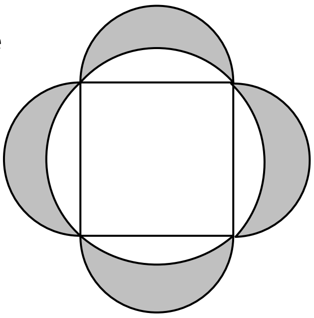
6BG	Klasse 10	Kreisberechnung	Mathematik

Fehlersuche: Möndchen des Hippokrates

Die Möndchen des Hippokrates gehen auf den griechischen Mathematiker Hippokrates von Chios (um 450 v. Chr.) zurück. Auch krummlinig begrenzte Figuren können einfach berechnet werden.



1. Zeichne zunächst die rechts abgebildete Figur ab und beschrifte sie mit a, r_1 und r_2, wobei a die Länge einer Quadratseite, r_1 der Radius der Halbkreise und r_2 der Radius des großen Innenkreises sein soll. Die gefärbte Fläche bestehend aus vier „Möndchen" nennt man A, den Umfang aller Möndchen nennt man u.

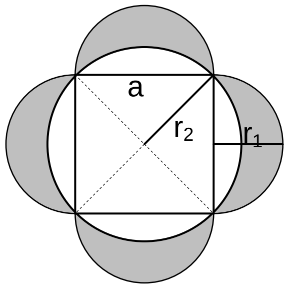
2. Überprüfe die folgenden Aussagen. Kann die Formel stimmen? Kreuze an. Wenn die Aussage falsch ist, korrigiere die Formel.

	Aussage	richtig	falsch	So ist es richtig – Begründung
a)	$A = A_{Quadrat} + 4 \cdot A_{Halbkreis} - A_{Innenkreis}$			
b)	$r_1 = \frac{1}{4}a$			
c)	$r_2^{\,2} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}$			
d)	$4 \cdot A_{Halbkreis} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$			
e)	$A_{Innenkreis} = \pi \cdot a^2$			
f)	$A = a^2$			
g)	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2$			
h)	$u_{Innenkreis} = 2 \cdot \pi \cdot a$			

3. Für Schnelle: Begründe auch die richtigen Aussagen.

6BG	**Klasse 10**	**Kreisberechnung**	**Mathematik**

Fehlersuche: Möndchen des Hippokrates – Lösung



	Aussage	richtig	falsch	So ist es richtig – Begründung
a)	$A = A_{\text{Quadrat}} + 4 \cdot A_{\text{Halbkreis}} - A_{\text{Innenkreis}}$	x		Zeichnet man das Quadrat mit den 4 Halbkreisen und schneidet dann den Innenkreis aus, erhält man den Flächeninhalt der „Möndchen“.
b)	$r_1 = \frac{1}{4}a$		x	$r_1 = \frac{1}{2}a$
c)	$r_2^{\,2} = \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2}$		x	$r_2^{\,2} = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{4} = \frac{2a^2}{4} = \frac{a^2}{2}$
d)	$4 \cdot A_{\text{Halbkreis}} = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2$	x		4 Halbkreise mit dem Radius $\frac{a}{2} = r_1$ ergeben zusammen den Flächeninhalt von 2 ganzen Kreisen mit dem gleichen Radius.
e)	$A_{\text{Innenkreis}} = \pi \cdot a^2$		x	$A_{\text{Innenkreis}} = \pi \cdot r_2^2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot a^2$
f)	$A = a^2$	x		Rechnet man wie in a) und ersetzt die Radien durch die entsprechenden Ