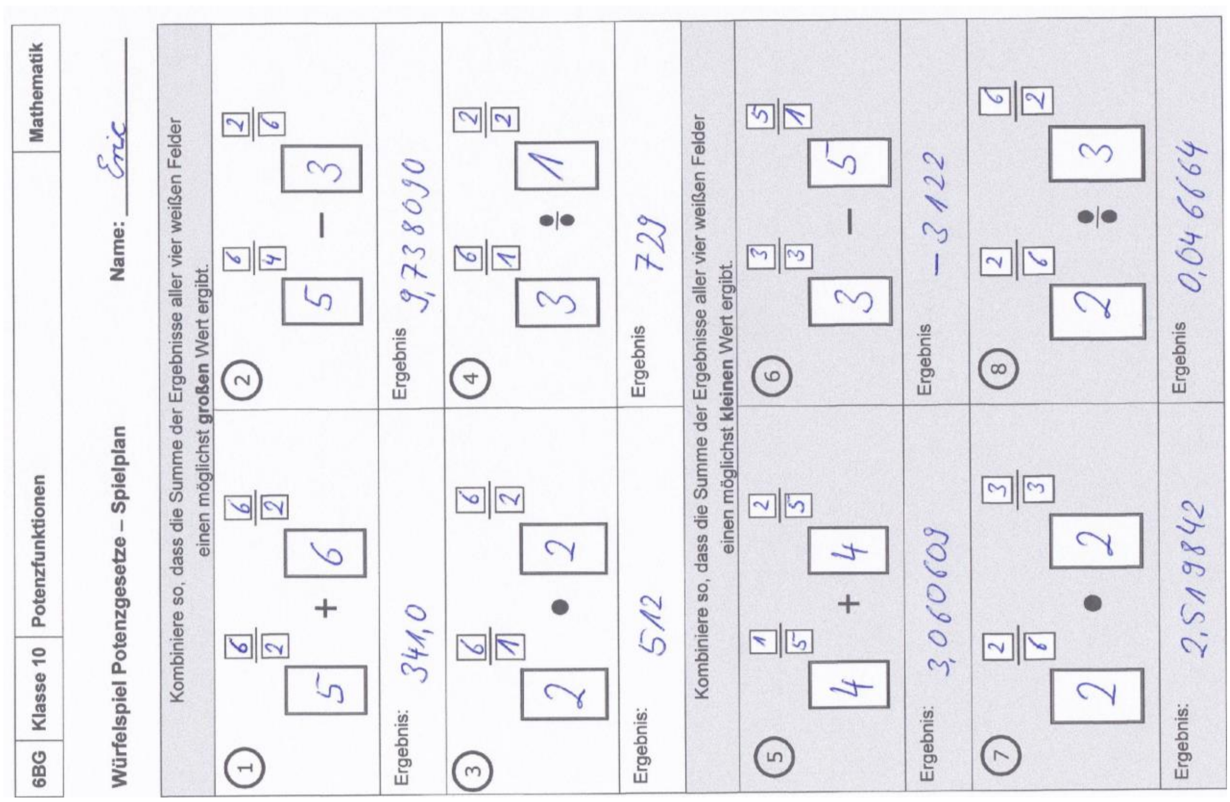
1	341
2	9,738090
3	512
4	729
weiß	1591,738090

Summe der grauen Felder

5	3,060609
6	-3122,0
7	2,519842
8	0,046664
grau	-3116,372885

Endergebnis

weiß	1591,738090
- grau	+ 3116,372885
Endergebnis	4708,110973


6BG | Klasse 10 | Potenzfunktionen | Mathematik

Würfelspiel Potenzgesetze – Spielplan

Name: Eric

Kombiniere so, dass die Summe der Ergebnisse aller vier weißen Felder einen möglichst **großen** Wert ergibt.

1. $5^{\frac{6}{2}} + 6^{\frac{6}{2}}$ Ergebnis: 341,0
2. $5^{\frac{6}{4}} - 3^{\frac{2}{6}}$ Ergebnis: 9,738090
3. $2^{\frac{6}{1}} \cdot 2^{\frac{6}{2}}$ Ergebnis: 512
4. $3^{\frac{6}{1}} : 1^{\frac{2}{2}}$ Ergebnis: 729

Kombiniere so, dass die Summe der Ergebnisse aller vier weißen Felder einen möglichst **kleinen** Wert ergibt.

5. $4^{\frac{1}{5}} + 4^{\frac{2}{5}}$ Ergebnis: 3,060609
6. $3^{\frac{3}{3}} - 5^{\frac{5}{1}}$ Ergebnis: −3122
7. $2^{\frac{2}{6}} \cdot 2^{\frac{3}{3}}$ Ergebnis: 2,519842
8. $2^{\frac{2}{6}} : 3^{\frac{6}{2}}$ Ergebnis: 0,046664

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Sortieraufgabe: Vereinfachen von Potenzen

Schneide die Kärtchen an den Linien aus und bringe die Lösungsschritte der sieben Aufgaben in die richtige Reihenfolge. Die Anfangsaufgabe ist grau hinterlegt. Klebe die geordneten Aufgaben in dein Heft. Ein Kärtchen bleibt übrig.

$\frac{(4a)^5}{(2a)^2}$	$\frac{(2a)^2-3^2}{2a-3}$	$\left(2^5\right)^2$
2^{x+x}	a	2^{10}
$2^x+2\cdot 2^x$	-8	4^x
$\frac{\left(2^2\cdot a\right)^5}{2^2\cdot a^2}$	$\frac{a^6}{a^5}$	$\frac{4a^2-9}{2a-3}$
$\left(2^{3-(-2)}\right)^2$	$\frac{2^{2\cdot 5}\cdot a^5}{2^2\cdot a^2}$	$\frac{(-2a)^3}{a^3}$
$2a+3$	$2^x\cdot 2^x$	$3\cdot 2^x$
$2^8\cdot a^3$	a^{6-5}	$\frac{2^{10}\cdot a^5}{2^2\cdot a^2}$
$\frac{\left(a^2\right)^3}{a^5}$	$2a^3$	2^{2x}
$2^{10-2}\cdot a^{5-2}$	$\frac{a^{2\cdot 3}}{a^5}$	$\left(2^2\right)^x$
2^x+2^{x+1}	$(-2)^3$	$\left(\frac{-2a}{a}\right)^3$
$\left(\frac{2^3}{2^{-2}}\right)^2$	$\frac{(2a-3)(2a+3)}{2a-3}$	$(1+2)\cdot 2^x$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Sortieraufgabe: Vereinfachen von Potenzen – Lösung

$\frac{(4a)^5}{(2a)^2}$	$\frac{\left(a^2\right)^3}{a^5}$	$(1+2)\cdot 2^x$
$\frac{\left(2^2\cdot a\right)^5}{2^2\cdot a^2}$	$\frac{a^{2\cdot 3}}{a^5}$	$3\cdot 2^x$
$\frac{2^{2\cdot 5}\cdot a^5}{2^2\cdot a^2}$	$\frac{a^6}{a^5}$	$\left(\frac{2^3}{2^{-2}}\right)^2$
$\frac{2^{10}\cdot a^5}{2^2\cdot a^2}$	a^{6-5}	$\left(2^{3-(-2)}\right)^2$
$2^{10-2}\cdot a^{5-2}$	a	$\left(2^5\right)^2$
$2^8\cdot a^3$	$\frac{(-2a)^3}{a^3}$	2^{10}
$2^x\cdot 2^x$	$\left(\frac{-2a}{a}\right)^3$	$\frac{4a^2-9}{2a-3}$
2^{x+x}	$(-2)^3$	$\frac{(2a)^2-3^2}{2a-3}$
2^{2x}	-8	$\frac{(2a-3)(2a+3)}{2a-3}$
$\left(2^2\right)^x$	2^x+2^{x+1}	$2a+3$
4^x	$2^x+2\cdot 2^x$	$2a^3$ bleibt übrig

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Rechnen mit Potenzen

Ziel der Übung

Die Schülerinnen und Schüler haben mit dieser Übung die Möglichkeit im „geschützten Raum“ der Partnerarbeit gelernte Inhalte zu wiederholen, Fragen zu stellen, Fragen zu diskutieren und zu beantworten. Diese Übung lässt sich gut zu Beginn einer Stunde durchführen, um wieder in das Thema Potenzen einzutauchen.

Durchführung der Übung

Die Schülerinnen und Schüler üben zu zweit. Sie erhalten zusammen ein Blatt. Das Blatt wird in der Mitte gefaltet und so aufgestellt, dass die Personen A und B jeweils nur eine Seite sehen. A liest die Aufgabe 1, berechnet sie, nennt das Ergebnis und B kontrolliert es. Anschließend berechnet B die Aufgabe 2, A kontrolliert das Ergebnis usw.

6BG	Klasse 10	Potenzen	Mathematik

Rechnen mit Potenzen 1 **A**

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. $5^0; 5^1; 5^4$
2. $1; -2; 16$
3. $(-10)^1; (-10)^2; (-10)^5$
4. 8 und 9
5. -3^4 und $(-3)^4$
6. $1; -\frac{3}{4}; \frac{9}{16}$
7. $\left(-\sqrt{3}\right)^0; \left(-\sqrt{3}\right)^1; \left(-\sqrt{3}\right)^2$
8. 49
9. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$
10. $\frac{81}{25}$

Rechnen mit Potenzen 1 **B**

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. 1; 5; 625
2. $(-2)^0; (-2)^1; (-2)^4$
3. –10; 100; –100000
4. 2^3 und 3^2
5. –81 und 81
6. $\left(-\frac{3}{4}\right)^0; \left(-\frac{3}{4}\right)^1; \left(-\frac{3}{4}\right)^2$
7. $1; -\sqrt{3}; 3$
8. $\left(\sqrt{7}\right)^4$
9. $\frac{1}{4}$
10. $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^4$

6BG	Klasse 10	Potenzen	Mathematik

Rechnen mit Potenzen 2 — A

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. $10^2; 10^0; 10^{-2}$
2. $125; 1; \frac{1}{125}$
3. $\left(\frac{1}{4}\right)^3; \left(\frac{1}{4}\right)^0; \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$
4. $\frac{27}{64}; 1; \frac{64}{27}$
5. $\left(\sqrt{2}\right)^6; \left(\sqrt{2}\right)^0; \left(\sqrt{2}\right)^{-6}$
6. $36; -\sqrt{6}; \frac{1}{36}$
7. $2^{-3}; -2^3; (-2)^3$
8. $-\frac{1}{8}; -\frac{1}{8}; 8$
9. $(2x)^{-3}$
10. x^2

Rechnen mit Potenzen 2 — B

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. $100; 1; \frac{1}{100}$
2. $5^3; 5^0; 5^{-3}$
3. $\frac{1}{64}; 1; 64$
4. $\left(\frac{3}{4}\right)^3; \left(\frac{3}{4}\right)^0; \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$
5. $8; 1; \frac{1}{8}$
6. $\left(-\sqrt{6}\right)^4; \left(-\sqrt{6}\right)^1; \left(-\sqrt{6}\right)^{-4}$
7. $\frac{1}{8}; -8; -8$
8. $(-2)^{-3}; -2^{-3}; 2^3$
9. $\frac{1}{8x^3}$
10. $\left(\frac{1}{x}\right)^{-2}$

6BG	Klasse 10	Potenzen	Mathematik

Rechnen mit Potenzen und Wurzeln

Ziel der Übung

Die Schülerinnen und Schüler haben mit dieser Übung die Möglichkeit im „geschützten Raum“ der Partnerarbeit gelernte Inhalte zu wiederholen, Fragen zu stellen, Fragen zu diskutieren und zu beantworten. Diese Übung lässt sich gut zu Beginn einer Stunde durchführen.

Durchführung der Übung

Die Schülerinnen und Schüler üben zu zweit. Sie erhalten zusammen ein Blatt. Das Blatt wird in der Mitte gefaltet und so aufgestellt, dass die Personen A und B jeweils nur eine Seite sehen. A liest die Aufgabe 1, berechnet sie, nennt das Ergebnis und B kontrolliert es. Anschließend berechnet B die Aufgabe 2, A kontrolliert das Ergebnis usw.

6BG	Klasse 10	Potenzen	Mathematik

n-te Wurzel

A

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. $\sqrt[3]{27}$
2. 2
3. $\sqrt[4]{81}$
4. $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$
5. $\sqrt[3]{113-49}$
6. 45
7. $\sqrt[6]{(37)^3 \cdot (37)^3}$
8. 0,1
9. $\sqrt{\sqrt{16}}$
10. 3

n-te Wurzel

B

Berechne jeweils **im Kopf** ohne Taschenrechner.

1. 3
2. $\sqrt[5]{32}$
3. 3
4. $\sqrt[3]{\frac{8}{1000}}$ $\sqrt[3]{\frac{8}{1000}}$
5. $\sqrt[3]{64} = 4$
6. $\sqrt[3]{45^3}$
7. 37
8. $\sqrt[5]{0{,}00001}$
9. 2
10. $\left(\sqrt[7]{3}\right)^7$

Potenzen mit rationalen Exponenten — A

Wandle um in die Potenz- oder Wurzelschreibweise und vereinfache, wenn möglich. $(a \geq 0)$

1. $4^{\frac{1}{5}}$
2. $\sqrt[3]{5}$
3. $5^{\frac{2}{3}}$
4. $a^{\frac{8}{4}} = a^2$
5. $a^{0,5}$
6. $3^{\frac{4}{5}}$
7. $8^{\frac{2}{3}}$

$a^{0,5} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$

8. $a^{0,5}a^{\frac{5}{15}} = a^{\frac{1}{3}}$
9. $\sqrt[3]{6^{-5}}$
10. $4^{\frac{-2}{5}} = \sqrt[5]{4^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{4^2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{16}}$

Potenzen mit rationalen Exponenten — B

Wandle um in die Potenz- oder Wurzelschreibweise und vereinfache, wenn möglich. $(a \geq 0)$

1. $\sqrt[5]{4}$
2. $5^{\frac{1}{3}}$
3. $\sqrt[3]{5^2}$
4. $\sqrt[4]{a^8}$
5. $a^{0,5} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$
6. $\sqrt[5]{3^4}$
7. $\sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$
8. $\sqrt[15]{a^5}$
9. $6^{-\frac{5}{3}}$
10. $4^{-\frac{2}{5}}$

Sehr große und sehr kleine Zahlen

Googolplex	$1\cdot10^{Googol}$			
Googol	$1\cdot10^{100}$			
	$1\cdot10^{60}$	$Million^{10}$	eine Dezillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{57}$		eine Nonilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{54}$	$Million^{9}$	eine Nonillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{51}$		eine Oktilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{48}$	$Million^{8}$	eine Oktillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{45}$		eine Septilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{42}$	$Million^{7}$	eine Septillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{39}$		eine Sextilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{36}$	$Million^{6}$	eine Sextillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{33}$		eine Quintilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{30}$	$Million^{5}$	eine Quintillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
	$1\cdot10^{27}$		eine Quadrilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000
Y – Yotta	$1\cdot10^{24}$	$Million^{4}$	eine Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000 000
Z – Zetta	$1\cdot10^{21}$		eine Trilliarde	1 000 000 000 000 000 000 000 000
E – Exa	$1\cdot10^{18}$	$Million^{3}$	eine Trillion	1 000 000 000 000 000 000 000
P – Peta	$1\cdot10^{15}$		eine Billiarde	1 000 000 000 000 000 000
T – Tera	$1\cdot10^{12}$	$Million^{2}$	eine Billion	1 000 000 000 000 000
G – Giga	$1\cdot10^{9}$		eine Milliarde	1 000 000 000
M – Mega	$1\cdot10^{6}$	$Million^{1}$	eine Million	1 000 000
	$1\cdot10^{5}$		hunderttausend	100 000
	$1\cdot10^{4}$		zehntausend	10 000
k – Kilo	$1\cdot10^{3}$		tausend	1 000
h – Hekto	$1\cdot10^{2}$		hundert	100
da – Deka	$1\cdot10^{1}$		zehn	10
	$1\cdot10^{0}$	$Million^{0}$	eins	1
d – Dezi	$1\cdot10^{-1}$		ein Zehntel	0,1
c – Zenti	$1\cdot10^{-2}$		ein Hundertstel	0,01
m – Milli	$1\cdot10^{-3}$		ein Tausendstel	0,001
	$1\cdot10^{-4}$		ein Zehntausendstel	0,0 001
	$1\cdot10^{-5}$		ein Hunderttausendstel	0,00 001
μ (mü) – Mikro	$1\cdot10^{-6}$	$Million^{-1}$	ein Millionstel	0,000 001
n – Nano	$1\cdot10^{-9}$		ein Milliardstel	0,000 000 001
p – Piko	$1\cdot10^{-12}$	$Million^{-2}$	ein Billionstel	0,000 000 000 001
f – Femto	$1\cdot10^{-15}$		ein Billiardstel	0,000 000 000 000 001
a – Atto	$1\cdot10^{-18}$	$Million^{-3}$	ein Trillionstel	0,000000 000 000 000 001
z – Zepto	$1\cdot10^{-21}$		ein Trilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 001
y – Yocto	$1\cdot10^{-24}$	$Million^{-4}$	ein Quadrillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-27}$		ein Quadrilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-30}$	$Million^{-5}$	ein Quintillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-33}$		ein Quintilliardstel	0,000 000 000 000 000 000000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-36}$	$Million^{-6}$	ein Sextillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-39}$		ein Sextilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-41}$	$Million^{-7}$	ein Septillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-45}$		ein Septilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-48}$	$Million^{-8}$	ein Oktillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-51}$		ein Oktilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-54}$	$Million^{-9}$	ein Nonillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-57}$		ein Nonilliardstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
	$1\cdot10^{-60}$	$Million^{-10}$	ein Dezillionstel	0,000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 001
Googolminex	$1\cdot10^{-Googol}$			

Tandemübung: Rechnen mit Zehnerpotenzen

Ziel der Übung

Die Schülerinnen und Schüler haben mit dieser Übung die Möglichkeit im „geschützten Raum“ der Partnerarbeit gelernte Inhalte zu wiederholen, Fragen zu stellen, Fragen zu diskutieren und zu beantworten. Diese Übung lässt sich gut zu Beginn einer Stunde durchführen.

Durchführung der Übung

Die Schülerinnen und Schüler üben zu zweit. Sie erhalten zusammen ein Blatt. Das Blatt wird in der Mitte gefaltet und so aufgestellt, dass die Personen A und B jeweils nur eine Seite sehen. A liest die Aufgabe 1, berechnet sie, nennt das Ergebnis und B kontrolliert es. Anschließend berechnet B die Aufgabe 2, A kontrolliert das Ergebnis usw.

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Zehnerpotenzen — A

Wandle jeweils in die wissenschaftliche Schreibweise um bzw. in Wörter und vereinfache so weit wie möglich.

1. 5 Quintillionstel
2. $7 \cdot 10^{27}$
3. 6×10^{28}
4. 700 Septilliarden
5. 40 Trilliardstel
6. 5×10^{-34}
7. $4\ \text{Millionen} \cdot 18\ \text{Milliarden}$
8. $4 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{9} = 40 \cdot 10^{6} = 4 \cdot 10^{7}$
9. $4\ \text{Millionstel} : 100\ \text{Milliarden}$
10. $3 \cdot 10^{-9} : (5 \cdot 10^{7}) = 0{,}6 \cdot 10^{-16} = 6 \cdot 10^{-17}$

Zehnerpotenzen — B

Wandle jeweils in die wissenschaftliche Schreibweise um bzw. in Wörter und vereinfache so weit wie möglich.

1. 5×10^{-30}
2. 7 Quadrilliarde
3. 60 Quadrilliarde
4. 7×10^{47}
5. 4×10^{-20}
6. 500 Sextillionstel
7. $4 \cdot 10^{6} \cdot 18 \cdot 10^{9} = 72 \cdot 10^{15} = 7{,}2 \cdot 10^{16}$
8. 4 Tausendstel · 10 Milliarden
9. $4 \cdot 10^{-6} : 10^{11} = 4 \cdot 10^{-17}$
10. 3 Milliardstel : 50 Millionen

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Fehlersuche: Potenzen mit rationalen Exponenten

Welche Terme passen nicht zum ersten Term in der Reihe?

1. $$3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} = 3^{2} = \sqrt{3^{2}} = \sqrt{\sqrt{9}}$$

---

2. $$4^{\frac{3}{5}} = \left(2^{2}\right)^{\frac{6}{10}} = \sqrt[5]{4^{3}} = \sqrt[3]{2^{10}} = \sqrt[10]{4^{6}}$$

---

3. $$\sqrt[6]{8^{2}} = \sqrt[6]{4^{4}} = 8^{\frac{1}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} = \sqrt[15]{4^{10}}$$

---

4. $$5^{-\frac{1}{2}} = -5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = -\sqrt{5} = 25^{-\frac{1}{4}}$$

---

5. $$9^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{3^{8}} = \sqrt[3]{9^{4}} = \sqrt[3]{\frac{9^{6}}{81}} = 3^{\frac{8}{6}}$$

---

6. $$\left(5^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = \left(\sqrt[5]{5^{4}}\right)^{\frac{5}{2}} = 5^{2} = \sqrt{25} = 5^{\frac{6}{3}}$$

---

7. $$\left(49^{-\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{12}} = 49^{-\frac{11}{17}} = \frac{1}{7} = \frac{1}{-49^{\frac{1}{2}}} = 49^{-\frac{1}{2}}$$

---

8. $$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3^{3}} = \frac{1}{3^{-2}} = 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} = 9 = \sqrt{3^{4}}$$

---

9. $$6^{\frac{1}{2}} : 6^{-\frac{9}{6}} = 36 = \frac{6^{\frac{1}{2}}}{6^{-\frac{9}{6}}} = \sqrt[6]{6^{12}} = 6^{\frac{1}{2}} : 6^{\frac{9}{6}}$$

---

10. $$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[4]{81}} = 8^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-1} = 8^{\frac{4}{12}} : 3^{\frac{3}{12}} = \frac{2}{3} = \sqrt[12]{\frac{8}{3}}$$

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Fehlersuche: Potenzen mit rationalen Exponenten – Lösung

Welche Terme passen nicht zum ersten Term in der Reihe?

1.	$3^{\frac{1}{2}}$	$= \sqrt{3}$	$= \cancel{3^{2}}$	$= \cancel{\sqrt{3^{2}}}$	$= \sqrt{\sqrt{9}}$
2.	$4^{\frac{3}{5}}$	$= \left(2^{2}\right)^{\frac{6}{10}}$	$= \sqrt[5]{4^{3}}$	$= \cancel{\sqrt[3]{2^{10}}}$	$= \sqrt[10]{4^{6}}$
3.	$\sqrt[6]{8^{2}}$	$= \cancel{\sqrt[6]{4^{4}}}$	$= 8^{\frac{1}{3}}$	$= \cancel{4^{\frac{2}{3}}}$	$= \cancel{\sqrt[15]{4^{10}}}$
4.	$5^{-\frac{1}{2}}$	$= \cancel{-5^{\frac{1}{2}}}$	$= \frac{1}{\sqrt{5}}$	$= \cancel{-\sqrt{5}}$	$= 25^{-\frac{1}{4}}$
5.	$9^{\frac{4}{3}}$	$= \sqrt[3]{3^{8}}$	$= \sqrt[3]{9^{4}}$	$= \sqrt[3]{\frac{9^{6}}{81}}$	$= \cancel{3^{\frac{8}{6}}}$
6.	$\left(5^{\frac{4}{5}}\right)^{\frac{5}{2}}$	$= \left(\sqrt[5]{5^{4}}\right)^{\frac{5}{2}}$	$= 5^{2}$	$= \cancel{\sqrt{25}}$	$= 5^{\frac{6}{3}}$
7.	$\left(49^{-\frac{6}{5}}\right)^{\frac{5}{12}}$	$= \cancel{49^{-\frac{11}{17}}}$	$= \frac{1}{7}$	$= \cancel{\frac{1}{-49^{\frac{1}{2}}}}$	$= 49^{-\frac{1}{2}}$
8.	$\sqrt{3} \cdot \sqrt{3^{3}}$	$= \frac{1}{3^{-2}}$	$= 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}}$	$= 9$	$= \sqrt{3^{4}}$
9.	$6^{\frac{1}{2}} : 6^{-\frac{9}{6}}$	$= 36$	$= \frac{6^{\frac{1}{2}}}{6^{-\frac{9}{6}}}$	$= \sqrt[6]{6^{12}}$	$= \cancel{6^{\frac{1}{2}} : 6^{\frac{9}{6}}}$
10.	$\frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[4]{81}}$	$= 8^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{-1}$	$= \cancel{8^{\frac{4}{12}} : 3^{\frac{3}{12}}}$	$= \frac{2}{3}$	$= \cancel{\sqrt[12]{\frac{8}{3}}}$

Schaubilder von Potenzfunktionen

Hinweis für die Lehrkraft

Auf den Karten sind Schaubilder der Funktionen $f(x) = x^n;\ x \in D_f$ mit $n \in \{-8; -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; +1; +2; +3; +4; +5; +6; +7; +8\}$.

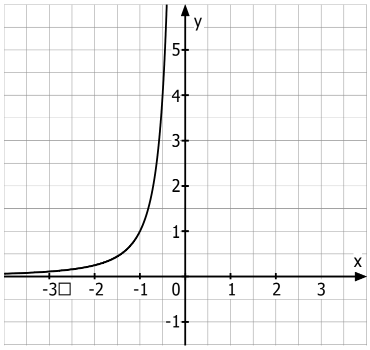
Für jede Schülerin und jeden Schüler werden Arbeitsblatt 1, Arbeitsblatt 2 und das Blatt mit den Karten kopiert. Die Karten werden von den Schülerinnen und Schülern ausgeschnitten.

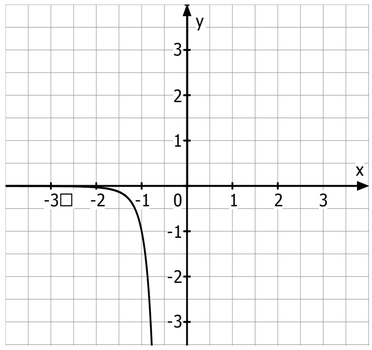
Jede Schülerin und jeder Schüler sortiert die Karten entsprechend dem Wert von n auf die Arbeitsblätter und trägt Gemeinsamkeiten der Schaubilder in die dafür vorgesehenen Felder ein.

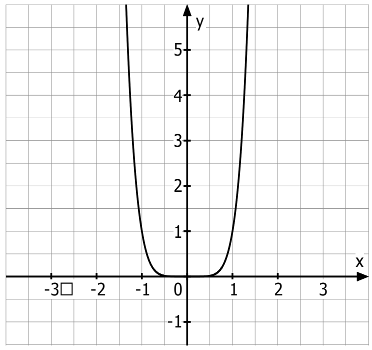
Die Ergebnisse werden besprochen und anschließend die Karten auf die Arbeitsblätter geklebt.

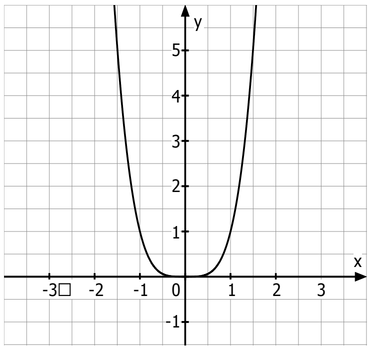
6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

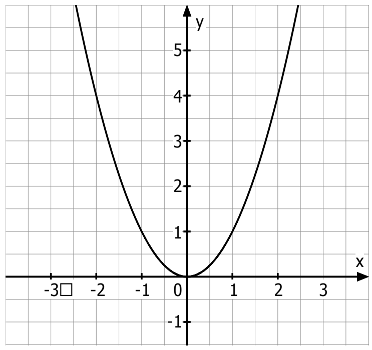
Schaubilder von Potenzfunktionen – Karten

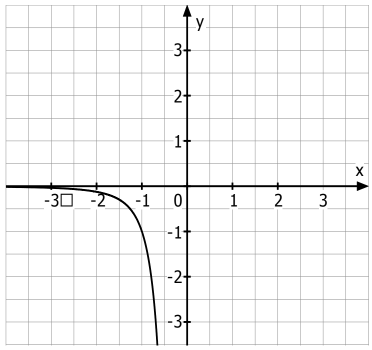


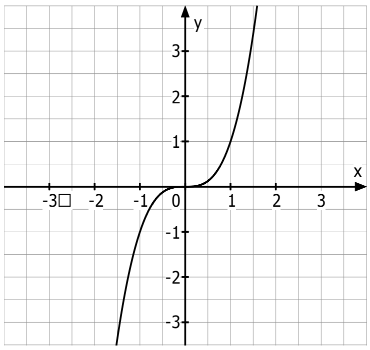


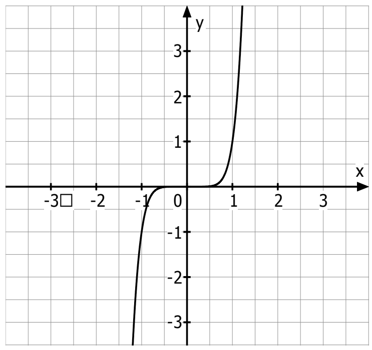


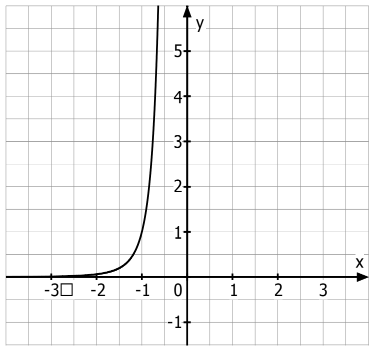


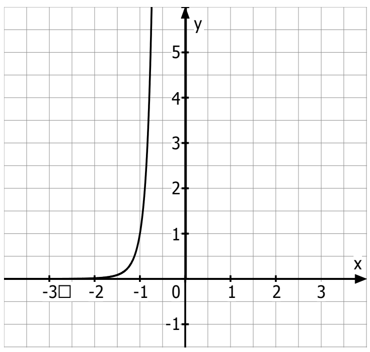


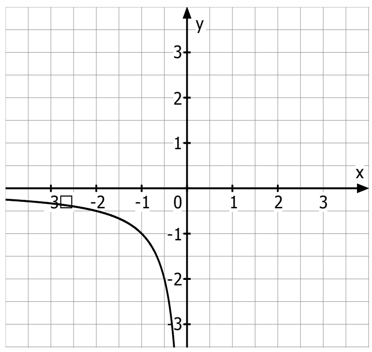


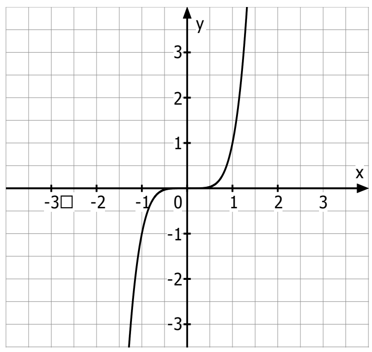












6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Schaubilder von Potenzfunktionen n gerade

n = 2	n = 4	n = 6
Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?		
n = –2	n = –4	n = –6
Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?		
Welche Gemeinsamkeiten haben alle Schaubilder mit n gerade?		

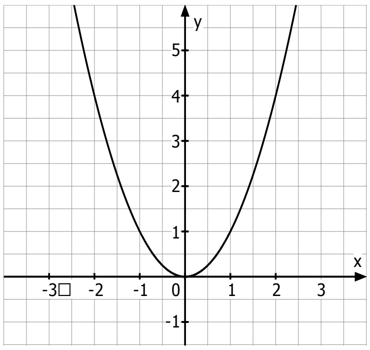
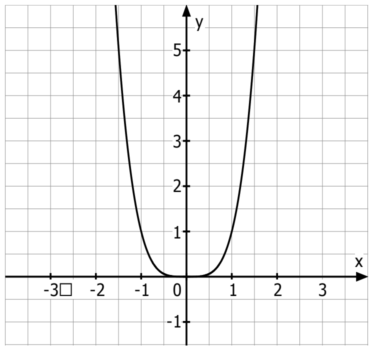
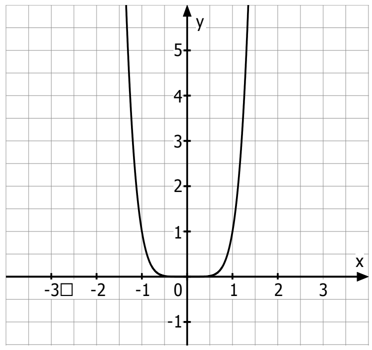
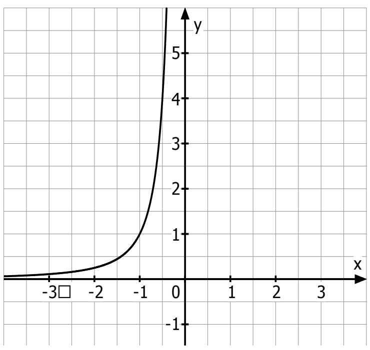
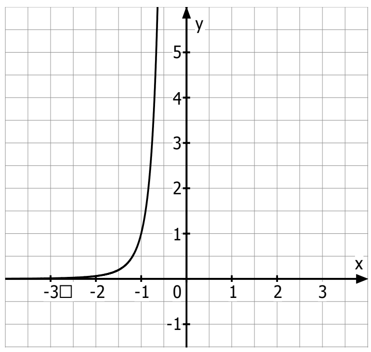
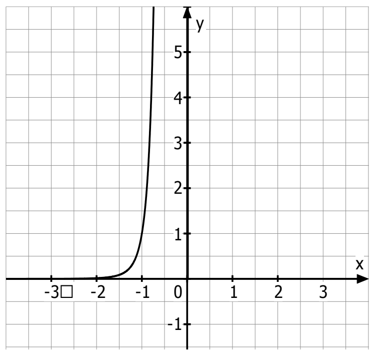
6BG	**Klasse 10**	**Potenzfunktionen**	**Mathematik**

Schaubilder von Potenzfunktionen n ungerade

n = 3	n = 5	n = 5
Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?		
n = –1	n = –3	n = –5
Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?		
Welche Gemeinsamkeiten haben alle Schaubilder mit n ungerade?		

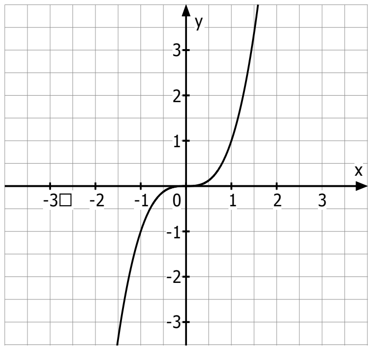
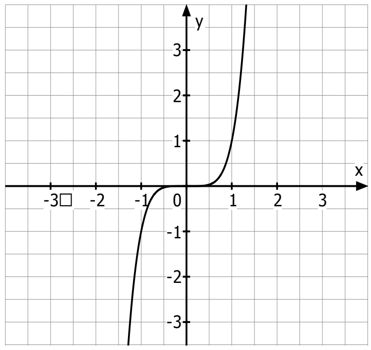
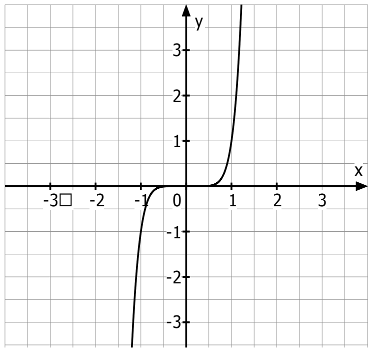
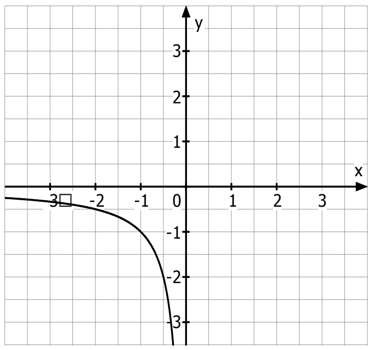
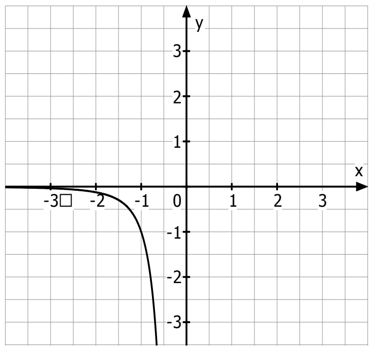
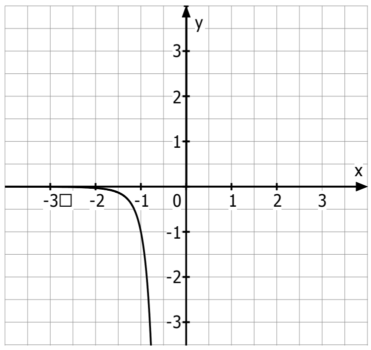
6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Schaubilder von Potenzfunktionen – Lösung für n gerade

<table>
<tr><th>n = 2</th><th>n = 4</th><th>n = 6</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?</u>
symmetrisch zur y-Achse // nach oben offen // y-Werte größer gleich 0 //
Form einer Parabel // Nullstelle im Ursprung // gehen durch P(–1|1) und Q(1|1) //
verlaufen nur im 1. und 2. Quadranten // für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to \infty$</td></tr>
<tr><th>n = –2</th><th>n = –4</th><th>n = –6</th></tr>
<tr><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?</u>
symmetrisch zur y-Achse // x-Achse ist Asymptote // y-Achse ist Polgerade //
keine Nullstelle // verlaufen nur im 1. und 2. Quadranten //
gehen durch P(–1|1) und Q(1|1)</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben alle Schaubilder mit n gerade?</u>
symmetrisch zur y-Achse // verlaufen nur im 1. und 2. Quadranten //
gehen durch P(-1|1) und Q(1|1)</td></tr>
</table>

6BG	Klasse 10	Potenzfunktionen	Mathematik

Schaubilder von Potenzfunktionen – Lösung für n ungerade

<table>
<tr><th>n = 3</th><th>n = 5</th><th>n = 7</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?</u>
symmetrisch zum Ursprung // Nullstelle im Ursprung // gehen durch P(-1|-1) und Q(1|1) // verlaufen nur im 1. und 3. Quadranten // für $x \to \pm\infty$ gilt $f(x) \to \pm\infty$</td></tr>
<tr><th>n = –1</th><th>n = –3</th><th>n = –5</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben die Schaubilder?</u>
symmetrisch zum Ursprung // x-Achse ist Asymptote // y-Achse ist Polgerade // Definitionsbereich $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ // Wertebereich $W = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ // keine Nullstelle // verlaufen nur im 1. und 3. Quadranten // gehen durch P(–1|–1) und Q(1|1)</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="3"><u>Welche Gemeinsamkeiten haben alle Schaubilder mit n ungerade?</u>
symmetrisch zum Ursprung // verlaufen nur im 1. und 3. Quadranten //
gehen durch P(–1|–1) und Q(1|1)</td></tr>
</table>

6BG	**Klasse 10**	**Kreisberechnung**	**Mathematik**

Bestimmung der Kreiszahl π – GeoGebra[1]

Hinweis für die Lehrkraft

Archimedes errechnete 260 v. Chr. für die Kreiszahl π die Abschätzung $\pi > 3 + \frac{10}{71}$. Hierzu fügte er ein regelmäßiges 96-Eck in einen Kreis mit Radius r = 1 ein und berechnete dessen Flächeninhalt.

Die Schülerinnen und Schüler vollziehen dies mithilfe von GeoGebra und dem Programm Kreisberechnung_Exhaustion_3.ggb (siehe Bild unten) nach.

GeoGebra, eine dynamische Geometriesoftware, kann für nicht kommerzielle Zwecke kostenlos genutzt werden und ist über www.geogebra.org/cms/de/ erhältlich.

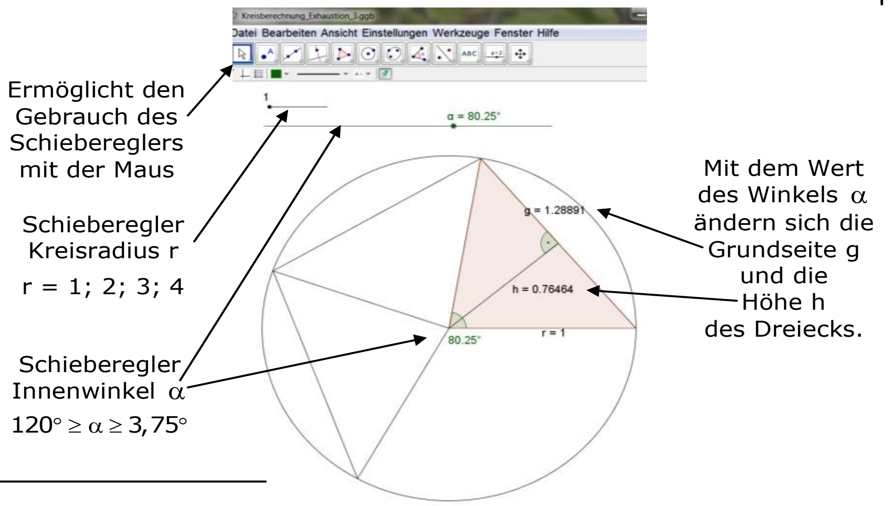
Vorgehensweise

Im Unterricht wird folgendes erarbeitet:

- Jedes regelmäßige n-Eck, $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 3$, besteht aus n gleichschenkligen, zueinander kongruenten Dreiecken mit dem Innenwinkel $\alpha = \frac{360°}{n}$.
- In jeden Kreis kann ein regelmäßiges n-Eck, $n \in \mathbb{N} \wedge n \geq 3$, einbeschrieben werden, dessen Mittelpunkt auf dem Kreismittelpunkt liegt.
- Für $n \to \infty$ geht die Differenz des Flächeninhalts des n-Ecks und des Kreisinhaltes gegen 0, ebenso die Differenz des Umfangs des n-Eckes und des Kreises:
$$\lim_{n\to\infty}(A_{Kreis} - A_{n\text{-Eck}}) = 0; \quad \lim_{n\to\infty}(u_{Kreis} - u_{n\text{-Eck}}) = 0$$

An den PCs wird GeoGebra gestartet und das Programm Kreisberechnung_Exhaustion_3.ggb geladen.

Die Funktionen der Software werden mit den Schülerinnen und Schülern besprochen[2].



[1] ©International GeoGebra Institute, 2013; www.geogebra.org
[2] Screenshot © International GeoGebra Institute, 2013; www.geogebra.org; CC BY NC SA 3.0

6BG	**Klasse 10**	**Kreisberechnung**	**Mathematik**

Bestimmung der Kreiszahl π – GeoGebra

Lade das Programm Kreisberechnung_Exhaustion_3.ggb. Stelle die Schieberegler auf r = 1 und α= 120°. In dem abgebildeten Kreis ist ein gleichschenkliges Dreieck einbeschrieben, das aus drei kongruenten Teildreiecken besteht. Die Grundseite eines Teildreiecks ist g und die Höhe h. Mit Hilfe dieser Angaben kann der Flächeninhalt und der Umfang des gesamten Dreiecks berechnet werden. Siehe hierzu die Zeile für n = 3 in der ersten Tabelle.

Stelle den Radius auf r = 1 ein und verändere den Winkel α. Bei den in der Tabelle genannten Winkelwerten können kongruente Teildreiecke so in den Kreis gezeichnet werden, dass ein regelmäßiges n-Eck entsteht. **Notiere in der Tabelle** die Werte von g und h auf fünf Nachkommastellen genau.
Berechne dann den Flächeninhalt und den Umfang der n-Ecke.

	n	**Winkel α**	**h in LE**	**g in LE**	**Flächeninhalt in FE**		**Umfang n·g in LE**
					Dreieck	**n-Eck**	
r = 1 LE	3	120°	0,50000	1,73205	0,43301	1,29904	5,19615
	6	60°					
		30°					
		15°					
		7,5°					
		3,75°					
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:							

Stelle den Radius mit dem Schieberegler auf r = 2.

	n	**Winkel α**	**h in LE**	**g in LE**	**Flächeninhalt in FE**		**Umfang in LE n·g**
					Dreieck	**n-Eck**	
r = 2 LE	3	120°					
	6	60°					
		30°					
		15°					
		7,5°					
		3,75°					
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:							

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Stelle den Radius mit dem Schieberegler auf r = 3.

	n	Winkel α	h in LE	g in LE	Flächeninhalt in FE		Umfang in LE $n \cdot g$
					Dreieck	n-Eck	
r = 3 LE	3	120°					
	6	60°					
		30°					
		15°					
		7,5°					
		3,75°					
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:							

Fasse Deine Ergebnisse für große Werte von n, also für n = 1000, zusammen.

Radius r	Durchmesser d	Flächeninhalt A	$\frac{A}{r^2}$	Umfang u	$\frac{u}{d}$
1 LE					
2 LE					
3 LE					

Es gibt eine irrationale Zahl, die einen eigenen Namen hat. Es ist die Zahl π (Pi) mit dem Wert π = 3,141 592 653 589 793 238 462 643 383 279 502 884 197 169 399 …

Stelle eine Vermutung für die Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts eines Kreises auf:

A =
u =

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Bestimmung der Kreiszahl π – GeoGebra – Lösung

r = 1 LE

n	α	h in LE	g in LE	Flächeninhalt in FE		Umfang n·g in LE
				Dreieck	n-Eck	
3	120°	0,50000	1,73205	0,43301	1,29904	5,19615
6	60°	0,86603	1,00000	0,43302	2,59808	6,00000
12	30°	0,96593	0,51764	0,25000	3,00001	6,21168
24	15°	0,99144	0,26105	0,12941	3,10580	6,26520
48	7,5°	0,99786	0,13081	0,06527	3,13260	6,27888
96	3,75°	0,99946	0,06544	0,03270	3,13944	6,28224
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:					3,14	6,28

r = 2 LE

n	α	h in LE	g in LE	Flächeninhalt in FE		Umfang n·g in LE
				Dreieck	n-Eck	
3	120°	1,0000	3,46410	1,73205	5,19615	10,39230
6	60°	1,73205	2,00000	1,73205	10,39230	12,00000
12	30°	1,93185	1,03528	1,00000	12,00003	12,42336
24	15°	1,98289	0,52210	0,51763	12,42320	12,56040
48	7,5°	1,99572	0,26161	0,26105	12,53041	12,55728
96	3,75°	1,99893	0,13088	0,13081	12,55776	12,56448
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:					12,56	12,56

r = 3 LE

n	α	h in LE	g in LE	Flächeninhalt in FE		Umfang n·g in LE
				Dreieck	n-Eck	
3	120°	1,5000	5,19615	3,89711	11,69134	15,58845
6	60°	2,59808	3,00000	3,89712	23,38272	18,00000
12	30°	2,89778	1,55291	2,25000	26,99995	18,63492
24	15°	2,97433	0,78316	1,16469	27,95252	18,79584
48	7,5°	2,99358	0,39242	0,58737	28,19378	18,83616
96	3,75°	2,99839	0,19631	0,29431	28,25347	18,84576
Betrachte die Entwicklung der Werte für den Flächeninhalt und den Umfang. Welche Werte könnten sich für **n = 1000** ergeben? Trage sie ein:					28,25	18,86

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Ergebnis

Radius r	Durchmesser d	Flächeninhalt A	$\frac{A}{r^2}$	Umfang u	$\frac{u}{d}$
1 LE	2 LE	3,14 FE	3,14	6,28 LE	3,14
2 LE	4 LE	12,56 FE	3,14	12,56 LE	3,14
3 LE	6 LE	28,25 FE	3,14	18,86 LE	3,14

Vermutung:

$A = \pi \cdot r^2$
$u = 2r \cdot \pi$

Ergänzung

Sind die trigonometrischen Funktionen bekannt (siehe Lehrplaneinheit 12 Trigonometrie), so kann der Flächeninhalt eines regelmäßigen n-Ecks wie folgt berechnet werden. Die Bestimmung des Grenzwertes für $n \to \infty$ ist jedoch mit den Mitteln der Schulmathematik nicht möglich.

$$\alpha = \frac{360°}{n}$$

$$\sin(\frac{\alpha}{2}) = \frac{g/2}{r} \Leftrightarrow g = 2 \cdot r \cdot \sin(\frac{\alpha}{2})$$

$$\cos(\frac{\alpha}{2}) = \frac{h}{r} \Leftrightarrow h = r \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})$$

$$\text{Flächeninhalt } n-\text{Ecke}$$

$$A_n = n \cdot \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = n \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot r \cdot \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot r \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})$$

$$A_n = r^2 \cdot n \cdot \sin(\frac{\alpha}{2}) \cdot \cos(\frac{\alpha}{2})$$

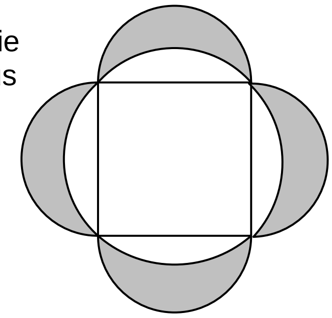
$$A_n = r^2 \cdot n \cdot \sin(\frac{180°}{n}) \cdot \cos(\frac{180°}{n})$$

$$\text{Im Vorgriff:} \quad A_n = r^2 \cdot \frac{n}{2} \cdot \sin(\frac{360°}{n}) \cdot$$

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Fehlersuche: Möndchen des Hippokrates

Die Möndchen des Hippokrates gehen auf den griechischen Mathematiker Hippokrates von Chios (um 450 v. Chr.) zurück. Auch krummlinig begrenzte Figuren können einfach berechnet werden.



1. Zeichne zunächst die rechts abgebildete Figur ab und beschrifte sie mit a, r_1 und r_2, wobei a die Länge einer Quadratseite, r_1 der Radius der Halbkreise und r_2 der Radius des großen Innenkreises sein soll. Die gefärbte Fläche bestehend aus vier „Möndchen" nennt man A, den Umfang aller Möndchen nennt man u.

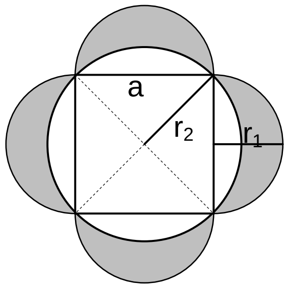
2. Überprüfe die folgenden Aussagen. Kann die Formel stimmen? Kreuze an. Wenn die Aussage falsch ist, korrigiere die Formel.

	Aussage	richtig	falsch	So ist es richtig – Begründung
a)	$A = A_{Quadrat} + 4 \cdot A_{Halbkreis} - A_{Innenkreis}$			
b)	$r_1 = \frac{1}{4} a$			
c)	$r_2^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}$			
d)	$4 \cdot A_{Halbkreis} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$			
e)	$A_{Innenkreis} = \pi \cdot a^2$			
f)	$A = a^2$			
g)	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2$			
h)	$u_{Innenkreis} = 2 \cdot \pi \cdot a$			

3. Für Schnelle: Begründe auch die richtigen Aussagen.

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Fehlersuche: Möndchen des Hippokrates – Lösung

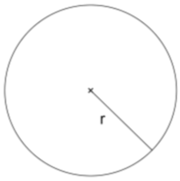
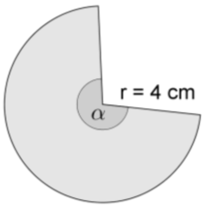
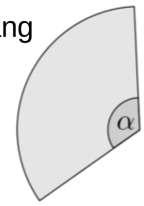
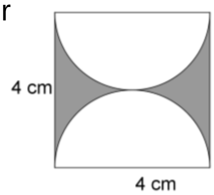
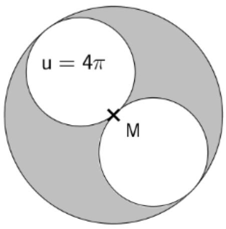
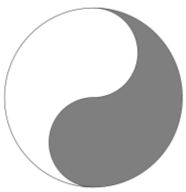


	Aussage	richtig	falsch	So ist es richtig – Begründung
a)	$A = A_{Quadrat} + 4 \cdot A_{Halbkreis} - A_{Innenkreis}$	x		Zeichnet man das Quadrat mit den 4 Halbkreisen und schneidet dann den Innenkreis aus, erhält man den Flächeninhalt der „Möndchen“.
b)	$r_1 = \frac{1}{4}a$		x	$r_1 = \frac{1}{2}a$
c)	$r_2^{\,2} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}$		x	$r_2^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$
d)	$4 \cdot A_{Halbkreis} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$	x		4 Halbkreise mit dem Radius $\frac{a}{2} = r_1$ ergeben zusammen den Flächeninhalt von 2 ganzen Kreisen mit dem gleichen Radius.
e)	$A_{Innenkreis} = \pi \cdot a^2$		x	$A_{Innenkreis} = \pi \cdot r_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2$
f)	$A = a^2$	x		Rechnet man wie in a) und ersetzt die Radien durch die entsprechenden Ausdrücke mit Hilfe der Seite a (siehe b) und c)), dann sieht man, dass die vier Möndchen den gleichen Flächeninhalt haben wie das Quadrat.
g)	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2$		x	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 + 2 \cdot \pi \cdot r_2 = 4 \cdot \pi \cdot r_1 + 2 \cdot \pi \cdot r_2$ $= 2 \cdot \pi \cdot (2r_1 + r_2) = 2 \cdot \pi \cdot \left(a + \frac{a}{\sqrt{2}}\right) = 2 \cdot \pi \cdot a\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
h)	$u_{Innenkreis} = 2 \cdot \pi \cdot a$		x	$u_{Innenkreis} = 2 \cdot \pi \cdot r_2 = 2\pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \pi a$

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Klapptest: Flächeninhalt und Umfang

Falte das Blatt an der gepunkteten Linie nach hinten. Löse anschließend die Aufgaben und notiere dein Ergebnis. Klappe, wenn du alle Aufgaben gelöst hast, das Blatt wieder auf und kontrolliere deine Ergebnisse. Notiere die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben und suche bei den anderen deine Fehler.
Die Abbildungen sind nicht maßstabsgetreu. Gib die exakten Ergebnisse an.

Aufgabe		mein Ergebnis	Ergebnisse
1. Bestimme den Radius r und den Kreisumfang u, wenn der Flächeninhalt des Kreises $9\pi\ \text{cm}^2$ beträgt.			r = 3 cm $u = 6\pi\ \text{cm}$
2. Bestimme den Flächeninhalt des Kreisausschnitts, wenn $\alpha = 270°$ ist.			$A = 12\pi\ \text{cm}^2$
3. Bestimme den Radius und den Umfang der Figur für $\alpha = 120°$ und $A = 12\pi\ \text{cm}^2$.			$r = 6\ \text{cm}$ $u = 4\pi\ \text{cm}$
4. Bestimme den Flächeninhalt der grauen Fläche.			$A = (16 - 4\pi)\ \text{cm}^2$
5. Aus dem großen Kreis werden zwei kleine Kreise ausgeschnitten. Bestimme den Flächeninhalt der grauen Fläche.			$A = 8\pi\ \text{cm}^2$
6. Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche, wenn der Umfang des Kreises $8\pi\ \text{cm}$ beträgt.			$A = 8\pi\ \text{cm}^2$

Ich habe ______ von 6 Aufgaben richtig gelöst.

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Zusammengesetzte Figuren – Flächenberechnung

Eine 3,50 m x 10 m große Wand im Eingangsbereich der Schule wurde mit weißer Wandfarbe gestrichen. Ihr sollt die Wand mit geometrischen Figuren bemalen. Dabei soll jede der in der Tabelle genannten Figuren mindestens einmal vorkommen.

Die Schulleitung stellt euch Abtönfarbe zur Verfügung. Je eine Tube von 250 ml in den Farben Rot, Mandel, Gelb, Blau und Grün. Die Reichweite jeder Farbe beträgt 6 m^2 / Liter. Die gesamte Farbe soll verbraucht werden.

- Rechne aus, wie viel Quadratmeter Fläche du mit jeder Tube Farbe bemalen kannst.
- Trage in die Tabelle alle Flächeninhaltsformeln ein.
- Wähle für die in den Flächeninhaltsformeln genannten Größen geeignete Werte und ermittle dazu den Flächeninhalt.
- Lege zum Schluss fest, welche Figur mit welcher Farbe gemalt werden soll. Achte darauf, dass die Farben reichen.
- Erstelle einen maßstabsgetreuen Plan für die Malerei.

Figur	**Maße in m**	**Flächeninhalts-formel**	**Flächen-inhalt in m^2**	**Farbe**
Quadrat				
Rechteck				
Raute				
Parallelogramm				
Trapez				
beliebiges Viereck				
Dreieck				
Kreis				
Kreisausschnitt				

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Zusammengesetzte Figuren – Beispiel einer Planung

6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Zusammengesetzte Figuren – Flächenberechnung

Marcel L.

Eine 3,50 m x 10 m große Wand im Eingangsbereich der Schule wurde mit weißer Wandfarbe gestrichen. Ihr sollt die Wand mit geometrischen Figuren bemalen. Dabei soll jede der in der Tabelle genannten Figuren mindestens einmal vorkommen.

0,250 l

Die Schulleitung stellt euch Abtönfarbe zur Verfügung. Je eine Tube von 250 ml in den Farben Rot, Mandel, Gelb, Blau und Grün. Die Reichweite jeder Farben beträgt 6 m^2 / Liter. Die gesamte Farbe soll verbraucht werden.

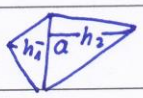
$6 m^2 \triangleq 1 l$

$x \triangleq 0{,}25 l$

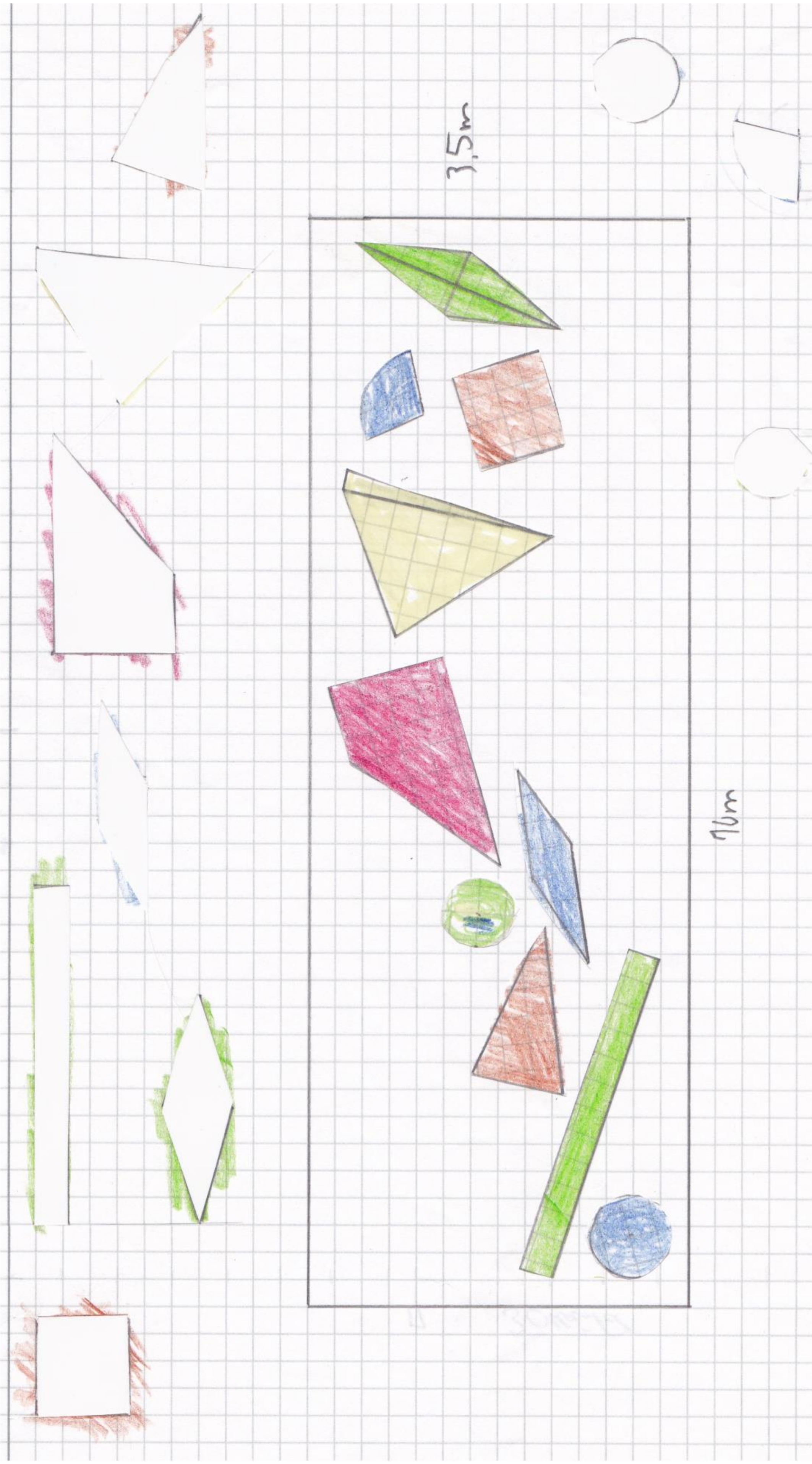
$x = 1{,}5 m^2$

$5x = 7{,}5 m^2$

- Rechne aus, wie viel Quadratmeter Fläche du mit jeder Tube Farbe bemalen kannst.
- Trage in die Tabelle alle Flächeninhaltsformeln ein.
- Wähle für die in den Flächeninhaltsformeln genannten Größen geeignete Werte und ermittle dazu den Flächeninhalt.
- Achte bei allen Schritten darauf, dass die Vorgaben erfüllt werden.
- Lege zum Schluss fest, welche Figur mit welcher Farbe gemalt werden soll.
- Erstelle einen maßstabsgetreuen Plan für die Malerei.

Figur	Maße in m	Flächeninhalts-formel $A=$	Flächen-inhalt in m^2	Farbe
Quadrat	$a = 0{,}9$	a^2	0,81	Mandel
Rechteck	$a = 0{,}3$ $b = 3{,}1$	$a \cdot b$	0,93	Grün
Raute	$e = 2{,}1$ $f = 0{,}6$	$\frac{1}{2} e \cdot f$	0,63	Blau
Parallelogramm	$a = 1{,}1$ $h_a = 0{,}4$	$a \cdot h_a$	0,44	Grün
Trapez	$a = 0{,}7$ $c = 2$ $h = 1{,}1$	$\frac{a+c}{2} \cdot h$	1,5	Rot
beliebiges Viereck	$h_1 = 1{,}2$ $a = 2$ $h_2 = 0{,}2$		1,4	Gelb
Dreieck	$g = 1{,}6$ $h = 0{,}8$	$\frac{1}{2} g \cdot h$	0,64	Mandel
Kreis 1	$r = 0{,}4$	πr^2	0,5	Blau
Kreisausschnitt	$r = 0{,}6$ $\alpha = 100°$	$\pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$	0,31	Blau
Kreis 2	$r = 0{,}3$		0,28	Grün + Reste
			7,44	

6BG	**Klasse 10**	**Kreisberechnung**	**Mathematik**



Gruppensuche: Flächenberechnung – Vorübung Körperberechnung

Ziel der Übung

Die Schülerinnen und Schüler sollen mit dieser Übung die Kenntnisse aus der achten und neunten Klasse, die für die Berechnungen an Körpern notwendig sind, wiederholen. Begriffe für Flächen, Flächeninhalts- und Umfangsberechnungen, Umrechnungen von Flächeneinheiten und die Anwendung des Satzes von Pythagoras werden hier geübt. Je nach Leistungsstand der Klasse können die Formeln während des Spiels an die Wand projiziert werden.

Vorbereitung der Übung

Die Blätter werden einmal ausgedruckt, laminiert und ausgeschnitten.

Durchführung der Übung

Die Lehrkraft mischt zunächst die Kärtchen. Die ganze Klasse steht auf. Jede Schülerin und jeder Schüler ist mit Stift und einem Zettel zum Rechnen ausgestattet und erhält jeweils ein Kärtchen. Jede Person muss drei Partnerinnen oder Partner finden, so dass eine richtige Aufgabe aus vier Teilen entsteht. Hat sich eine Gruppe gefunden, führt sie den Beweis auf einem Blatt aus, notiert die Gruppenmitglieder und gibt das Blatt sowie die Kärtchen der Lehrkraft (evtl. auch Hilfskräften aus der Klasse). Jede Mitspielerin und jeder Mitspieler erhält ein neues Kärtchen. Wer in der vorgegebenen Zeit die meisten Kärtchen abgegeben hat, hat gewonnen.

Die Lehrkraft kann je nach Klassengröße zunächst einzelne – aus vier Teilen bestehende – Aufgaben zurückhalten, um eine schnellere Gruppenfindung zu ermöglichen.

6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

Gruppensuche: Flächenberechnung – Vorübung Körperberechnung

Allgemeines Dreieck	$a = 10$ cm	$h_a = 100$ cm	$A = 500\ cm^2$
Allgemeines Dreieck	a = 6 cm	$h_a = 10$ cm	$A = 30\ cm^2$
Rechtwinkliges Dreieck	Kathete a = 5 cm	Kathete b = 10 cm	$A = 25\ cm^2$
Gleichseitiges Dreieck	a = 7,8 cm	$h_a = 6{,}755$ cm	$A = 26{,}3445\ cm^2$
a = 65 mm	a = 6,5 cm	a = 0,65 dm	a = 0,065 m
$A = 36\ 000\ mm^2$	$A = 360\ cm^2$	$A = 3{,}60\ dm^2$	$A = 0{,}0360\ m^2$
$A = 3600\ mm^2$	$A = 36\ cm^2$	$A = 0{,}36\ dm^2$	$A = 0{,}0036\ m^2$

6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

Rechteck	a = 3,5 m	b = 0,075 cm	A = 26,25 cm^2
Rechteck	a = 3 cm	Diagonale d = 5 cm	A = 12 cm^2
Parallelogramm	a = 100 cm b = 20 cm	h_a = 10,2 cm	A = 1020 cm^2
Parallelogramm	a = 80 cm	h_a = 10 cm	A = 800 cm^2
Raute	a = 30 cm	e = 48 cm f = 36 cm	u = 120 cm A = 864 cm^2
Drache Die Diagonale, die nicht Symmetrieachse ist, ist 48 cm lang.	a = 25,5 cm b = 51 cm	e = 53,62 cm f = 48 cm	A = 1286,88 cm^2
Symmetrisches Trapez	a = 139,3 cm b = 32,5 cm c = 98,5 cm	h_a = 25,3 cm	A = 3008,17 cm^2 u = 302,8 cm

6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

Volumen und Oberfläche

Ordne die vorgegebenen Formeln den entsprechenden Körpern zu. Es gehören mehrere Formeln zu einem Körper. Zwei Formeln bleiben übrig.

$V = \pi b c^2$

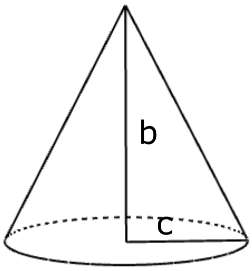
$V = abc$

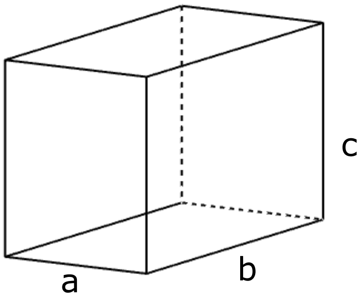
$V = \frac{1}{3}\pi b c^2$

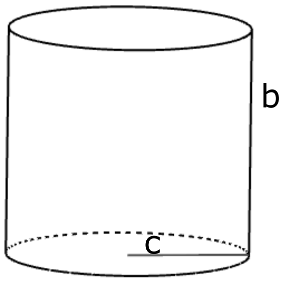
$V = \frac{1}{3}abc$

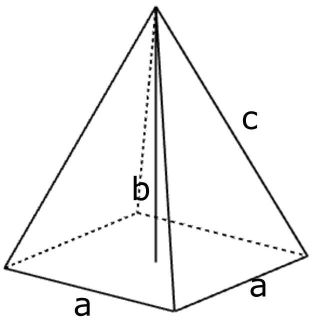
$V = \frac{1}{2}abc$

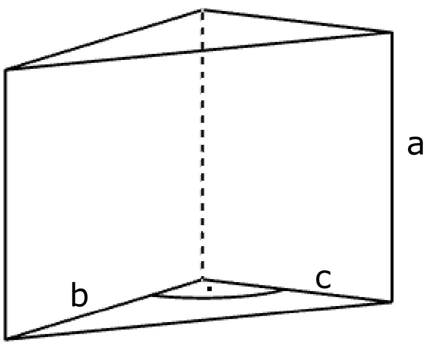
$V = \frac{1}{3}a^2 b$











$O = a\left(a + 2\sqrt{c^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)$

$O = bc + ac + ab + a\sqrt{b^2 + c^2}$

$O = \pi c \cdot \left(b + \sqrt{b^2 + c^2}\right)$

$O = \frac{2a\left(c + b + \sqrt{b^2 + c^2}\right) + 2bc}{2}$

$O = 2\pi c^2 + 2\pi bc$

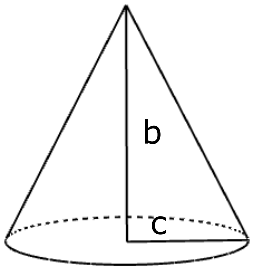
$O = 2(ab + ac + bc)$

$O = \pi c \cdot \left(c + \sqrt{b^2 + c^2}\right)$

6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

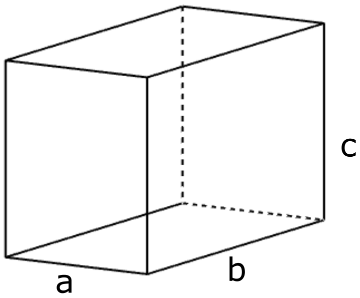
Volumen und Oberfläche – Lösung

$$V = \frac{1}{3}\pi bc^2$$



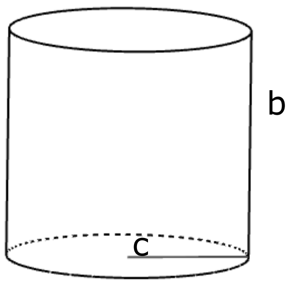
$$O = \pi c \cdot \left(c + \sqrt{b^2 + c^2}\right)$$

$$V = abc$$



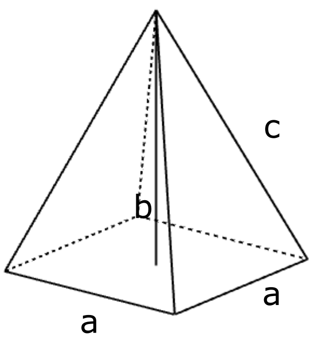
$$O = 2(ab + ac + bc)$$

$$V = \pi bc^2$$



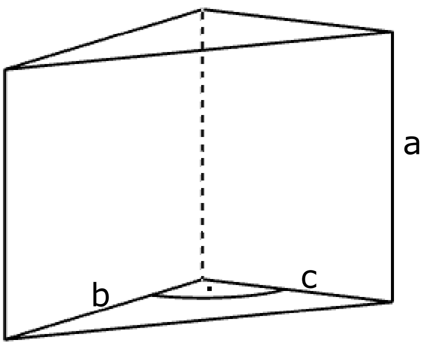
$$O = 2\pi c^2 + 2\pi bc$$

$$V = \frac{1}{3}a^2 b$$



$$O = a\left(a + 2\sqrt{c^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}\right)$$

$$V = \frac{1}{2}abc$$



$$O = bc + ac + ab + a\sqrt{b^2 + c^2}$$

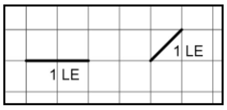
$$O = \frac{2a\left(c + b + \sqrt{b^2 + c^2}\right) + 2bc}{2}$$

6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

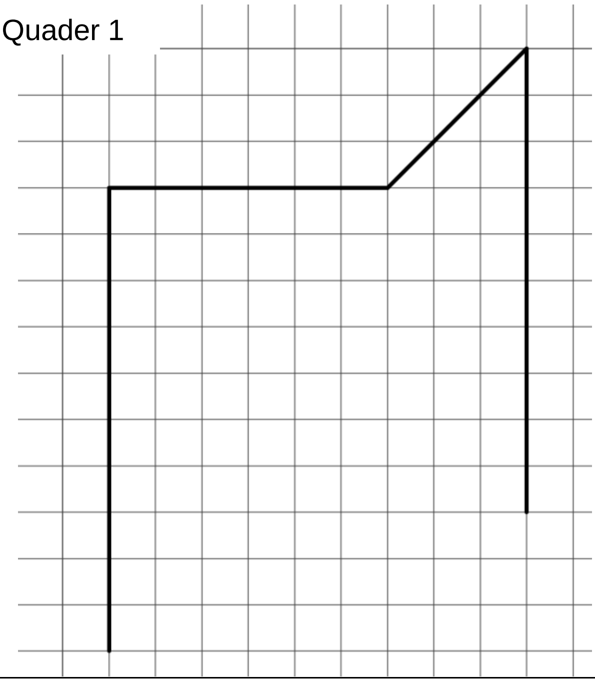
Schrägbilder von Körpern – Quader

- Vervollständige die Zeichnung jeweils zum Schrägbild eines Quaders.
- Bezeichne die für die Berechnung des Volumens und des Oberflächeninhalts notwendigen Seiten und bestimme deren Längen in Längeneinheiten LE.
- Berechne den Flächeninhalt A der Grundfläche in Flächeneinheiten FE.
- Berechne das Volumen in Volumeneinheiten VE und den Oberflächeninhalt in FE.

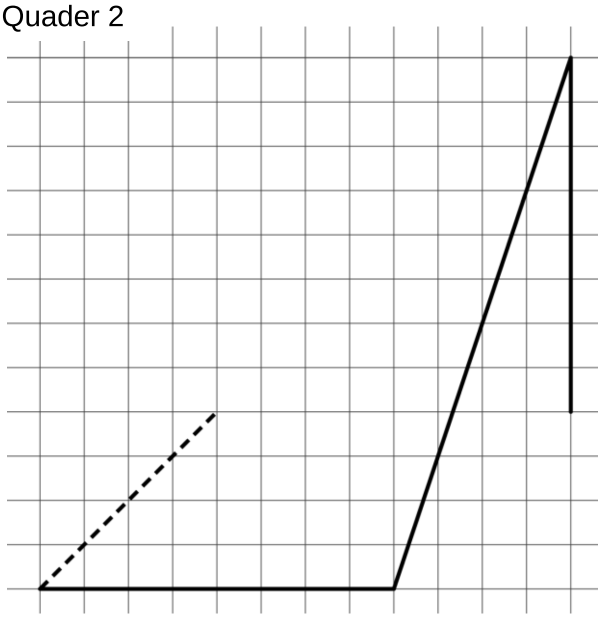
Für die Längenbestimmung gilt:



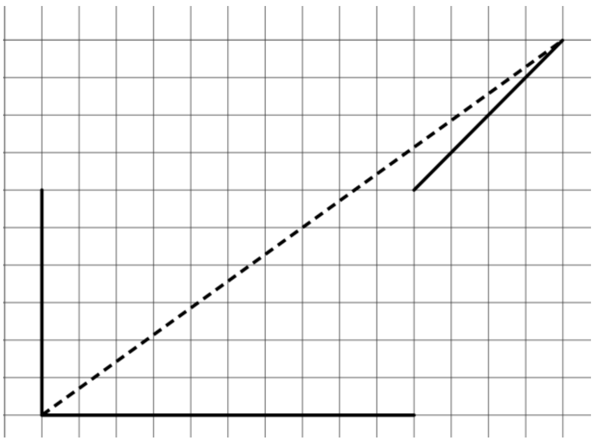
Quader 1



Quader 2

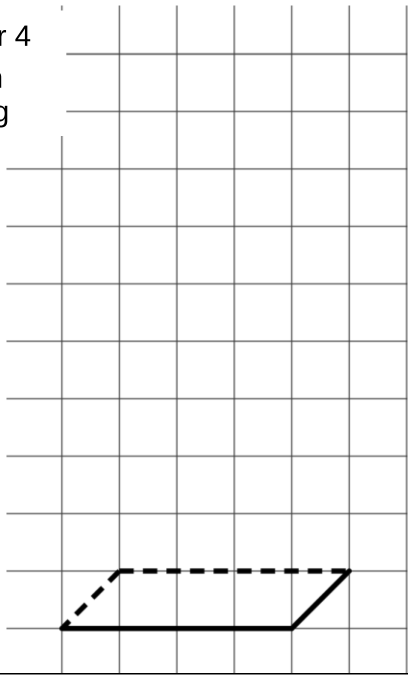


Quader 3



Quader 4

Höhe h beliebig

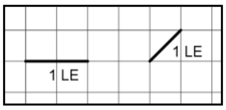


6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

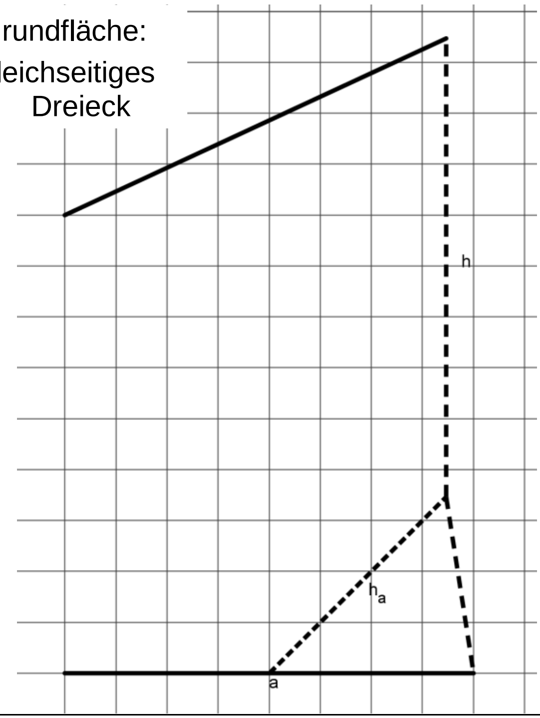
Schrägbilder von Körpern – Prisma

- Vervollständige die Zeichnung jeweils zum Schrägbild eines Prismas.
- Bezeichne die für die Berechnung des Volumens und des Oberflächeninhalts notwendigen Seiten und bestimme deren Längen in Längeneinheiten LE.
- Berechne den Flächeninhalt A der Grundfläche in Flächeneinheiten FE.
- Berechne das Volumen in Volumeneinheiten VE und den Oberflächeninhalt in FE.

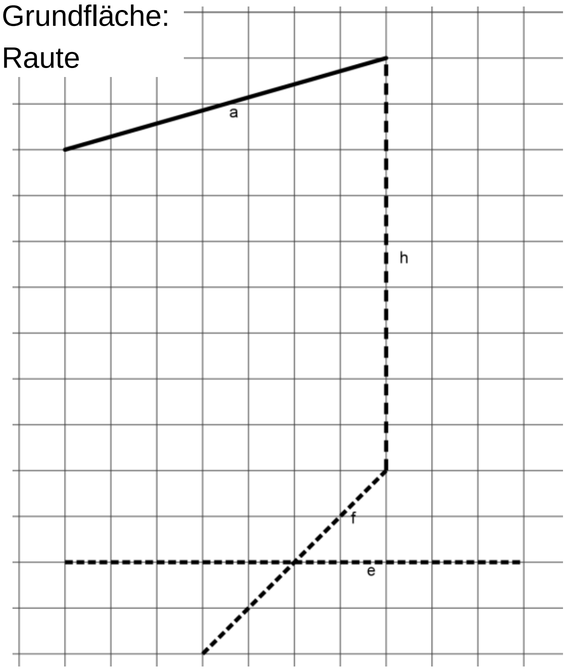
Für die Längenbestimmung gilt:



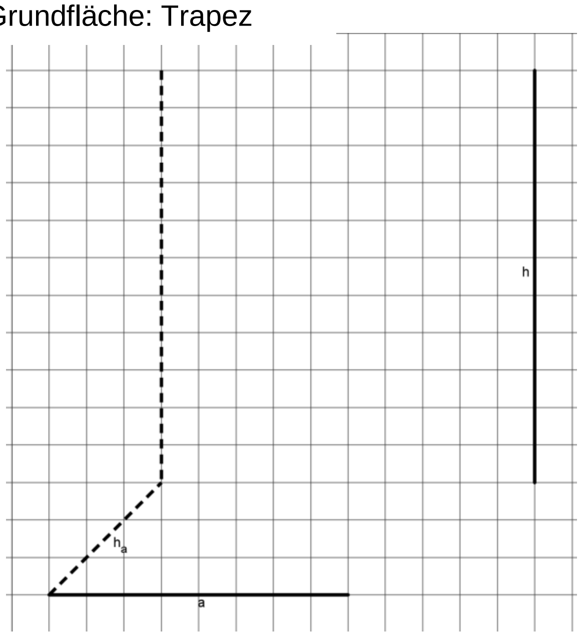
Grundfläche: gleichseitiges Dreieck



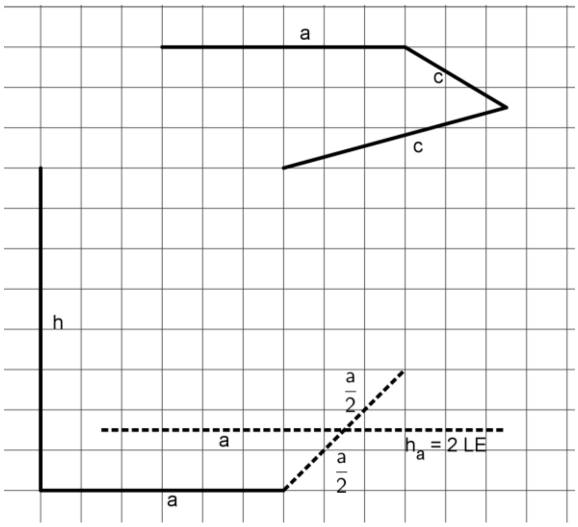
Grundfläche: Raute



Grundfläche: Trapez



Grundfläche: Fünfeck

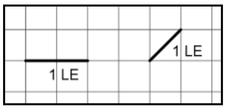


6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

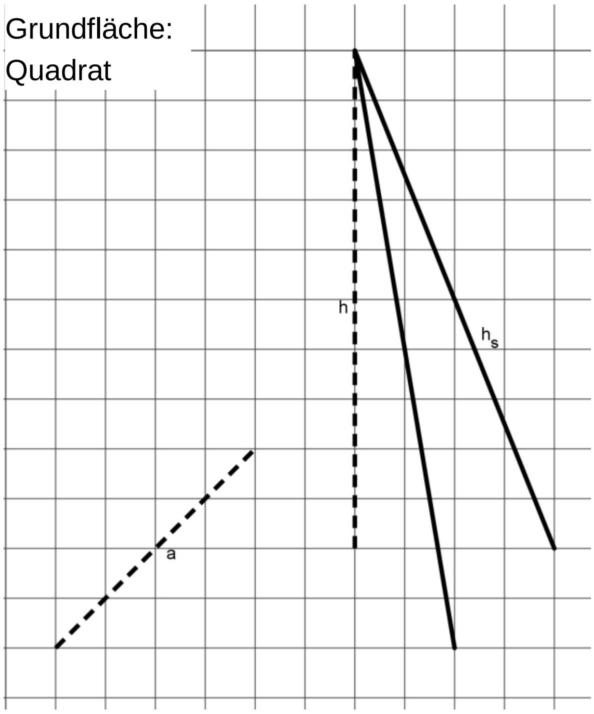
Schrägbilder von Körpern – Pyramide

- Vervollständige die Zeichnung jeweils zum Schrägbild einer Pyramide.
- Bezeichne die für die Berechnung des Volumens und des Oberflächeninhalts notwendigen Seiten und bestimme deren Längen in Längeneinheiten LE.
- Berechne den Flächeninhalt A der Grundfläche in Flächeneinheiten FE.
- Berechne das Volumen in Volumeneinheiten VE und den Oberflächeninhalt in FE.

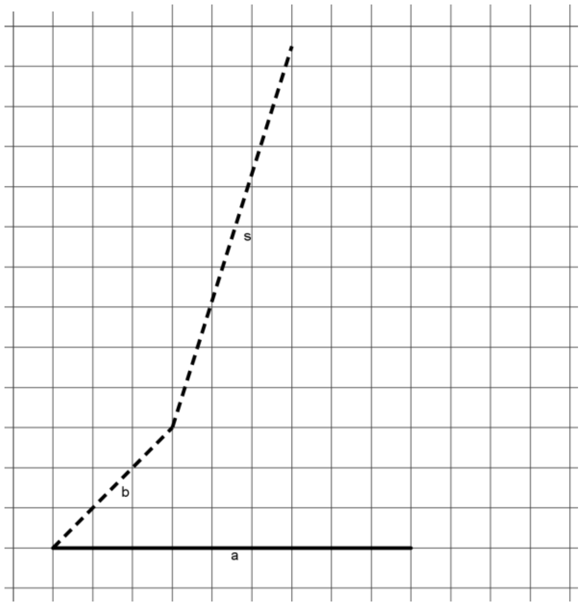
Für die Längenbestimmung gilt:



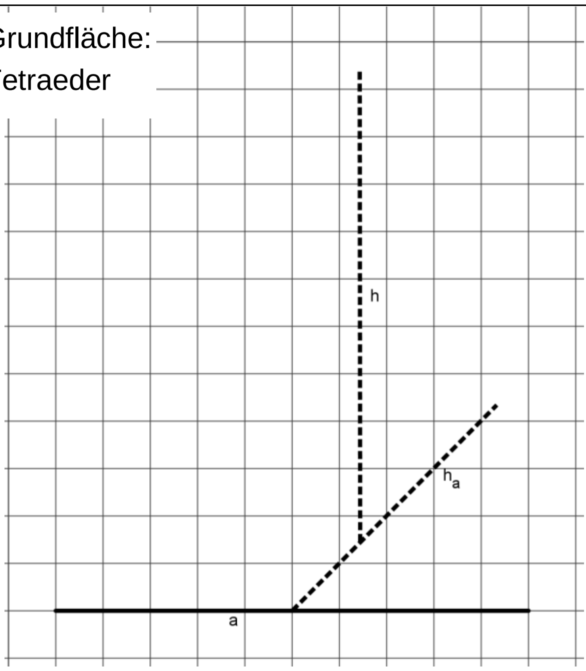
Grundfläche:
Quadrat



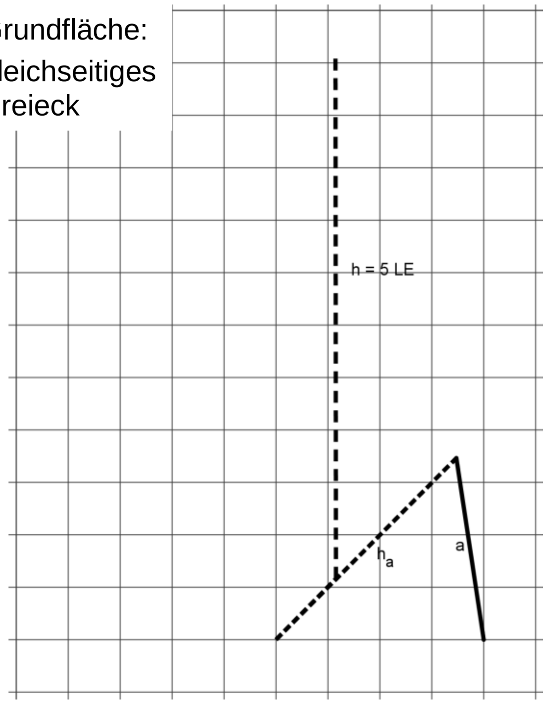
Grundfläche:
Rechteck



Grundfläche:
Tetraeder



Grundfläche:
gleichseitiges
Dreieck

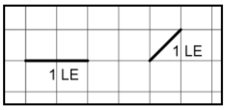


6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

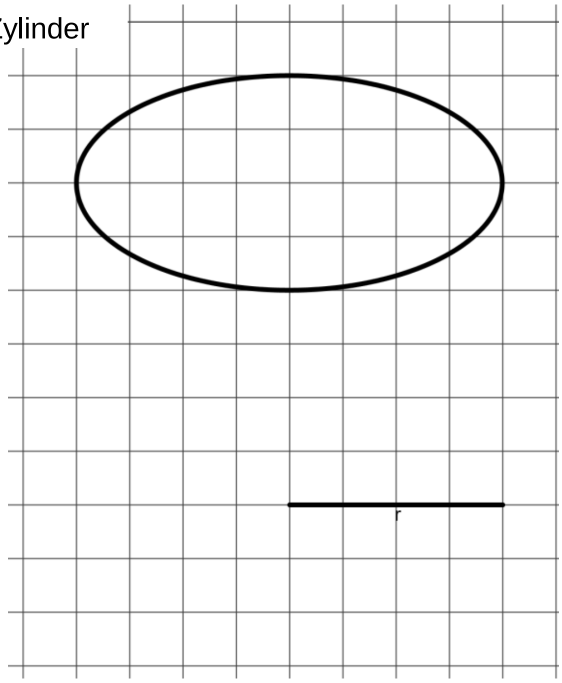
Schrägbilder von Körpern – Zylinder, Kegel, Kugel

- Vervollständige die Zeichnung jeweils zum Schrägbild.
- Bezeichne die für die Berechnung des Volumens und des Oberflächeninhalts notwendigen Seiten und bestimme deren Längen in Längeneinheiten LE.
- Berechne den Flächeninhalt A der Grundfläche in Flächeneinheiten FE.
- Berechne das Volumen in Volumeneinheiten VE und den Oberflächeninhalt in FE.

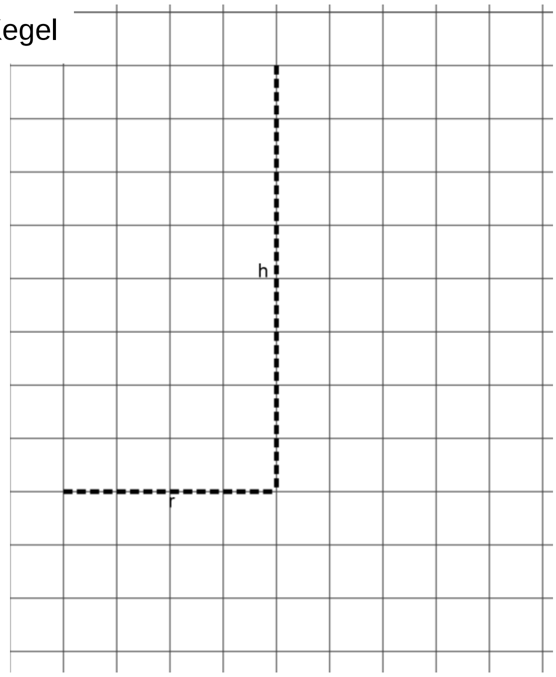
Für die Längenbestimmung gilt:



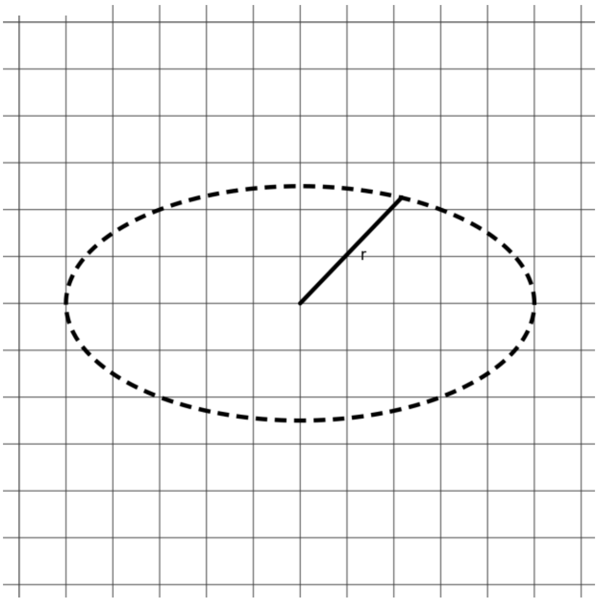
Zylinder



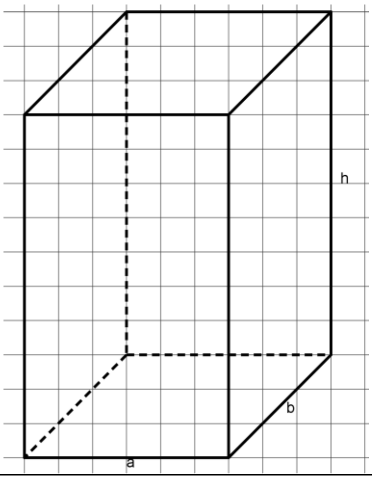
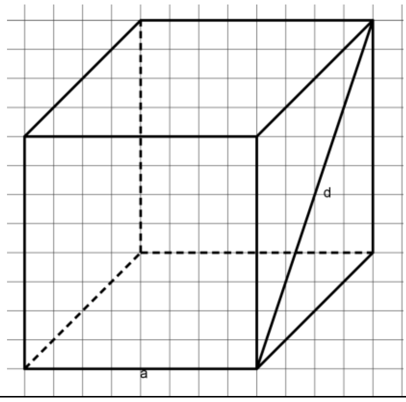
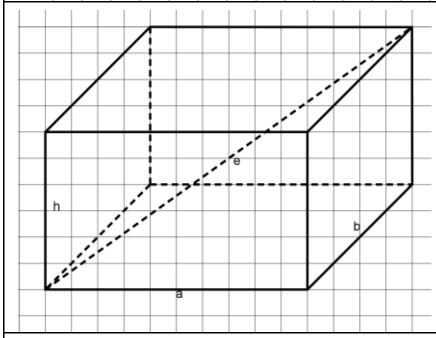
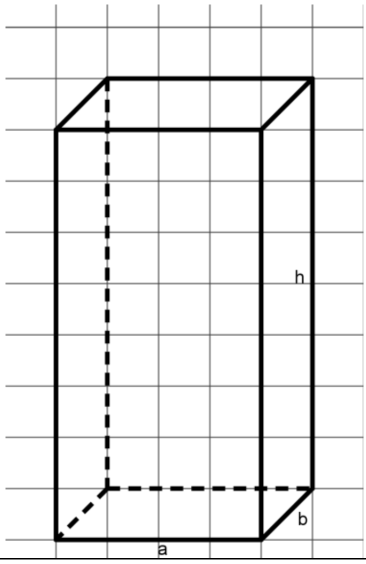
Kegel



Kugel

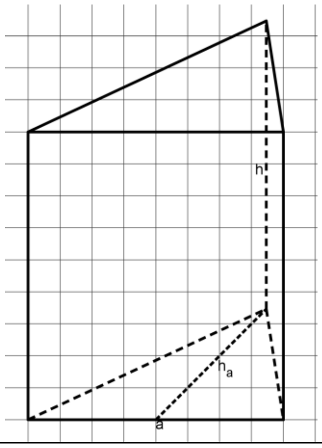
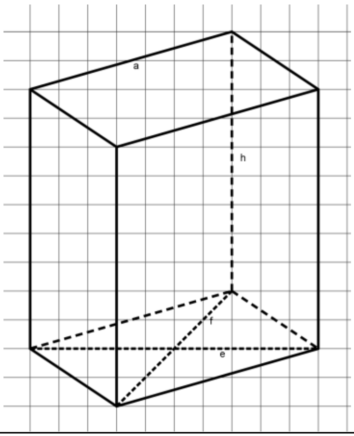
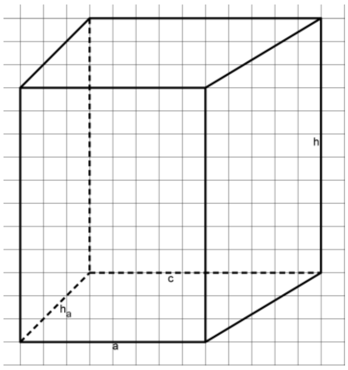
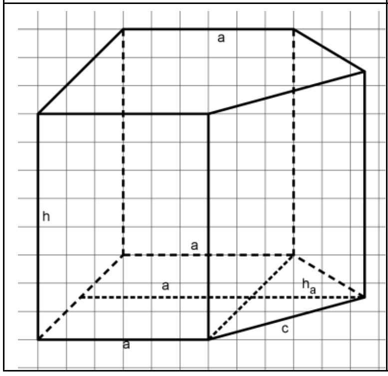


Schrägbilder von Körpern – Quader – Lösung

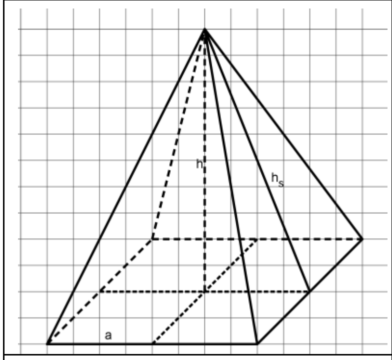
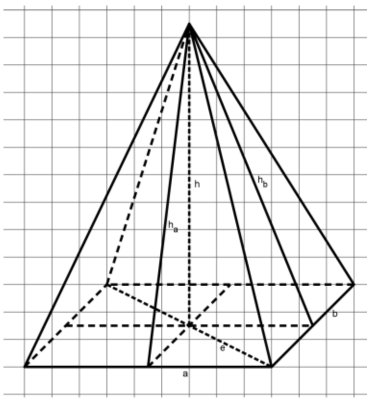
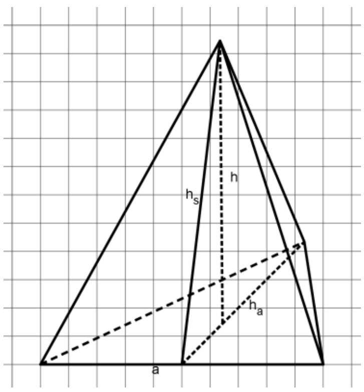
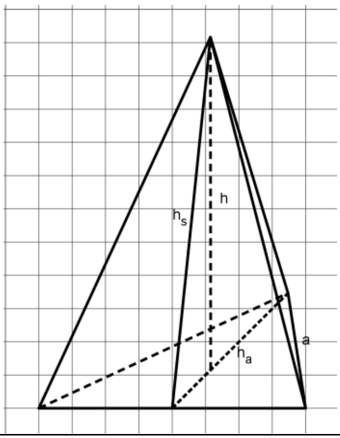
	**Quader 1** Höhe h = 5 LE; Grundseiten a = 3 LE; b = 3 LE Grundfläche A = 9 FE Rauminhalt V = 45 VE Oberflächeninhalt O = 78 FE
	**Quader 2 – Würfel** a = 4 LE (Seitendiagonale $d = 4\sqrt{2}\ \text{LE} \approx 5{,}7\ \text{LE}$) Grundfläche A = 16 FE Rauminhalt V = 64 VE Oberflächeninhalt O = 96 FE
	**Quader 3** Höhe h = 3 LE; Grundseiten a = 5 LE; b = 4 LE (Raumdiagonale $e = 5\sqrt{2}\ \text{LE} \approx 7{,}1\ \text{LE}$) Grundfläche A = 20 FE Rauminhalt V = 60 VE Oberflächeninhalt O = 94 FE
	**Quader 4** Höhe h (nicht vorgegeben) Grundseiten a = 2 LE ; b = 1 LE Grundfläche A = 2 FE Rauminhalt $V = 2 \cdot h\ \text{VE}$ Oberflächeninhalt $O = (4 + 6 \cdot h)\ \text{FE}$

6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

Schrägbilder von Körpern – Prismen – Lösung

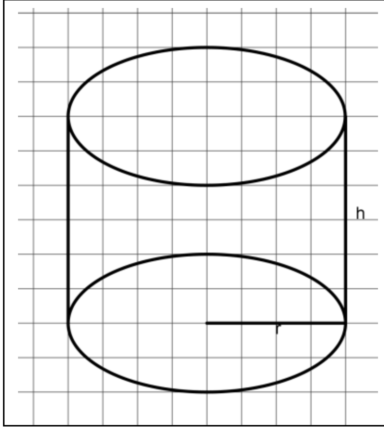
	**Grundfläche: gleichseitiges Dreieck** Höhe h = 4,5 LE; Grundfläche a = b = c = 4 LE ; $h_a = 2\sqrt{3}$ LE $\approx 3{,}5$ LE Grundfläche A = $4\sqrt{3}$ FE $\approx 6{,}9$ FE Rauminhalt V = $18\sqrt{3}$ VE $\approx 31{,}2$ VE Oberflächeninhalt $O = (8\sqrt{3} + 54)$ FE $\approx 67{,}9$ FE
	**Grundfläche: Raute** Höhe h = 4,5 LE; Grundseiten: e = 5 LE; f = 4 LE; $a = \frac{1}{2}\sqrt{41}$ LE $\approx 3{,}2$ LE Grundfläche A = 20 FE Rauminhalt V = 90 VE Oberflächeninhalt $O = (40 + 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{41} \cdot 4{,}5)$ FE $\approx 97{,}63$ FE
	**Grundfläche: Trapez** Höhe h = 5,5 LE Grundseiten a = 4 LE; c = 5 LE parallel h_a = 3 LE; b = $\sqrt{10}$ LE Grundfläche A = 13,5 FE Rauminhalt V = 74,25 VE Oberflächeninhalt O = $(27+66+5{,}5\cdot\sqrt{10})$) FE = $(93+5{,}5\cdot\sqrt{10})$ FE ≈ 110,4 FE
	**Grundfläche: Fünfeck** Höhe h = 4 LE Grundseiten Quadrat a = 3 LE; Dreieck h_a = 2 LE, Schenkel c = 2,5 LE Grundfläche A = 12 FE Rauminhalt V = 48 VE Oberflächeninhalt O = $(2\cdot 12 + (3\cdot 3 + 2\cdot 2{,}5)\cdot 4)$ FE = 80 FE

Schrägbilder von Körpern – Pyramiden – Lösung

	**Grundfläche: Quadrat** Höhe h = 5 LE; $h_s = \sqrt{29}$ LE Grundseite: a = 4 LE Grundfläche A = 16 FE Rauminhalt $V = \frac{80}{3}$ VE $\approx 26{,}67$ VE Oberflächeninhalt $O = (16 + 8\sqrt{29})$ FE ≈ 59,1 FE
	**Grundfläche Rechteck** Höhe h = 5,5 LE; *eventuell angeben* Grundseiten: a = 4,5 LE; b = 3 LE $h_a = \frac{\sqrt{130}}{2} \approx 5{,}7$ LE; $h_b = \frac{\sqrt{565}}{4} \approx 5{,}9$ LE Grundfläche A = 13,5 FE Rauminhalt V = 24,75 VE Oberflächeninhalt $O = 13{,}5 + 4{,}5 \cdot \frac{\sqrt{130}}{2} + 3 \cdot \frac{\sqrt{565}}{4}$ O ≈ 57,0 FE
	**Grundfläche: Tetraeder** Grundseite a = 5 LE $h_a = h_S = \frac{5}{2}\sqrt{3}$ LE ≈ 4,3 LE; Höhe $h = \frac{5}{3}\sqrt{6}$ LE ≈ 4,1 LE Grundfläche $A = \frac{25}{4}\sqrt{3}$ FE ≈ 10,8 FE Rauminhalt $V = \frac{125}{12}\sqrt{3}$ VE ≈ 18,0 VE Oberflächeninhalt $O = 25\sqrt{3}$ FE ≈ 43,3 FE
	**Grundfläche: gleichseitiges Dreieck** Höhe h = 5 LE Grundseite: a = 4 LE $h_a = 2\sqrt{3}$ LE ≈ 3,5 LE; $h_S = \frac{\sqrt{237}}{3}$ ≈ 5,1 LE Grundfläche $A = 4\sqrt{3}$ FE ≈ 6,9 FE Rauminhalt $V = \frac{20}{3}\sqrt{3}$ VE ≈ 11,5 VE Oberflächeninhalt $O = (4\sqrt{3} + 2\sqrt{237})$ FE ≈ 37,7 FE

6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

Schrägbilder von Körpern – Zylinder, Kegel, Kugel – Lösung



Zylinder

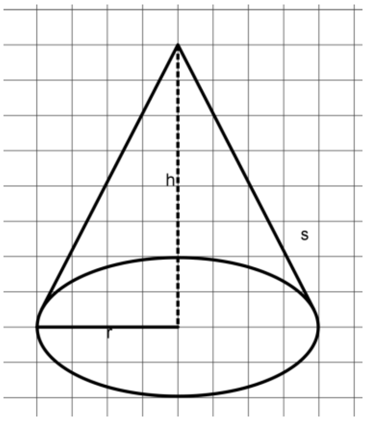
Höhe $h = 3$ LE

Radius $r = 2$ LE

Grundfläche $A = 4\pi$ FE $\approx 12{,}6$ FE

Rauminhalt $V = 12\pi$ VE $\approx 37{,}7$ VE

Oberflächeninhalt $O = 20\pi$ FE $\approx 62{,}8$ FE



Kegel

Höhe $h = 4$ LE

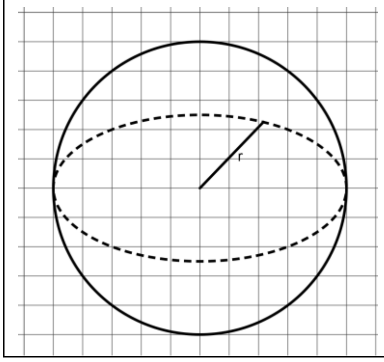
Radius $r = 2$ LE

$s = 2\sqrt{5}$ LE $\approx 4{,}5$ LE

Grundfläche $A = 4\pi$ FE $\approx 12{,}6$ FE

Rauminhalt $V = \frac{16}{3}\pi$ VE $\approx 16{,}8$ VE

Oberflächeninhalt $O = (4\pi + 4\sqrt{5}\,\pi)$ FE $\approx 40{,}7$ FE



Kugel

Radius $r = 2{,}5$ LE

Rauminhalt $V = \frac{125}{6}\pi$ VE $\approx 65{,}4$ VE

Oberflächeninhalt $O = 25\pi$ FE $\approx 78{,}5$ FE

Satz von Cavalieri – Erzeugung volumengleicher Körper

Hinweis für die Lehrkraft

Alle Schülerinnen und Schüler der Klasse erhalten drei Bastelbögen unterschiedlicher Farbe mit den Figuren von Kopie 1 bis 3 und schneiden die Figuren aus.

Alle Figuren gleicher Form werden so aufeinander geklebt, dass sie leicht versetzt aufeinander liegen. Abbildung 1 zeigt vier mögliche Körper, gebaut aus Dreiecken.

Nach dem Satz von Cavalieri sind alle Körper, die aus einer gleichen Anzahl gleicher Schnittflächen aufgebaut sind, volumengleich. Dies kann nach dem Bau der Körper thematisiert und visualisiert werden. Als Beispiel sind in Abbildung 2 die Bauwerke einer Schülerin zu sehen.

Aus den erstellten Körpern kann zum Abschluss ein Gesamtkunstwerk entstehen, indem alle Schülerinnen und Schüler ihre Körper zusammenfügen. Ist die Papierdicke bekannt, kann das Gesamtvolumen berechnet werden. Wird statt Papier Moosgummi verwendet, entstehen imposante Gebilde.

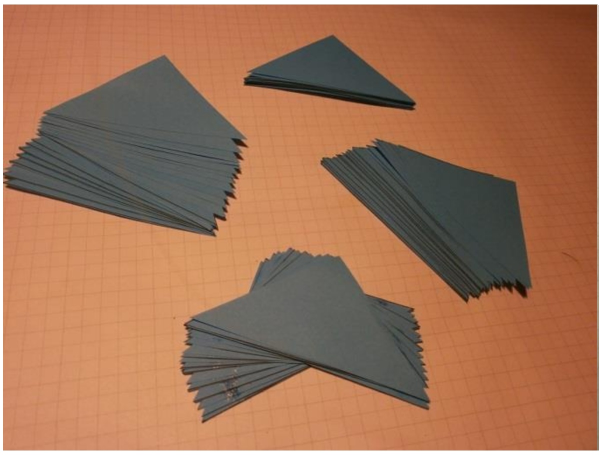


Abbildung 1

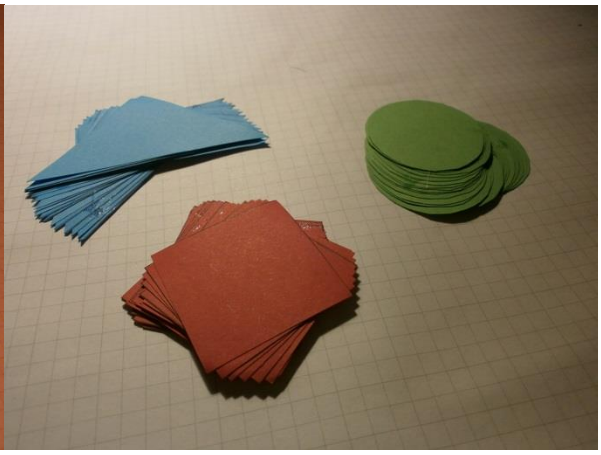
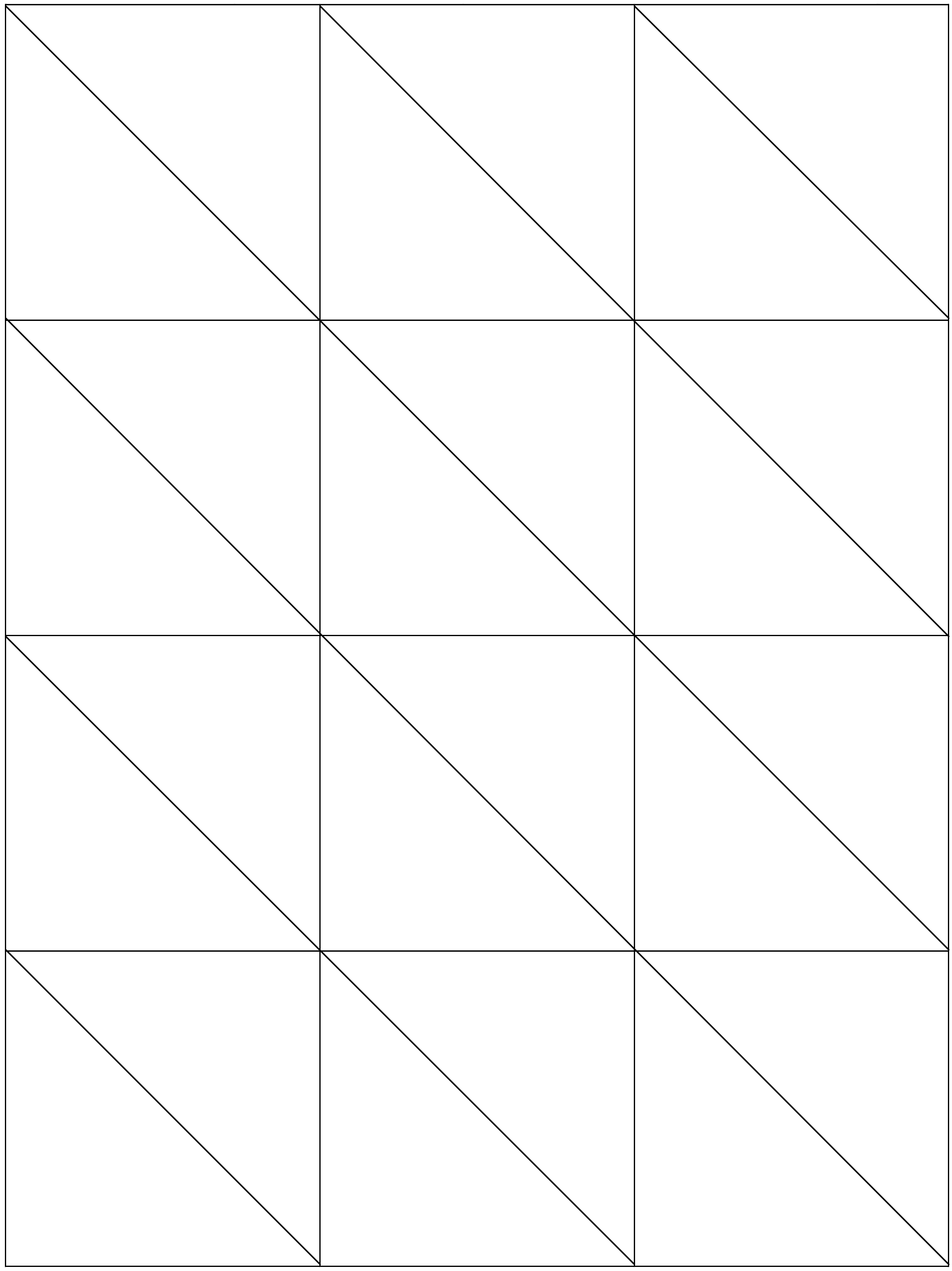


Abbildung 2

Satz von Cavalieri – Kopiervorlage 1

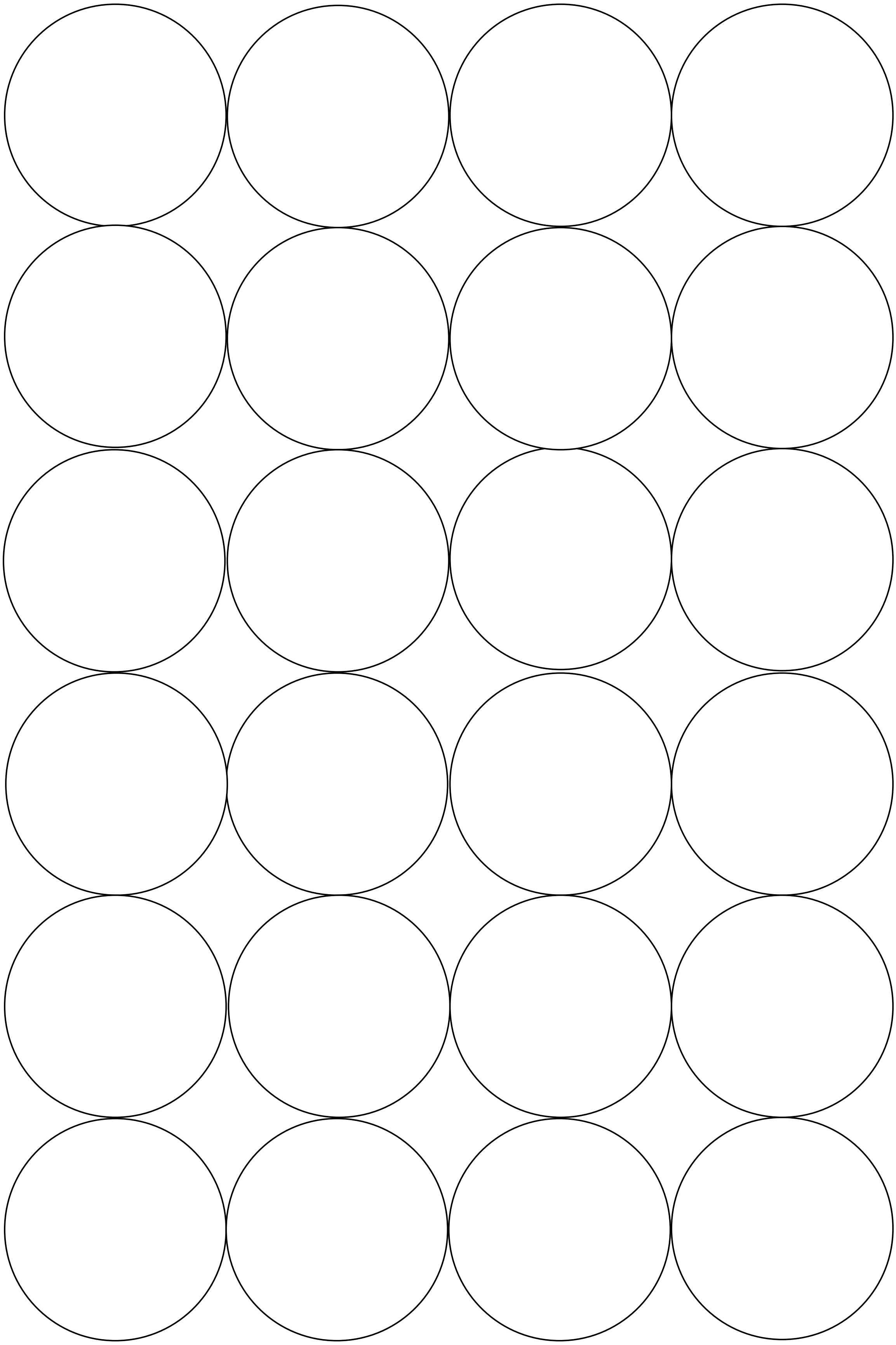
6BG	**Klasse 10**	**Darstellung und Berechnung von Körpern**	**Mathematik**

Satz von Cavalieri – Kopiervorlage 2



6BG	Klasse 10	Darstellung und Berechnung von Körpern	Mathematik

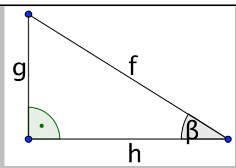
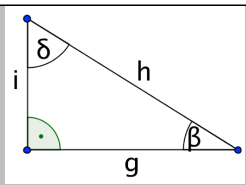
Satz von Cavalieri – Kopiervorlage 3



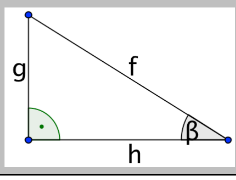
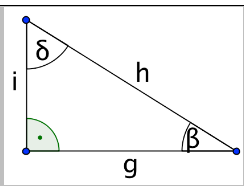
6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Fehlersuche

Kreuze an, ob die Aussage wahr oder falsch ist. Schreibe die richtige Lösung auf.

Aufgabe 1 (für rechtwinklige Dreiecke)	**r**	**f**	**So ist es richtig**
$\sin(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$			
$\tan(\gamma) = \frac{\text{Gegenkathete von } \gamma}{\text{Ankathete von } \gamma}$			
$\cos(\beta) = \frac{\text{Hypotenuse von } \beta}{\text{Gegenkathete}}$			
Aufgabe 2 	**r**	**f**	**So ist es richtig**
$\cos(\beta) = \frac{f}{g}$			
$\sin(\beta) = \frac{g}{f}$			
$\tan(\beta) = \frac{g}{h}$			
Aufgabe 3 	**r**	**f**	**So ist es richtig**
$\cos(\delta) = \frac{h}{g}$			
$\sin(\beta) = \frac{i}{h}$			
$\tan(\beta) = \frac{i}{g}$			
$\sin(\delta) = \frac{i}{g}$			
Aufgabe 4	**r**	**f**	**So ist es richtig**
Zur Steigung von 5 % gehört der Winkel α mit 5°.			
Ein Winkel von 38° passt zur Steigung von 78 %.			

Fehlersuche – Lösung

Aufgabe 1 (für rechtwinklige Dreiecke)	r	f	So ist es richtig
$\sin(\alpha) = \frac{\text{Ankathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$		x	$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete von } \alpha}{\text{Hypotenuse}}$
$\tan(\gamma) = \frac{\text{Gegenkathete von } \gamma}{\text{Ankathete von } \gamma}$	x		
$\cos(\beta) = \frac{\text{Hypotenuse von } \beta}{\text{Gegenkathete}}$		x	$\cos(\beta) = \frac{\text{Ankathete von } \beta}{\text{Hypotenuse}}$
Aufgabe 2 	**r**	**f**	**So ist es richtig**
$\cos(\beta) = \frac{f}{g}$		x	$\cos(\beta) = \frac{h}{f}$
$\sin(\beta) = \frac{g}{f}$	x		
$\tan(\beta) = \frac{g}{h}$	x		
Aufgabe 3 	**r**	**f**	**So ist es richtig**
$\cos(\delta) = \frac{h}{g}$		x	$\cos(\delta) = \frac{i}{h}$
$\sin(\beta) = \frac{i}{h}$	x		
$\tan(\beta) = \frac{i}{g}$	x		
$\sin(\delta) = \frac{i}{g}$		x	$\sin(\delta) = \frac{g}{h}$
Aufgabe 4	**r**	**f**	**So ist es richtig**
Zur Steigung von 5 % gehört der Winkel α mit 5°.		x	$m = 5\,\% = \frac{5}{100} = 0{,}05$ $\tan(\alpha) = m$ $\alpha = 2{,}86°$
Ein Winkel von 38° passt zur Steigung von 78 %.	x		

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Der neue Spielplatz

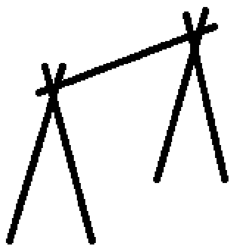
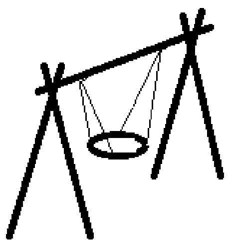
In unserer Gemeinde gibt es eine Bürgerinitiative, die einen Spielplatz errichten möchte. Ein Waldbesitzer wird das notwendige Holz für die Spielgeräte liefern und ein Zimmermann deren Bau anleiten und überwachen. Viele Mütter und Väter werden sich am Bau der Spielgeräte beteiligen. Für Materialien, die zusätzlich gekauft werden müssen, soll bei einem Fest Geld gesammelt werden.

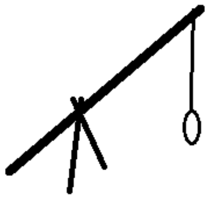
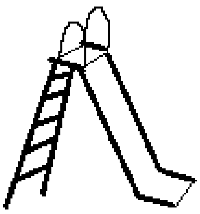
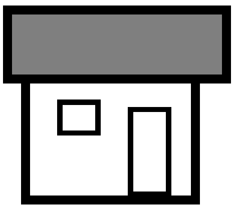
Beteiligt euch an der Planung. Bildet dazu Gruppen von maximal fünf Personen.

- Beantwortet die Fragen in der Tabelle. Geht dazu auf einen Spielplatz und messt die Geräte aus oder entnehmt die benötigten Maße aus Produktangeboten im Internet.
- Falls euch noch weitere wichtige Fragen einfallen, dann notiert und beantwortet sie.
- Errechnet mithilfe genauer Zeichnungen alle zum Bau benötigten Maße. Teilt euch die Aufgaben auf.
- Bestimmt für jedes Spielgerät den Platz, den es beansprucht. Denkt dabei auch an einen Sicherheitsabstand.
- Falls ihr noch weitere Spielgeräte aufnehmen möchtet, zeichnet davon eine Skizze und bestimmt die für die Planung und den Bau wichtigen Maße.

Protokolliert eure Ergebnisse. Erstellt folgendes:

- Einen Plan der Spielplatzanlage. Darin müssen von jedem Spielgerät der Platz und der Sicherheitsbereich eingezeichnet sein.
- Zeichnungen der Seitenansicht aller Spielgeräte mit den Berechnungen der fehlenden Größen. Hierzu müsst ihr häufig die Winkelfunktionen verwenden.
- Eine Liste der benötigten Baumaterialien.

Gerät	Fragen
	Schaukel mit Sitz • Wie hoch muss der Bock sein? • Welche Neigung sollen die Standpfosten haben? • Soll nur einer oder sollen zwei Schaukelsitze befestigt werden? Weshalb?
	Schaukel mit Kindernest • Welche Maße hat ein „Kindernest“? • Wie hoch muss der Bock sein? • Welche Neigung sollen die Standpfosten haben?

	Reifenschwinger • Wie hoch muss die Aufhängung des Reifens sein? • Welche Neigung und Länge hat der Hauptbalken? • Wo müssen die Stützbalken ansetzen? Welche Neigung müssen sie haben?
	Wippe • Welche Höhe über dem Boden sollte der Sitz maximal haben? • Welche Neigung zum Boden sollte die Wippe maximal haben?
	Rutschbahn • In welcher Höhe soll die Plattform sein? • Wie steil darf die Treppe sein? • Braucht es noch weitere Stützen?
	Spielhaus • Wie groß ist der Grundriss? • Wie hoch ist die Raumhöhe? • Wie steil ist das Dach?

Der neue Spielplatz – Anhaltspunkte

Die Grundstückgröße des zur Verfügung stehenden Geländes muss zu Beginn festgelegt werden. Im Gesetz über öffentliche Kinderspielplätze der Stadt Berlin werden folgende Richtwerte genannt:

- Kleinkinderspielpätze 150 m^2 nutzbare Spielfläche
- allgemeine Spielplätze 2000 m^2 nutzbare Spielfläche

Im Folgenden sind Maßangaben aufgeführt, die auf mehreren Spielplätzen gemessen wurden. Sie dienen als Anhaltspunkt für die Lehrkraft.

Sicherheitsabstand: größte Auslenkung der Schaukel + 1 m Abstand

Schaukel mit zwei Sitzen:
- Höhe 2,20 m – 3,50 m
- Länge Querbalken 3,50m – 5,00 m
- Neigung Standpfosten 70° – 80°

Schaukel mit Kindernest
- Durchmesser Kindernest 1,20 m – 2,00 m
- Länge Querbalken 4,00 m
- Neigung Standpfosten 70° – 80°

Reifenschwinger
- Höhe 3,30 m
- Neigung Balken 30° – 50°

Wippe
- Länge 3,50 – 5,20 m
- Höhe der Sitze über dem Boden 0,30 m – 1,70 m

Rutschbahn
- Höhe der oberen Plattform 3 m
- Neigung der Leiter 70°
- Neigung der Rutschbahn 30°

Spielhaus
- Grundfläche 1,40m x 1,40 m oder 2,40 m x 1,50 m
- Höhe 1,60 m
- Dachneigung 30°

Winkelfunktionstabelle

Einführung

Schülerinnen und Schüler früherer Generationen waren bei trigonometrischen Aufgaben auf ein Tabellenbuch angewiesen. Diesem konnten sie bei gegebenem Winkel den Wert der trigonometrischen Funktion entnehmen oder umgekehrt.

19°	SIN X	COS X	TG X	CTG X
0	0.32556815	0.94551857	0.34432761	2.9042109
1'	0.32584318	0.94542383	0.34465302	2.9014688
2'	0.32611818	0.94532901	0.34497850	2.8987314
3'	0.32639315	0.94523410	0.34530404	2.8959986
4'	0.32666809	0.94513912	0.34562964	2.8932704
5'	0.32694301	0.94504405	0.34595531	2.8905468
6'	0.32721790	0.94494891	0.34628105	2.8878277
7'	0.32749276	0.94485369	0.34660685	2.8851132
8'	0.32776759	0.94475838	0.34693272	2.8824033
9'	0.32804240	0.94466300	0.34725865	2.8796979
10'	0.32831717	0.94456754	0.34758465	2.8769970
11'	0.32859192	0.94447199	0.34791071	2.8743007
12'	0.32886665	0.94437637	0.34823684	2.8716088
13'	0.32914134	0.94428067	0.34856304	2.8689215
14'	0.32941601	0.94418488	0.34888930	2.8662386
15'	0.32969064	0.94408902	0.34921563	2.8635602
16'	0.32996525	0.94399308	0.34954203	2.8608863
17'	0.33023984	0.94389705	0.34986849	2.8582168
18'	0.33051439	0.94380095	0.35019502	2.8555517
19'	0.33078892	0.94370477	0.35052161	2.8528911
20'	0.33106342	0.94360850	0.35084828	2.8502349
21'	0.33133789	0.94351216	0.35117500	2.8475831
22'	0.33161233	0.94341574	0.35150180	2.8449356
23'	0.33188674	0.94331924	0.35182866	2.8422926
24'	0.33216113	0.94322266	0.35215559	2.8396539
25'	0.33243549	0.94312599	0.35248258	2.8370196
26'	0.33270982	0.94302925	0.35280965	2.8343896
27'	0.33298412	0.94293243	0.35313678	2.8317640
28'	0.33325840	0.94283553	0.35346398	2.8291426
29'	0.33353264	0.94273855	0.35379124	2.8265256
30'	0.33380686	0.94264149	0.35411857	2.8239129

19°	SIN X	COS X	TG X	CTG X
31'	0.33408105	0.94254435	0.35444597	2.8213045
32'	0.33435521	0.94244713	0.35477344	2.8187003
33'	0.33462934	0.94234983	0.35510097	2.8161004
34'	0.33490345	0.94225245	0.35542857	2.8135048
35'	0.33517752	0.94215499	0.35575624	2.8109134
36'	0.33545157	0.94205745	0.35608398	2.8083263
37'	0.33572559	0.94195983	0.35641179	2.8057433
38'	0.33599958	0.94186213	0.35673966	2.8031646
39'	0.33627354	0.94176436	0.35706760	2.8005901
40'	0.33654747	0.94166650	0.35739561	2.7980198
41'	0.33682138	0.94156856	0.35772369	2.7954537
42'	0.33709526	0.94147054	0.35805184	2.7928917
43'	0.33736911	0.94137245	0.35838005	2.7903339
44'	0.33764293	0.94127427	0.35870833	2.7877802
45'	0.33791672	0.94117601	0.35903669	2.7852307
46'	0.33819048	0.94107768	0.35936511	2.7826853
47'	0.33846421	0.94097926	0.35969359	2.7801440
48'	0.33873792	0.94088077	0.36002215	2.7776069
49'	0.33901160	0.94078219	0.36035078	2.7750738
50'	0.33928524	0.94068354	0.36067947	2.7725448
51'	0.33955886	0.94058480	0.36100824	2.7700199
52'	0.33983245	0.94048599	0.36133707	2.7674990
53'	0.34010602	0.94038710	0.36166597	2.7649822
54'	0.34037955	0.94028813	0.36199495	2.7624695
55'	0.34065305	0.94018907	0.36232399	2.7599608
56'	0.34092653	0.94008994	0.36265310	2.7574561
57'	0.34119998	0.93999073	0.36298228	2.7549554
58'	0.34147339	0.93989144	0.36331153	2.7524588
59'	0.34174678	0.93979207	0.36364085	2.7499661
60'	0.34202014	0.93969262	0.36397023	2.7474774

19

25

Quelle: Schlager, Georg (1971): TOPP-Reihe „Elektronik“ 56, Frechverlag, Stuttgart-Bottnang

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Winkelfunktionstabelle – Aufgabe 1

Für die Winkel von 19° 0´ (19 Grad, 0 Minuten) bis 19° 60´ (19 Grad, 60 Minuten) sind in der obigen Tabelle die Funktionswerte der trigonometrischen Funktionen angegeben. Dabei ist x der Winkel in Gradmaß, „TG X“ entspricht tan(x) und „CTG X“ cot(x) mit $\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$.

Die Umrechnung des Winkels von Minuten in eine Dezimalzahl erfolgt über den Dreisatz: $60\,\text{Minuten entspricht } 1{,}00°$.

Ergänze die untere Tabelle und überprüfe die Angaben aus der Tabelle mit den Ergebnissen des Taschenrechners. Hierzu muss der Winkel entweder in eine Dezimalzahl auf zwei Kommastellen genau oder in Grad und Minuten umgewandelt werden.

	Tabellen-wert	**Eingabe im Taschenrechner (Einstellung Degree)**	**Ergebnis Taschenrechner**	**Nachkommastelle, bis zu der eine Übereinstimmung besteht**
sin (19°18´)	0,33051439	sin (19,30°)	0,3305143927	8
tan (19°43´)				
cos (19°05´)				
sin (19°59´)				
		cos (19,40°)		
		sin (19,52°)		
		tan (19,17°)		
Weshalb gibt es Abweichungen zwischen den Tabellenwerten und den Ergebnissen des Taschenrechners?				

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Winkelfunktionstabelle – Aufgabe 2

Am Anfang des Tabellenbuches findet sich eine Übersicht, die im Folgenden auszugsweise wiedergegeben ist.

Dreieck	Winkel α	sin(α)	cos(α)	tan(α)
1		0,470		
2			0,545	
3				1,000

Konstruiere die dazugehörigen rechtwinkligen Dreiecke. Benutze zur Konstruktion nur ein Lineal und den Zirkel, aber kein Geodreieck mit Winkelmaß. Wähle für die Hypotenuse die Länge c = 10 cm. Fülle anschließend die Tabelle aus.

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Winkelfunktionstabelle – Lösung

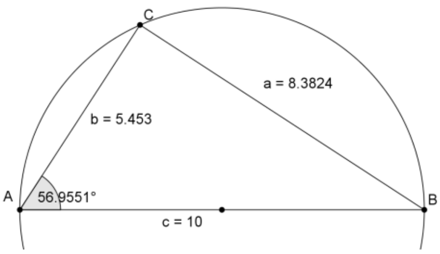
Aufgabe 1

	Tabellen-wert	Eingabe im Taschenrechner (Einstellung Degree)	Ergebnis Taschenrechner	Nachkommastelle, bis zu der eine Übereinstimmung besteht
sin (19°18´)	0,33051439	sin (19,30°)	0,3305143927	8
tan (19°43´)	0,35838005	tan (19,72°)	0,3584457031	3
cos (19°05´)	0,94504405	cos (19,08°)	0,9450630752	4
sin (19°59´)	0,34174678	sin (19,98°)	0,3416921079	3
cos (19°24´)	0,94322266	cos (19,40°)	0,9432226579	7
sin (19°31´)	0,33408105	sin (19,52°)	0,3341358828	3
tan (19°10´)	0,34758465	tan (19,17°)	0,347649856	3
Weshalb gibt es Abweichungen zwischen den Tabellenwerten und den Ergebnissen des Taschenrechners? Abweichungen ergeben sich durch das Runden beim Umwandeln der Einheit.				

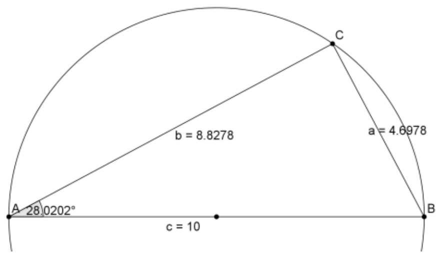
Aufgabe 2

Dreieck	Winkel α	sin(α)	cos(α)	tan(α)
1	28°	0,470	0,883	0,532
2	57°	0,838	0,545	1,538
3	45°	0,707	0,707	1,000

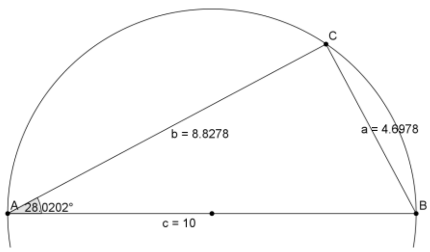
Dreieck 1



Dreieck 2

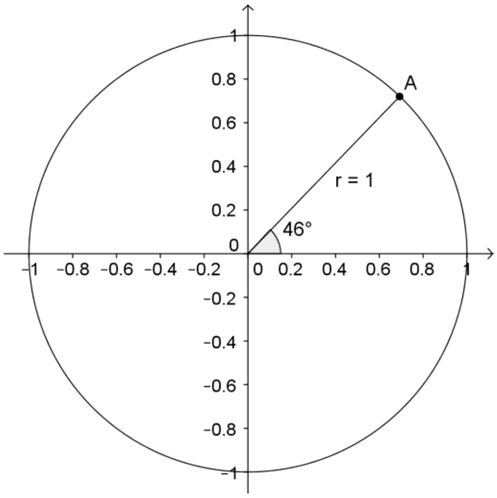


Dreieck 3



6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Sinus und Cosinus im Einheitskreis

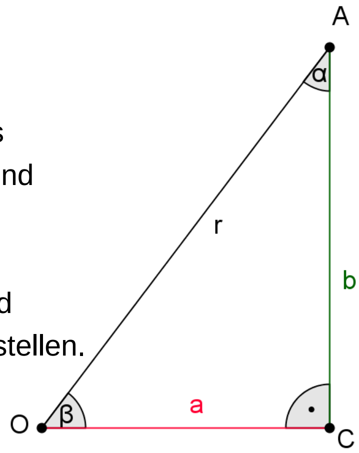


Hinführung

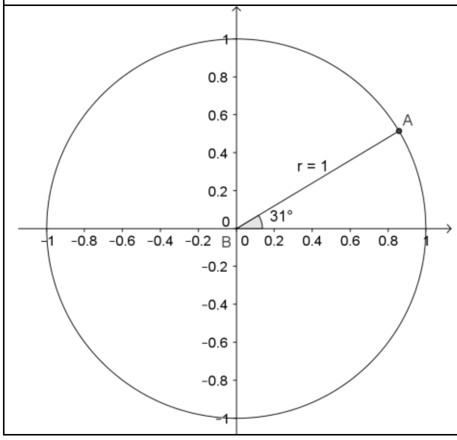
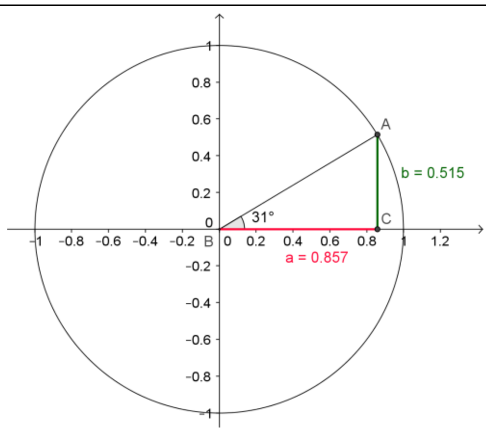
Ein Kreis, dessen Radius die Länge r = 1 LE hat, ist ein Einheitskreis. In einem kartesischen Koordinatensystem liegt sein Mittelpunkt im Ursprung.

Ein Winkel im Einheitskreis hat seinen Scheitelpunkt im Ursprung. Seine Schenkel sind die positive x-Achse und der Radius r.

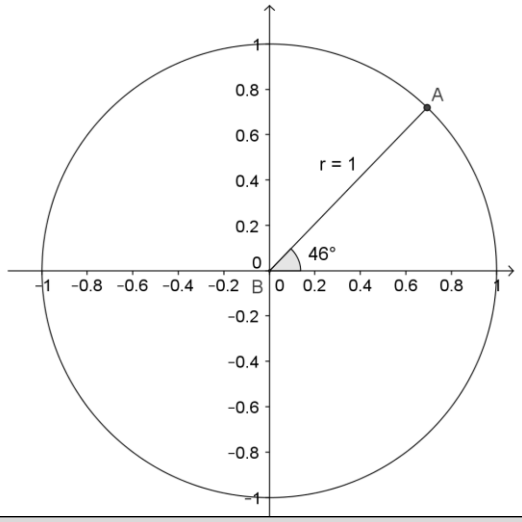
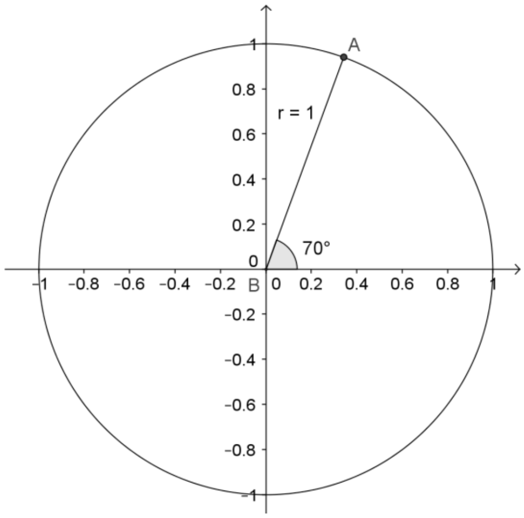
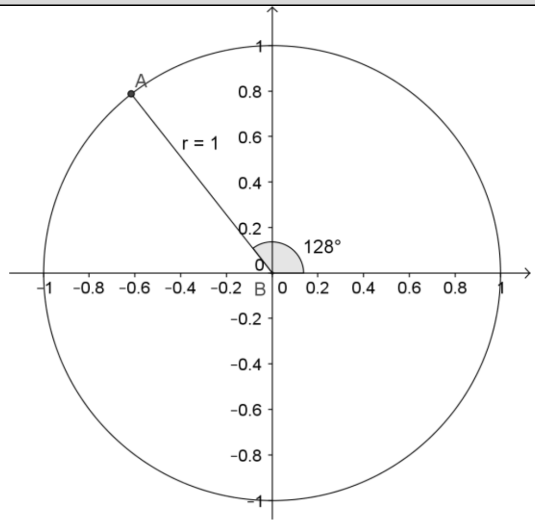
Aufgabe 1



- Zeichne in die folgenden Diagramme jeweils ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Punkt C auf der x-Achse, der Hypotenuse r und den Seiten a und b ein.
- Markiere die Seite b mit grüner und die Seite a mit roter Farbe.
- Berechne mit Hilfe der trigonometrischen Funktionen Sinus und Cosinus die Länge der Katheten a und b auf drei Nachkommastellen.
- Überprüfe jeweils, ob der Satz des Pythagoras erfüllt ist.

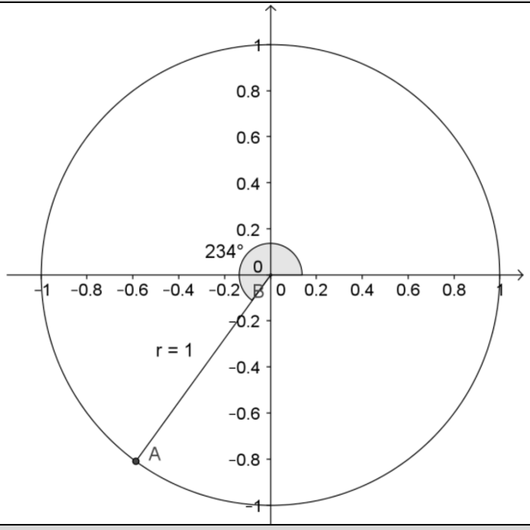
<table>
<tr><th>Beispielaufgabe</th><th colspan="2">Lösung</th></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td rowspan="4"></td><td>$\beta = 31°$</td></tr>
<tr><td>a = cos(31°)
= 0,857</td></tr>
<tr><td>b = sin(31°)
= 0,515</td></tr>
<tr><td>$a^2 + b^2 = 1{,}000$</td></tr>
</table>

6BG	**Klasse 10**	**Trigonometrie**	**Mathematik**

<table>
<tr><th colspan="2">Diagramm 1</th></tr>
<tr><td rowspan="4">
</td><td>β =</td></tr>
<tr><td>a =</td></tr>
<tr><td>b =</td></tr>
<tr><td>$a^2 + b^2$ =</td></tr>
<tr><th colspan="2">Diagramm 2</th></tr>
<tr><td rowspan="4">
</td><td>β =</td></tr>
<tr><td>a =</td></tr>
<tr><td>b =</td></tr>
<tr><td>$a^2 + b^2$ =</td></tr>
<tr><th colspan="2">Diagramm 3</th></tr>
<tr><td rowspan="4">
</td><td>β =</td></tr>
<tr><td>a =</td></tr>
<tr><td>b =</td></tr>
<tr><td>$a^2 + b^2$ =</td></tr>
</table>

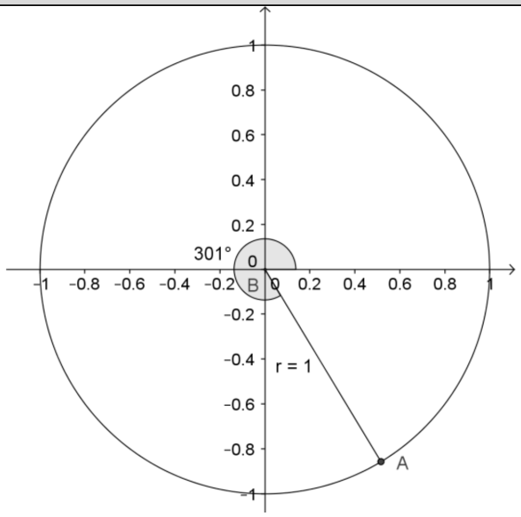
6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Diagramm 4



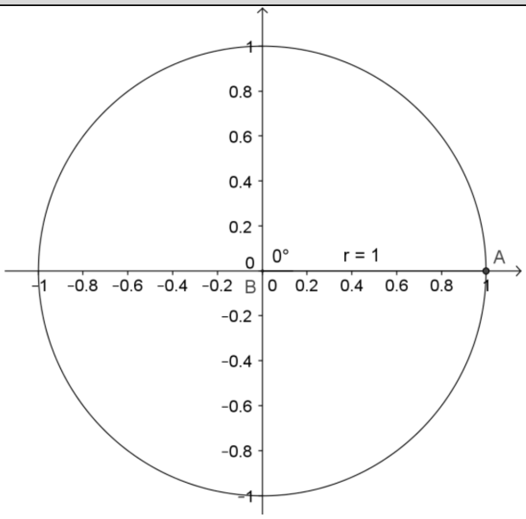
$\beta =$	
$a =$	
$b =$	
$a^2 + b^2 =$	

Diagramm 5



$\beta =$	
$a =$	
$b =$	
$a^2 + b^2 =$	

Diagramm 6



$\beta =$	
$a =$	
$b =$	
$a^2 + b^2 =$	

6BG	**Klasse 10**	**Trigonometrie**	**Mathematik**

Aufgabe 2

Nimm anhand der Ergebnisse aus Aufgabe 1 Stellung zu folgenden Aussagen:

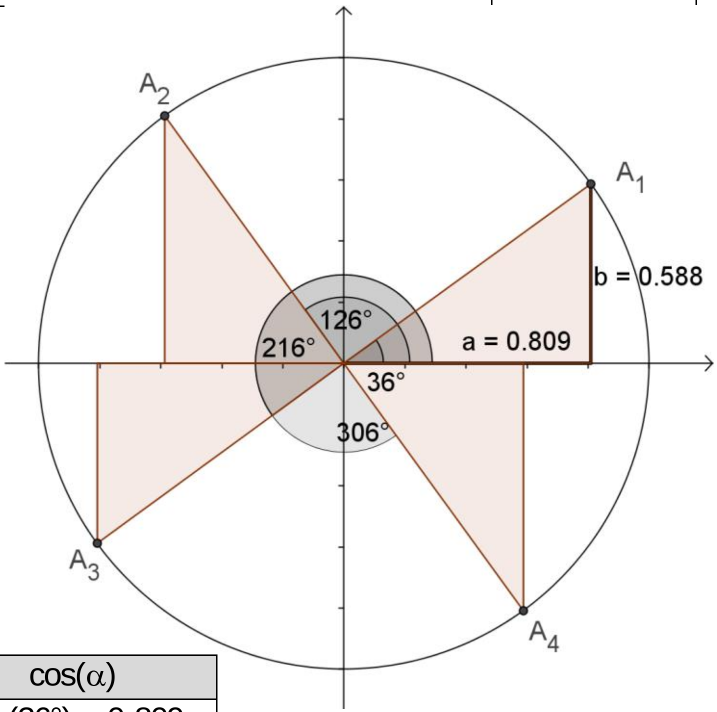
a) $(\sin(\beta))^2 + (\cos(\beta))^2 = 1$

b) Für $0 \leq \beta \leq 90°$ gilt: $\cos(\beta) = \sin(90° - \beta)$

c) $\tan(\beta) = \dfrac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)}$

Aufgabe 3

Um für $0 \leq \alpha \leq 360°$ eine eindeutige Zuordnung zwischen Winkel und dem Sinus- bzw. Kosinuswert zu erhalten, berücksichtigt man das Vorzeichen.



So ergeben sich gemäß der nebenstehenden Abbildung folgende Werte:

Winkel α	$\sin(\alpha)$	$\cos(\alpha)$
36°	$\sin(36°) = 0{,}588$	$\cos(36°) = 0{,}809$
126°	$\sin(126°) = 0{,}809$	$\cos(126°) = -0{,}588$
216°	$\sin(216°) = -0{,}588$	$\cos(216°) = -0{,}809$
306°	$\sin(306°) = -0{,}809$	$\cos(306°) = 0{,}588$

Erstelle für die Sinusfunktion eine Wertetabelle. Nimm dazu die Werte aus Aufgabe 1 und berücksichtige dabei das jeweilige Vorzeichen. Ergänze durch weitere Werte, die du mit dem Taschenrechner bestimmst.

α	0°	46°	70°	128°	234°	301°
$\sin(\alpha)$						

α	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$\sin(\alpha)$						

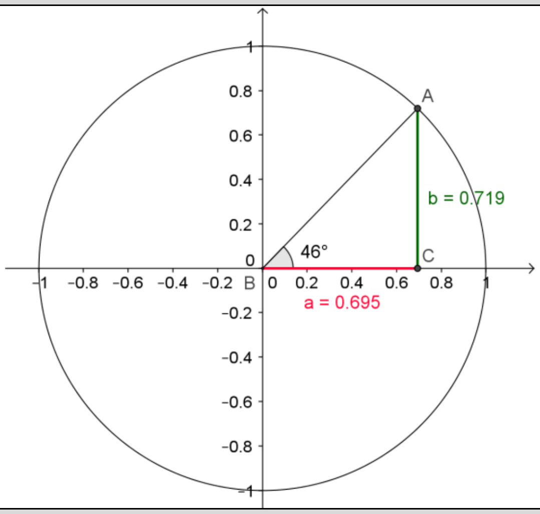
α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$						

Zeichne zum Schluss den Graphen der Sinusfunktion für α mit $0 \leq \alpha \leq 360°$.

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 1

Diagramm 1



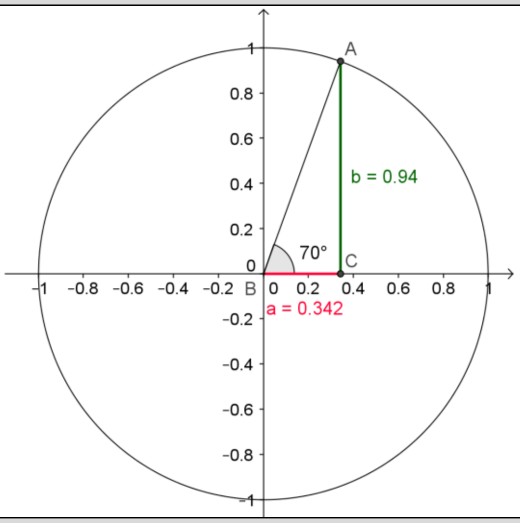
$\beta = 46°$

a = 0,695

b = 0,719

$a^2 + b^2 = 1{,}000$

Diagramm 2



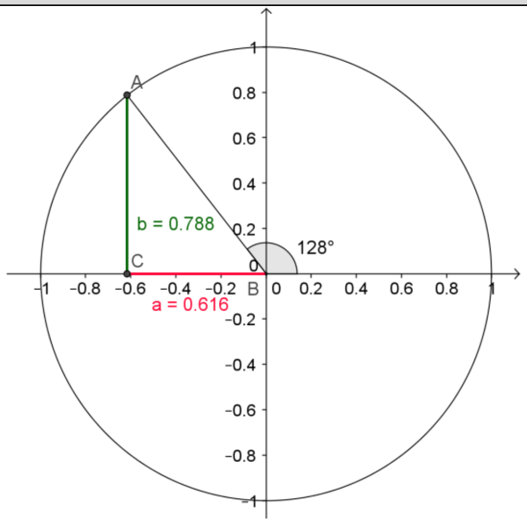
$\beta = 70°$

a = 0,342

b = 0,940

$a^2 + b^2 = 1{,}001$

Diagramm 3



$\beta = 128°$

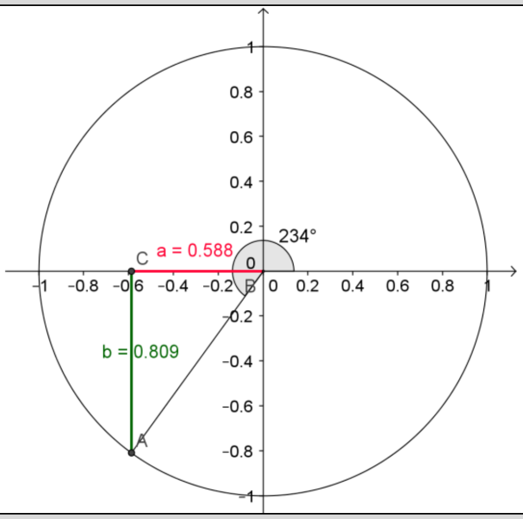
a = 0,616

b = 0,788

$a^2 + b^2 = 1{,}000$

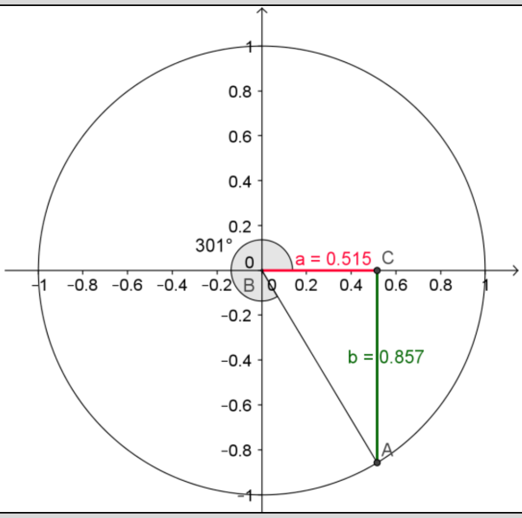
6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Diagramm 4



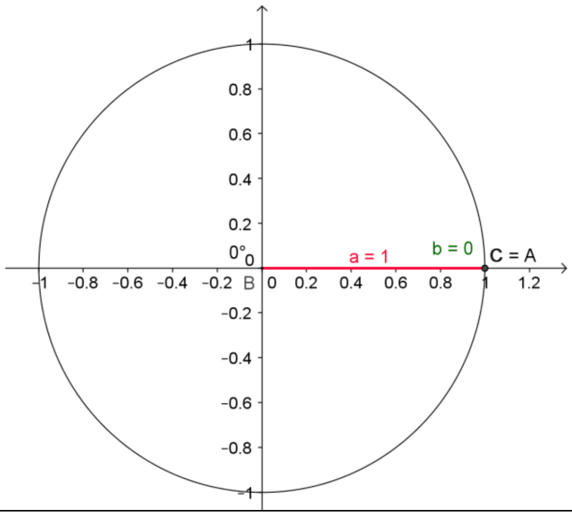
	$\beta = 234°$
	a = 0,588
	b = 0,809
	$a^2 + b^2 = 1{,}000$

Diagramm 5



	$\beta = 301°$
	a = 0,515
	b = 0,857
	$a^2 + b^2 = 1{,}000$

Diagramm 6



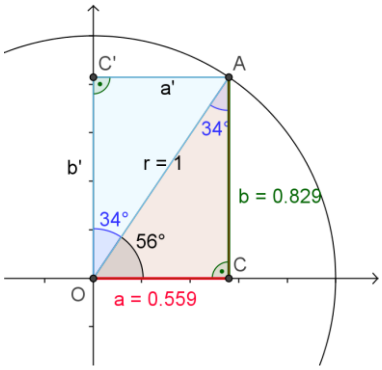
	$\beta = 0°$
	a = 1,000
	b = 0,000
	$a^2 + b^2 = 1{,}000$

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 2

a) Das Dreieck AOC ist rechtwinklig. Somit gilt der Satz des Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$. Mit $a = \cos(\beta)$, $b = \sin(\beta)$ und $c = r = 1$ folgt die Gleichung.

b) Die Dreiecke AOC und OAC‘ sind zueinander kongruent nach dem Kongruenzsatz WSW. Damit gilt im Dreieck AOC $\cos(\beta) = a = 0{,}559$ und im Dreieck OAC‘ $\sin(90° - \beta) = a'$. Da OCAC‘ ein Rechteck ist, sind die Strecken a und a‘ gleich lang und damit gilt $\cos(\beta) = \sin(90° - \beta)$.



c) Mit a als Ankathete und b als Gegenkathete gilt $\tan(\beta) = \frac{b}{a}$ und mit den Erkenntnissen aus Aufgabe 1 ergibt sich die Gleichung.

6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

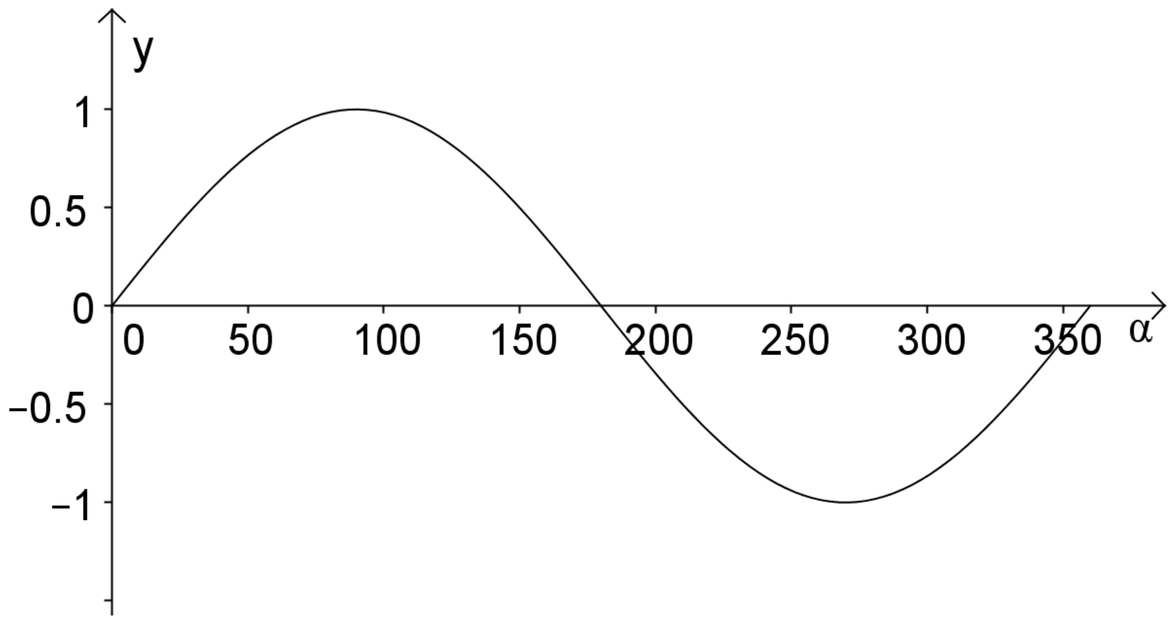
Sinus und Cosinus im Einheitskreis – Lösung Aufgabe 3

α	0°	46°	70°	128°	234°	301°
$\sin(\alpha)$	0,000	0,719	0,940	0,788	-0,809	-0,857

α	30°	60°	90°	120°	150°	180°
$\sin(\alpha)$	0,500	0,866	1,000	0,866	0,500	0,000

α	210°	240°	270°	300°	330°	360°
$\sin(\alpha)$	–0,500	–0,866	–1,000	–0,866	–0,500	0,000

Schaubild der Sinusfunktion



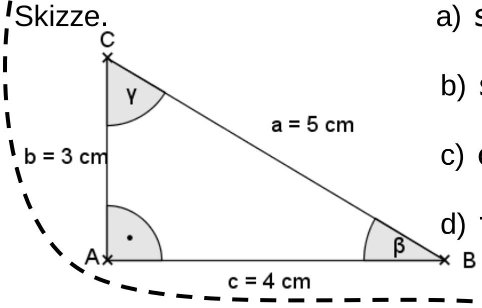
6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Übungstour zur Trigonometrie

Wähle zunächst eine der beiden Fahrradtouren – die leichtere **City-Bike-Tour** oder die schwerere **Mountainbike-Tour**. Bearbeite anschließend alle Aufgaben deiner Tour!

Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Winkel $\alpha = 30°$ und einer Ankathete von 3 cm Länge. Bestimme die Länge der Hypotenuse und der Gegenkathete aus deiner Zeichnung.

Bestimme ohne Taschenrechner aus der Skizze.



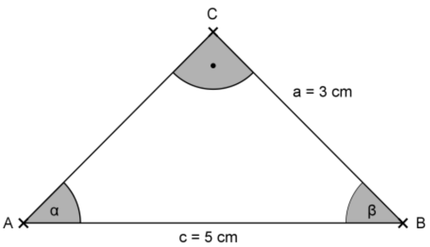
a) $\sin\gamma$

b) $\sin\beta$

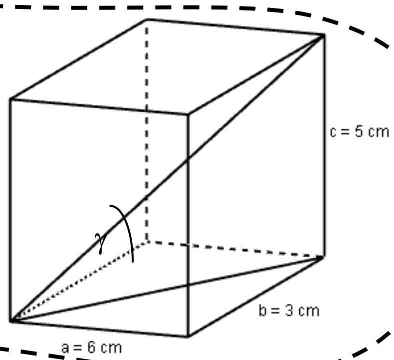
c) $\cos\beta$

d) $\tan\gamma$

Gegeben ist das folgende rechtwinklige Dreieck. Berechne die Winkel α und β über die Seitenverhältnisse.



Bestimme den Winkel γ im Quader.

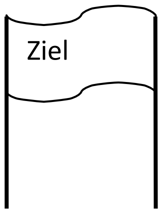


Der Gletscherexpress im Pitztal (Zahnradbahn) befördert die Ski- und Snowboardfahrer auf den Gletscher. Bei einer Fahrt legt die Bahn 3786 m Strecke zurück und gewinnt 1100 m an Höhe. Wie groß ist der Steigungswinkel?

Wieviel % Steigung besitzt eine Straße, wenn der Steigungswinkel 4° beträgt? Fertige hierzu eine Skizze an.

Wie entsteht das Schaubild der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -2\sin(\alpha)$ aus dem Schaubild der Sinusfunktion?

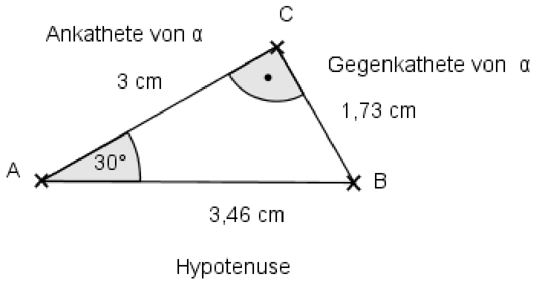
Wie entsteht das Schaubild der Funktion f mit der Gleichung $f(x) = -2\sin(2\alpha)$ aus dem Schaubild der Cosinusfunktion?



6BG	Klasse 10	Trigonometrie	Mathematik

Übungstour zur Trigonometrie – Lösung

<table>
<tr><th>City-Bike-Tour</th><th>Mountainbike-Tour</th></tr>
<tr><td>



</td><td>

a) $\sin\gamma = \frac{4}{5}$

b) $\sin\beta = \frac{3}{5}$

c) $\cos\beta = \frac{4}{5}$

d) $\tan\gamma = \frac{4}{3}$

</td></tr>
<tr><td>

$\sin\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha \approx 36{,}9^\circ$

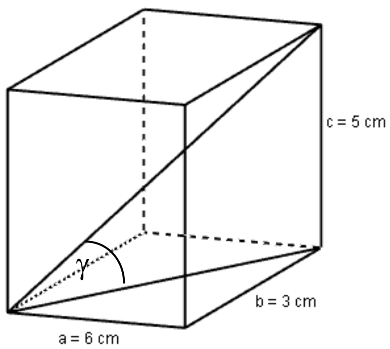
$\cos\beta = \frac{3}{5} \Rightarrow \beta \approx 53{,}1^\circ$

</td><td>

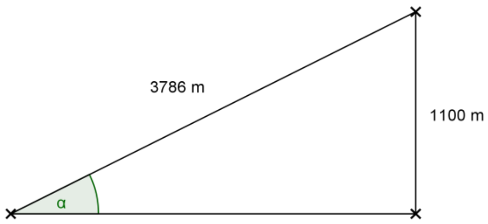
$d^2 = (6cm)^2 + (3cm)^2 = 45cm^2$

$d = \sqrt{45cm^2} \approx 6{,}71cm$

$\tan\gamma = \frac{5cm}{6{,}71cm} \Rightarrow \gamma = 36{,}7^\circ$



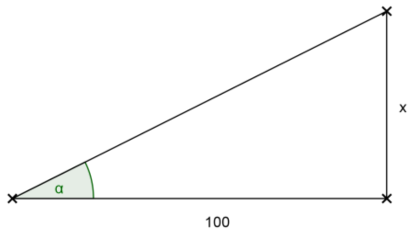
</td></tr>
<tr><td>



$\sin(\alpha) = \frac{1100m}{3786m} \Rightarrow \alpha \approx 16{,}9^\circ$

Der Gletscherexpress besitzt also eine Steigung von 16,9°

</td><td>



$\tan(4^\circ) = \frac{x}{100} \Leftrightarrow 0{,}07 = \frac{x}{100}$

$\Rightarrow x = 0{,}07 \cdot 100 = 7$

Daher besitzt die Straße eine Steigung von 7 %.

</td></tr>
<tr><td>

Man muss die Sinuskurve an der x-Achse spiegeln und um den Faktor 2 in y-Richtung strecken (Amplitude A = 2).

</td><td>

Man muss die Sinuskurve an der x-Achse spiegeln, um den Faktor 2 in y-Richtung strecken (Amplitude A = 2) und in x-Richtung um den Faktor 0,5 strecken (Periodenlänge p = π).

</td></tr>
</table>

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Zinseszins

Finanzielle Lebensplanung

Du hast das Haus deiner Ur-Großeltern geerbt. Es ist groß, liegt in guter Lage und hat eine hochwertige Ausstattung. Da du bei deinen Eltern wohnst und keiner in deiner Familie bereit ist, das Haus in deinem Auftrag zu verwalten, verkaufen es deine Eltern für dich. Nach Abzug aller anfallender Kosten (Makler, Notar, Steuern, …) bleiben dir 544 259 Euro.

Du machst dir viele Gedanken über deine Zukunft und wie du das Geld nutzen könntest.

- Nach dem Abitur möchtest du für ein Jahr nach Australien gehen. Aus einem Blog entnimmst du, dass du für „Work and Travel“ mit Kosten von 1 000 Euro pro Monat im Schnitt rechnen solltest.
- Aufgrund deines Geldes kannst du während des Studiums nicht nach dem Bundesausbildungsförderungsgesetz BAföG gefördert werden. Du möchtest eine Ingenieurwissenschaft an einer Hochschule studieren. Bis zum Masterabschluss sind 13 Semester angegeben, das sind 6 ½ Jahre. Nach Erfahrungsberichten braucht ein Student zurzeit im Schnitt 835 Euro pro Monat.
- Du kannst dir vorstellen, mit 30 Jahren eine Festanstellung zu haben und eine Familie zu gründen. Das wäre ein geeigneter Zeitpunkt, um ein Haus zu bauen. Ein Haus mit einem Wohnraum von 100 m^2 kostete 2013 in Baden-Württemberg durchschnittlich 257 893 Euro.

Aufgabe 1

In Deutschland betrug die Inflationsrate, die jährliche Erhöhung der Preise von Gütern, von 1993 bis 2013 im Schnitt 1,9 % pro Jahr. Gehe davon aus, dass dies auch in den kommenden Jahren so ist und berechne, welchen Betrag du jetzt schon für deine Wünsche zurücklegen musst. Trage die Ergebnisse in Tabelle 1 ein.

Aufgabe 2

Im Jahr 2014 berechnete die erste deutsche Bank bei Tagesgeld über 500 000 Euro einen Negativzins von 0,25 % pro Jahr. Dabei wird das Guthaben jährlich um den Zins vermindert. Bei Tagesgeld unter 500 000 Euro betrug der Zins 0,1 % pro Jahr. Dieser Zins vermehrt das Guthaben. Da du dein gesamtes Geld bei einer Bank deponieren willst, berechne den jährlichen Zinsbetrag von deinem Restguthaben, das sich durch deine Ausgaben und die Zinszahlungen ergibt. Trage die Ergebnisse in Tabelle 2 ein. Wie viele Jahre lang musst du einen Negativzins zahlen? Welcher Betrag steht dir nach dem Hausbau noch zur Verfügung?

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Zinseszins – Tabelle 1

	Jahr	Aktuelle Kosten in Euro	Formel zur Berechnung der Kosten unter Berücksichtigung der Inflation	Betrag in Euro
10. Klasse	0	keine	-------	0
11. Klasse	1	keine	-------	0
12. Klasse	2	keine	-------	0
13. Klasse	3	keine	-------	0
Australien	4	12 000		
Studium, Semester		Bei einem Schnitt von 835 Euro pro Monat ergeben sich als aktuelle Kosten pro Jahr ___________		
1. + 2.	5			
3. + 4.	6			
5. + 6.	7			
7. + 8.	8			
9. + 10.	9			
11. + 12.	10			
13.	11			
Hausbau	14			
			Summe	

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Zinseszins – Tabelle 2

Negativzins 0,25 % pro Jahr
Positivzins 0,1 % pro Jahr

	Umbuchung in Euro	**Betrag zum Jahresbeginn in Euro**	**Zins in Euro**	**Betrag mit Zins am Jahresende in Euro**
Schulzeit	0	544 259		
Australien				
Semester	Studium			
1. + 2.				
3. + 4.				
5. + 6.				
7. + 8.				
9. + 10.				
11. + 12.				
13.				
Zwischenzeit 3 Jahre				
Hausbau				

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Zinseszins – Lösung

Hinweise für die Lehrkraft

Vereinfacht wurde davon ausgegangen, dass das Geld für das Haus im August in den Sommerferien zwischen der neunten und zehnten Klasse zur Verfügung stand, die Jahresausgaben jeweils im August für das folgende Jahr vom Tagesgeldkonto auf das Girokonto umgebucht werden. Alle Beträge wurden auf Euro gerundet.

Aufgabe 1

	Jahr	Aktuelle Kosten in Euro	Formel zur Berechnung der Kosten unter Berücksichtigung der Inflation	Betrag in Euro
10. Klasse	0	keine	-------	0
11. Klasse	1	keine	-------	0
12. Klasse	2	keine	-------	0
13. Klasse	3	keine	-------	0
Australien	4	12 000	$B_{Aus} = 12000 \cdot 1{,}019^4$	12 938
Studium, Semester		Bei einem Schnitt von 835 Euro pro Monat ergeben sich als aktuelle Kosten pro Jahr <u>10 020 Euro</u>		
1. + 2.	5	10 020	$B_{1+2} = 10020 \cdot 1{,}019^5$	11 009
3. + 4.	6	10 020	$B_{3+4} = 10020 \cdot 1{,}019^6$	11 218
5. + 6.	7	10 020	$B_{5+6} = 10020 \cdot 1{,}019^7$	11 431
7. + 8.	8	10 020	$B_{7+8} = 10020 \cdot 1{,}019^8$	11 648
9. + 10.	9	10 020	$B_{9+10} = 10020 \cdot 1{,}019^9$	11 870
11. + 12.	10	10 020	$B_{11+12} = 10020 \cdot 1{,}019^{10}$	12 095
13.	11	5 010	$B_{13} = 5010 \cdot 1{,}019^{11}$	6 162
Hausbau	14	Annahme 257 893	$B_{Haus} = 257893 \cdot 1{,}019^{14}$	335 643
			Summe	**424 014**

Antwort: Ich muss einen Betrag von 424 014 Euro zurücklegen.

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Zinseszins – Lösung

Aufgabe 2

Negativzins 0,25 % pro Jahr
Positivzins 0,1 % pro Jahr.

	Umbuchung in Euro	**Betrag zum Jahresbeginn in Euro**	**Zins in Euro**	**Betrag mit Zins am Jahresende in Euro**
Schulzeit	0	544 259	Negativzins für vier Jahre	538 837
Australien	12 938	525 899	–1 315	524 584
Semester	Studium			
1. + 2.	11 009	513 575	–1 284	512 291
3. + 4.	11 218	501 073	–1 253	499 820
5. + 6.	11 431	488 389	+ 488	488 877
7. + 8.	11 648	477 229	+ 477	477 706
9. + 10.	11 870	465 836	+ 466	466 302
11. + 12.	12 095	454 207	+ 454	454 661
13.	6 162	448 499	+ 448	448 947
Zwischenzeit 3 Jahre	--------	448 947	Zinseszins	450 295
Hausbau	335 643	114 652	+ 115	114 767

Antwort:

Bis zum vierten Semester, also für sieben Jahre wurden Negativzinsen bezahlt. Nach dem Hausbau stehen mir noch 114 652 Euro zur Verfügung.

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Wortsalat

In dem Kasten befinden sich neun mathematische Begriffe zum Thema Exponentialfunktion. Die Anfangsbuchstaben sind angegeben. Diese Begriffe können in verschiedenen Richtungen versteckt sein:
so → oder so ↖ oder so ↓ oder so ↗ oder so ← oder so ↘ oder so ↑ oder so ↙
Wenn du alle Begriffe gefunden hast, erkläre sie in eigenen Worten.

A	B	E	R	T	D	F	G	Y	H	K	I	F	F	J	L	G	V	U	A	U	E
G	F	D	A	G	J	K	D	T	P	O	G	X	A	J	Ö	C	W	V	B	X	X
Q	W	Z	K	C	Y	N	L	D	J	K	P	Y	B	I	P	H	U	D	P	S	P
L	L	A	F	R	E	Z	F	G	L	K	S	O	L	F	S	J	L	O	P	F	O
R	A	S	P	W	R	P	R	I	O	A	U	F	T	O	N	E	N	B	S	H	N
T	T	Y	Z	E	E	O	E	T	G	A	G	H	J	E	T	E	R	Z	J	T	E
N	Z	M	E	R	I	I	G	W	A	W	E	R	T	Z	N	H	F	T	Z	W	N
M	X	P	F	T	T	U	A	D	R	Z	S	A	F	T	E	Z	E	Z	E	C	T
W	K	T	K	E	F	Z	H	C	I	S	G	S	I	Z	S	G	E	K	R	H	I
I	L	O	L	J	S	T	K	J	T	D	G	A	E	E	I	U	Z	N	P	A	A
R	N	T	D	S	H	T	C	S	H	S	L	J	G	S	P	R	F	F	E	J	L
K	R	E	A	B	L	R	S	A	M	F	S	D	S	G	L	T	A	D	B	O	G
U	I	E	C	G	H	E	Y	U	U	Z	G	A	V	J	K	Z	J	A	X	P	L
N	E	R	N	L	S	W	J	N	S	E	K	F	J	S	G	S	L	G	S	H	E
G	F	F	B	E	A	Q	K	K	E	W	L	H	L	J	S	X	T	H	H	F	I
S	N	G	V	I	M	T	L	F	L	G	L	P	O	L	A	H	A	K	K	S	C
K	S	A	C	C	I	J	Z	C	T	I	E	Z	S	T	R	E	W	B	L	A	H
E	E	X	P	O	N	E	N	T	I	D	S	Z	N	F	G	L	G	T	T	K	U
T	O	J	N	H	B	D	B	L	F	Q	R	Q	M	S	D	F	N	S	S	L	N
T	T	K	K	K	V	V	R	U	O	W	T	H	D	A	H	S	V	A	A	D	G

Begriff	Erklärung
A	
E	
E	
E	
H	
L	
P	
Z	

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Wortsalat – Lösung

In dem Kasten befinden sich neun mathematische Begriffe zum Thema Exponentialfunktion. Die Anfangsbuchstaben sind angegeben. Diese Begriffe können in verschiedenen Richtungen versteckt sein:

so → oder so ↖ oder so ↓ oder so ↗ oder so ← oder so ↘ oder so ↑ oder so ↙

Wenn du alle Begriffe gefunden hast, erkläre sie in eigenen Worten.

																					E
																				X	X
											P								P		P
L	L	A	F	R	E	Z			L			O						O			O
		S							O				T				N				N
		Y							G					E		E					E
		M							A						N						N
		P							R					T		Z					T
		T							I				I				E				I
		O							T			A						N			A
		T							H		L										L
		E							M	F											G
									U												L
								N	S												E
							K														I
						T															C
					I				T	I	E	Z	S	T	R	E	W	B	L	A	H
	E	X	P	O	N	E	N	T													U
			N																		N
																					G

Begriff	Erklärung
ASYMPTOTE	Gerade, an die sich das Schaubild einer Exponentialfunktion annähert
EXPONENT	Hochzahl einer Potenz
EXPONENTIALGLEICHUNG	Gleichung, bei welcher die Unbekannte x im Exponenten auftaucht
EXPONENTIALFUNKTION	Funktion der Form $f(x) = a^x$
HALBWERTSZEIT	Zeitpunkt, nach der eine Größe bei einem Zerfallsprozess die Hälfte ihres anfänglichen Wertes erreicht hat
LOGARITHMUS	Wird verwendet um Exponentialgleichungen der Form $a^x = b$ zu lösen: $x = \log_a(b)$
POTENZEN	Kurzform einer Multiplikation mit gleichen Faktoren
ZERFALL	Abnahme einer Größe

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktion	Mathematik

Das Schaubild einer Exponentialfunktion

Hinweis für die Lehrkraft

Die Schülerinnen und Schüler kennen die Funktion $f(x) = a^x$; $x \in \mathbb{R}$; $a \in \mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$. In der neunten Klasse wurden Schaubilder von Geraden und quadratischen Funktionen verschoben und gestreckt. Beide Kenntnisse sollen nun mithilfe der dynamischen Geometriesoftware GeoGebra[1] genutzt werden, um den Verlauf von Schaubildern anhand des Funktionsterms erkennen zu können.

Die Software GeoGebra kann für nicht kommerzielle Zwecke kostenlos genutzt werden und ist über www.geogebra.org/cms/de/ erhältlich.

Auftrag

Öffne GeoGebra und lade über „Datei“ und „Öffnen“ die Datei „Schaubilder Exponentialfunktion.ggb“.

Verstelle die Schieberegler mit Hilfe der unten stehenden Anleitungen und beobachte die Veränderung des roten Schaubilds. Es gehört zur Funktion f mit $f(x) = b \cdot a^x + c$. Als Vergleich ist das blaue Schaubild der Funktion g mit $g(x) = 2^x$.

Stelle a = 2 und c = 0. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von b.

Der Faktor b

Stelle a = 2 und b = 1. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von c .

Der Summand c

b = 1 und c = 0. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von a.

Die Basis a

[1] ©International GeoGebra Institute, 2013; www.geogebra.org

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktion	Mathematik

Das Schaubild einer Exponentialfunktion – Lösungsvorschlag

Stelle a = 2 und c = 0. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von b.

Der Faktor b ist ein Streckfaktor und beeinflusst den Schnittpunkt mit der y-Achse. Für b < 0 ist die Kurve an der x-Achse gespiegelt.

Stelle a = 2 und b = 1. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von c .

Der Summand c verschiebt die Kurve bei c > 0 nach oben und für c < 0 nach unten.

b = 1 und c = 0. Beobachte die Veränderung des Schaubilds bei Variation von a.

Die Basis a verändert den Verlauf des Schaubilds.
Der Schnittpunkt mit der y-Achse bleibt unverändert.
Für a < 1 fällt die Kurve beständig und nähert sich für positive x-Werte der Asymptote, hier der x-Achse.
Für a > 1 steigt die Kurve beständig, ausgehend von der Asymptote, hier die x-Achse.

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Sortieraufgabe: Eigenschaften von Exponentialfunktionen

Hinweise für die Lehrkraft

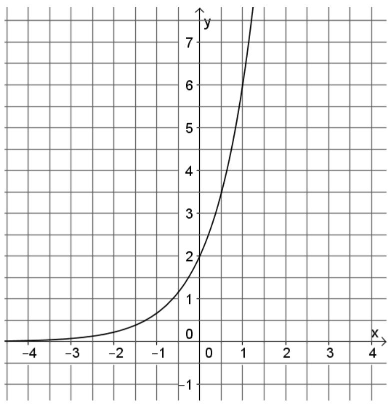
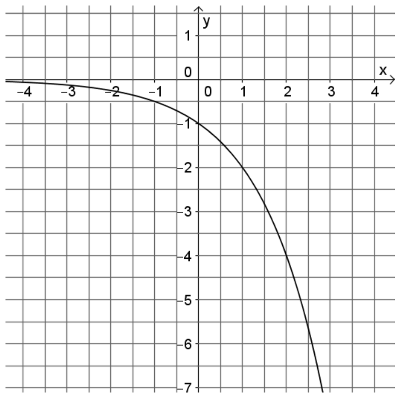
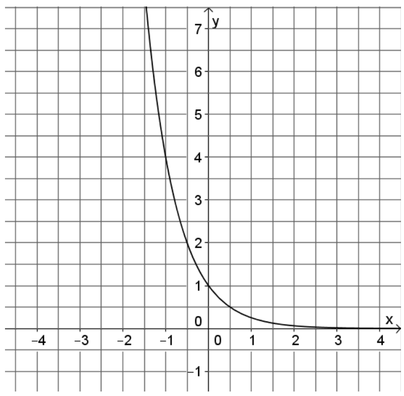
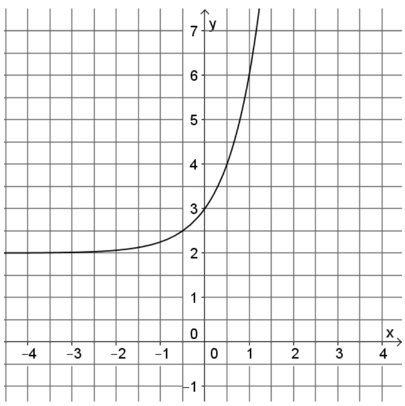
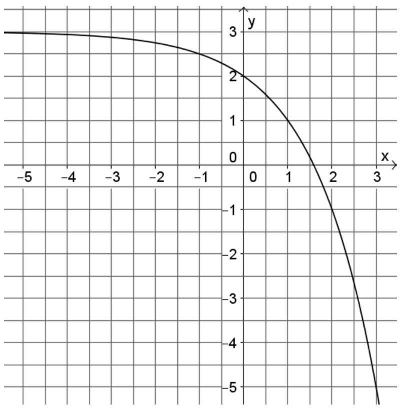
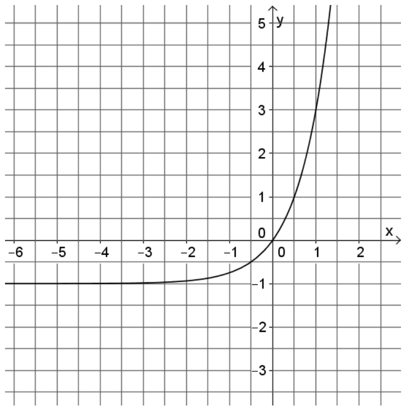
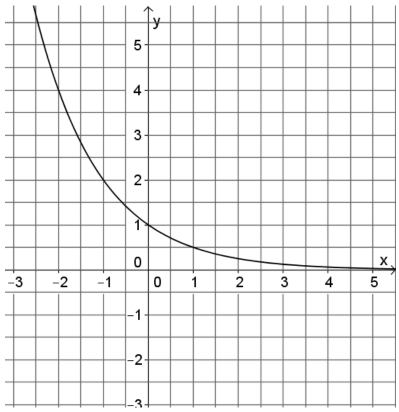
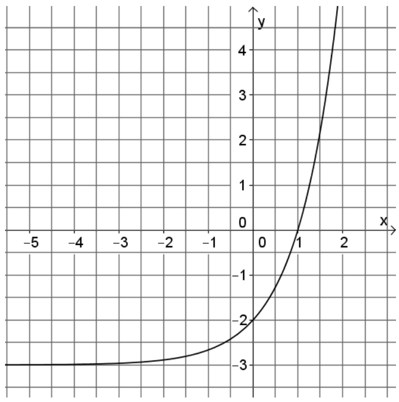
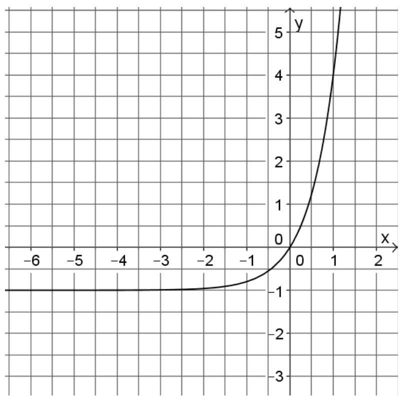
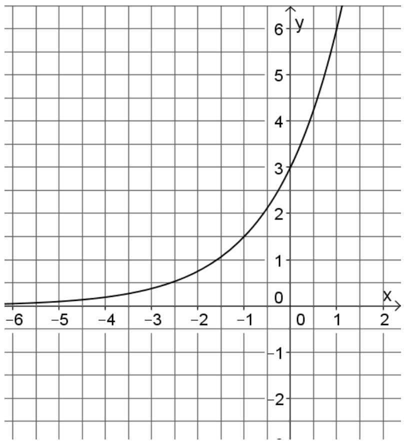
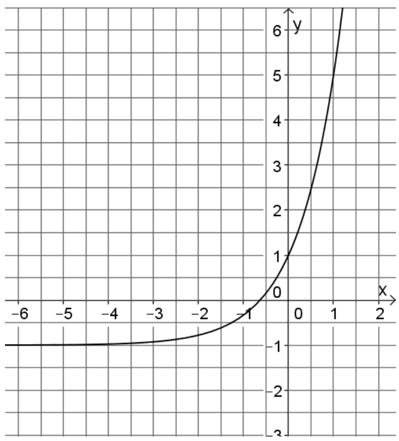
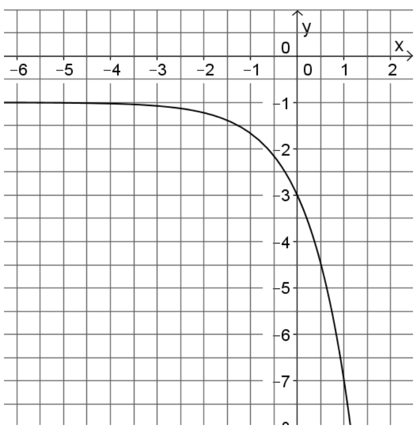
Mit Hilfe dieser Sortieraufgabe üben die Schülerinnen und Schüler die Zuordnung von Schaubildern und ihren Eigenschaften zu den entsprechenden Funktionsgleichungen. Jede Schülerin und jeder Schüler erhält einen Satz der Vorlagen, die in vier verschiedenen Farben (Funktionsgleichungen, Asymptoten, Wachstums- oder Zerfallsvorgänge und Schaubilder) kopiert wurden. Diese schneiden die Kärtchen aus. Die Aufgabe besteht darin, zusammengehörige Kärtchen zu finden und zusammenzulegen. Um die Schülerinnen und Schüler zu motivieren, kann ein Wettbewerb veranstaltet werden. Hierzu wird der Schülerin oder dem Schüler für die schnellste richtige Zuordnung ein Preis versprochen. Es bleibt bei richtiger Zuordnung ein Kärtchen übrig.

Funktionsgleichungen

$f(x) = 2 \cdot 3^x$	$f(x) = -2^x$	$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$
$f(x) = 4^x + 2$	$f(x) = -2^x + 3$	$f(x) = 4^x - 1$
$f(x) = 0{,}5^x$	$f(x) = 3^x - 3$	$f(x) = 5^x - 1$
$f(x) = 3 \cdot 2^x$	$f(x) = 2 \cdot 3^x - 1$	$f(x) = -2 \cdot 4^x - 1$

6BG	**Klasse 10**	**Exponentialfunktionen**	**Mathematik**

Schaubilder

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Asymptoten

Gleichung der Asymptote: $y = 0$	Gleichung der Asymptote: $y = 0$	Gleichung der Asymptote: $y = 0$
Gleichung der Asymptote: $y = 2$	Gleichung der Asymptote: $y = 3$	Gleichung der Asymptote: $y = -1$
Gleichung der Asymptote: $y = 0$	Gleichung der Asymptote: $y = -3$	Gleichung der Asymptote: $y = -1$
Gleichung der Asymptote: $y = 0$	Gleichung der Asymptote: $y = -1$	Gleichung der Asymptote: $y = -1$

6BG	**Klasse 10**	**Exponentialfunktionen**	**Mathematik**

Wachstums- oder Zerfallsvorgang

Wachstumsvorgang	Wachstumsvorgang	Wachstumsvorgang
Wachstumsvorgang	Wachstumsvorgang	Zerfallsvorgang
Wachstumsvorgang	Wachstumsvorgang	Zerfallsvorgang
Zerfallsvorgang	Zerfallsvorgang	Zerfallsvorgang

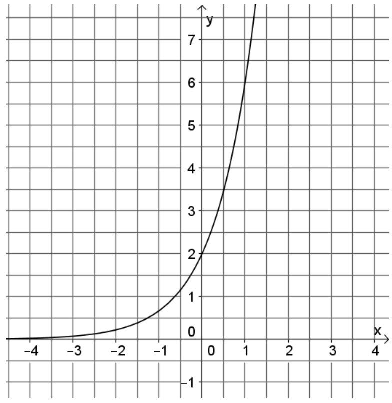
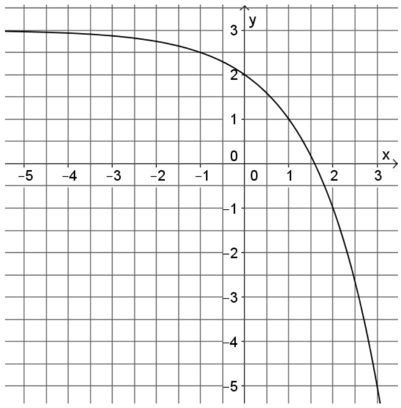
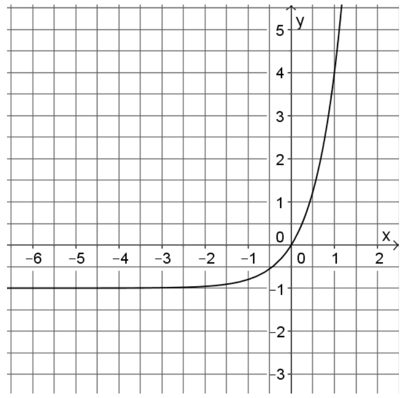
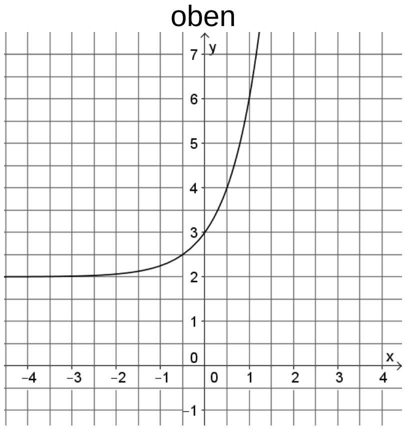
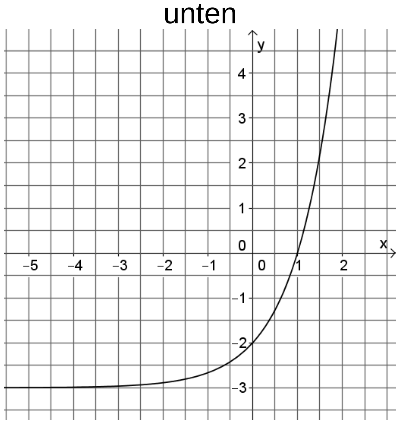
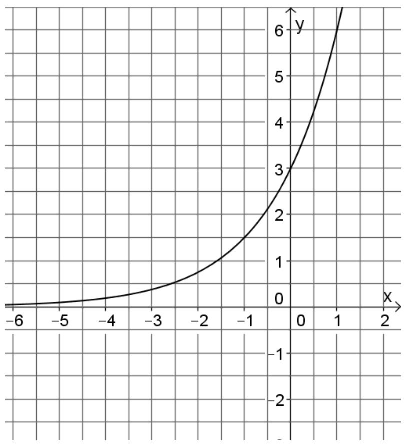
6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Verschiebung und Streckung bezüglich der Funktion f mit der Funktionsgleichung $f(x)=a^x$

Streckung um 2 in y-Richtung	Spiegelung an der x-Achse	Verschiebung um 1 LE nach unten
Verschiebung um 2 LE nach oben	Verschiebung um 3 LE nach oben	Streckung um 3 in y-Richtung
Spiegelung an der x-Achse	Verschiebung um 3 LE nach unten	Verschiebung um 1 LE nach unten
Streckung um 2 in y-Richtung	Streckung um 4 in y-Richtung	Verschiebung um 1 LE nach unten
Streckung um 2 in y-Richtung	Spiegelung an der x-Achse	Verschiebung um 1 LE nach unten

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Spiel: Eigenschaften der Exponentialfunktion – Lösung

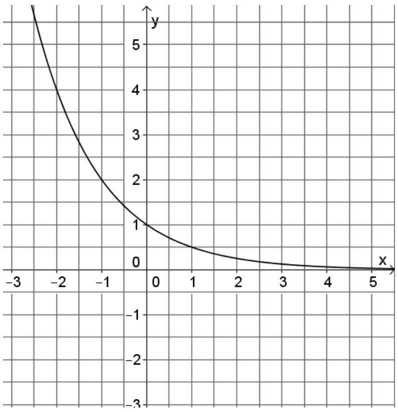
<table>
<tr>
<td>$f(x) = 2 \cdot 3^x$
Gleichung der Asymptote:
$y = 0$
Wachstumsvorgang
Streckung um 2 in y-Richtung
</td>
<td>$f(x) = -2^x + 3$
Gleichung der Asymptote:
$y = 3$
Zerfallsvorgang
Spiegelung an der x-Achse
Verschiebung um 3 LE nach oben
</td>
<td>$f(x) = 5^x - 1$
Gleichung der Asymptote:
$y = -1$
Wachstumsvorgang
Verschiebung um 1 LE nach unten
</td>
</tr>
<tr>
<td>$f(x) = 4^x + 2$
Gleichung der Asymptote:
$y = 2$
Wachstumsvorgang
Verschiebung um 2 LE nach oben
</td>
<td>$f(x) = 3^x - 3$
Gleichung der Asymptote:
$y = -3$
Wachstumsvorgang
Verschiebung um 3 LE nach unten
</td>
<td>$f(x) = 3 \cdot 2^x$
Gleichung der Asymptote:
$y = 0$
Wachstumsvorgang
Streckung um 3 in y-Richtung
</td>
</tr>
</table>

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

$f(x) = 0{,}5^x$

Gleichung der Asymptote:
$y = 0$

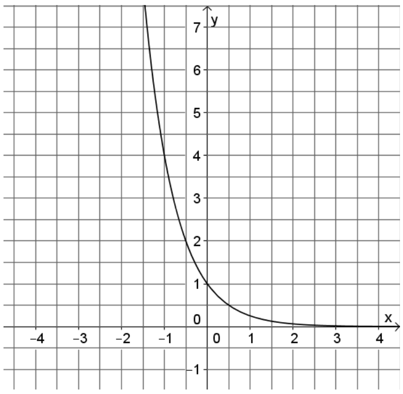
Zerfallsvorgang



$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

Gleichung der Asymptote:
$y = 0$

Zerfallsvorgang



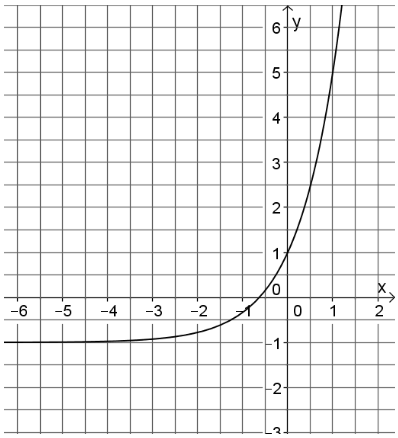
$f(x) = 2 \cdot 3^x - 1$

Gleichung der Asymptote:
$y = -1$

Wachstumsvorgang

Streckung um 2 in y-Richtung

Verschiebung um 1 LE nach unten

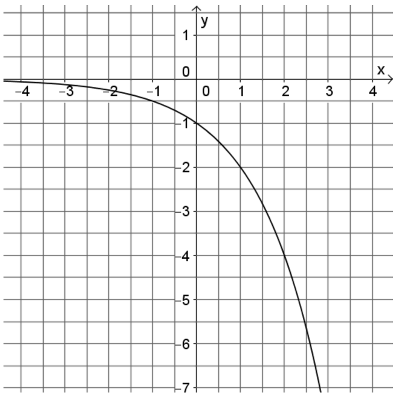


$f(x) = -2^x$

Gleichung der Asymptote:
$y = 0$

Zerfallsvorgang

Spiegelung an der x-Achse

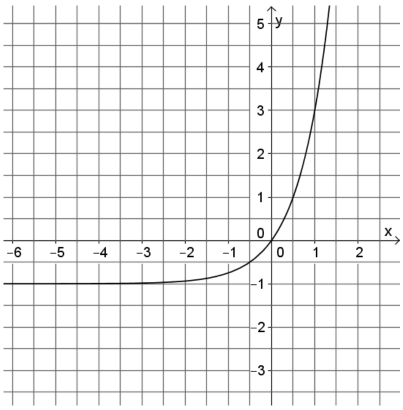


$f(x) = 4^x - 1$

Gleichung der Asymptote:
$y = -1$

Wachstumsvorgang

Verschiebung um 1 LE nach unten



$f(x) = -2 \cdot 4^x - 1$

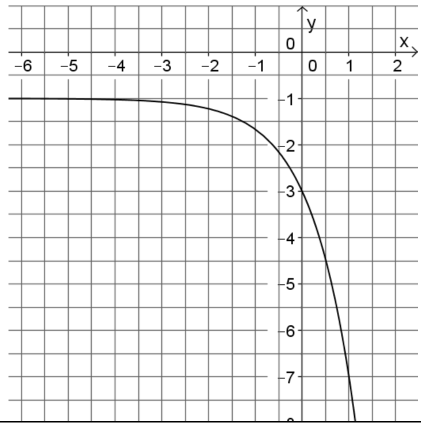
Gleichung der Asymptote:
$y = -1$

Zerfallsvorgang

Streckung um 2 in y-Richtung

Spiegelung an der x-Achse

Verschiebung um 1 LE nach unten



6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Klapptest 1: Logarithmus

Falte das Blatt an der gepunkteten Linie nach hinten. Löse anschließend die Aufgaben und notiere dein Ergebnis. Klappe, wenn du alle Aufgaben gelöst hast, das Blatt wieder auf und kontrolliere deine Ergebnisse. Notiere die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben und suche bei den anderen deine Fehler.

Forme wie im Beispiel um und bestimme die Lösung durch Vergleich der Exponenten.

	Aufgabe		**Umformung**		**meine Lösung**	**Lösungen**
1.	$\log_3(9) = x$	$\Leftrightarrow$	$3^x = 9$	$\Leftrightarrow$	x = 2	2
2.	$\log_2(16) = x$					4
3.	$\log_2(2) = x$					1
4.	$\log_2(8) = x$					3
5.	$\log_3(81) = x$					4
6.	$\log_4(2) = x$					$\frac{1}{2}$
7.	$\log_{12}(144) = x$					2
8.	$\log_{27}(3) = x$					$\frac{1}{3}$
9.	$\log_{0,3}(0{,}09) = x$					2
10.	$\log_{10}(100000) = x$					5
11.	$\log_4\left(\frac{1}{2}\right) = x$					$-\frac{1}{2}$
12.	$\log_{\sqrt[3]{a}}(a) = x,\ \ a > 0$					3

Ich habe ______ von 12 Aufgaben richtig gelöst.

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktion	Mathematik

Klapptest 2: Logarithmus

Falte das Blatt an der gepunkteten Linie nach hinten. Löse anschließend die Aufgaben und notiere dein Ergebnis. Klappe, wenn du alle Aufgaben gelöst hast, das Blatt wieder auf und kontrolliere deine Ergebnisse. Notiere die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben und suche bei den anderen deine Fehler.

Forme wie im Beispiel um und bestimme die Lösung ohne Taschenrechner.

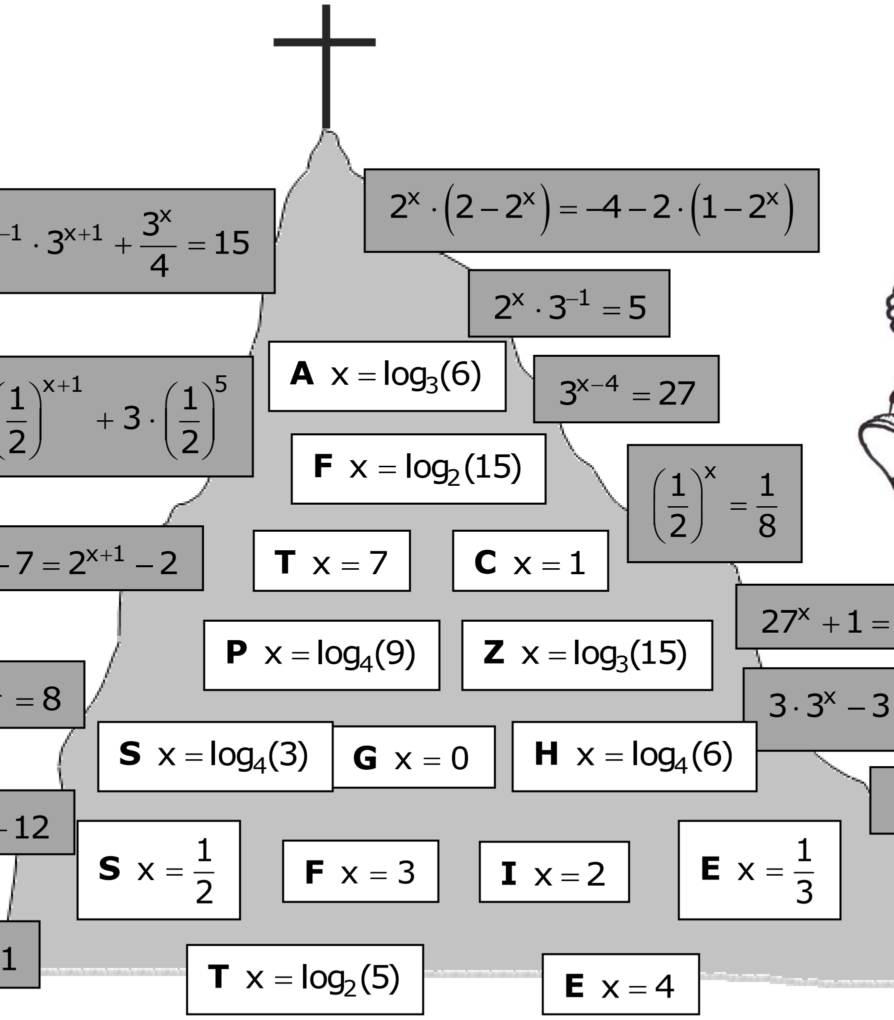
Aufgabe			Umformung		meine Lösung	Lösungen
1.	$\log_{10}(x) = 2$	$\Leftrightarrow$	$10^2 = x$	$\Leftrightarrow$	x = 100	$x = 100$
2.	$\log_2(x) = 0$					$x = 1$
3.	$\log_{27}(3) = x$					$x = \frac{1}{3}$
4.	$\log_x(81) = 4$					$x = 3$
5.	$\log_x(9) = 2$					$x = 3$
6.	$\log_4(x) = 3$					$x = 64$
7.	$\log_{125}(x) = \frac{1}{3}$					$x = 5$
8.	$\log_x(25) = 2$					$x = 5$
9.	$\log_{a^2}(a) = x,\ \ a > 0$					$x = \frac{1}{2}$
10.	$\log_x(b^6) = 3$					$x = b^2$
11.	$\log_{\sqrt{c}}(x) = 2,\ \ c > 0$					$x = c$

Ich habe ______ von 11 Aufgaben richtig gelöst.

6BG	**Klasse 10**	**Exponentialfunktionen**	**Mathematik**

Bergtour

Um auf die Bergspitze zu gelangen, musst du die Exponentialgleichungen lösen, die dir auf dem Weg begegnen. Einen Taschenrechner hast du auf deiner Tour natürlich nicht dabei. Entscheide dich für die steilere, aber schwierigere Bergtour, oder die längere, aber einfachere Wanderung. Rechne im Heft. Die Lösungen der Gleichungen findest du im Berg. Wenn du die Ergebnisse der Größe nach ordnest, erhältst du ein Lösungswort.
Tipp: Die Potenzgesetze können dir auf deinem Weg behilflich sein.



$4^{-1}\cdot 3^{x+1}+\frac{3^x}{4}=15$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5$

$2^{x+2}-2^x-7=2^{x+1}-2$

$2^{x+1}\cdot 2^{x+1}=8$

$2\cdot 2^{x+1}=2^x+12$

$3\cdot 4^x-6=21$

$2^x\cdot\left(2-2^x\right)=-4-2\cdot\left(1-2^x\right)$

$2^x\cdot 3^{-1}=5$

$3^{x-4}=27$

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{8}$

$27^x+1=4$

$3\cdot 3^x-3=3\cdot\left(1-3^x\right)$

$1-3^x=-5$

$4^x=3$

$9-3\cdot 3^x=0$

A $x=\log_3(6)$

F $x=\log_2(15)$

T $x=7$

C $x=1$

P $x=\log_4(9)$

Z $x=\log_3(15)$

S $x=\log_4(3)$

G $x=0$

H $x=\log_4(6)$

S $x=\frac{1}{2}$

F $x=3$

I $x=2$

E $x=\frac{1}{3}$

T $x=\log_2(5)$

E $x=4$

Schreibe hier deine Lösungen auf:

Jetzt musst du die Lösungen noch der Größe nach ordnen:

Lösung

	<		<		<		<		<		<		<		<	

Buchstabe

6BG	Klasse 10	Exponentialfunktionen	Mathematik

Bergtour – Lösung

Gleichung	Lösung
$4^{-1}\cdot 3^{x+1}+\frac{3^x}{4}=15$	**Z** $x=\log_3(15)$
$\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^5$	**E** $x=4$
$2^{x+2}-2^x-7=2^{x+1}-2$	**T** $x=\log_2(5)$
$2^{x+1}\cdot 2^{x+1}=8$	**S** $x=\frac{1}{2}$
$2\cdot 2^{x+1}=2^x+12$	**I** $x=2$
$3\cdot 4^x-6=21$	**P** $x=\log_4(9)$
$2^x\cdot\left(2-2^x\right)=-4-2\cdot\left(1-2^x\right)$	**H** $x=\log_4(6)$
$2^x\cdot 3^{-1}=5$	**F** $x=\log_2(15)$
$3^{x-4}=27$	**T** $x=7$
$\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{1}{8}$	**F** $x=3$
$27^x+1=4$	**E** $x=\frac{1}{3}$
$3\cdot 3^x-3=3\cdot\left(1-3^x\right)$	**G** $x=0$
$1-3^x=-5$	**A** $x=\log_3(6)$
$4^x=3$	**S** $x=\log_4(3)$
$9-3\cdot 3^x=0$	**C** $x=1$

Lösung

$$\frac{1}{2}<\log_4(9)<2<\log_2(5)<\log_3(15)<4$$

Buchstabe	S	P	I	T	Z	E	-	-	-

$$0<\frac{1}{3}<\log_4(3)<1<\log_4(6)<\log_3(6)<3<\log_2(15)<7$$

Buchstabe	G	E	S	C	H	A	F	F	T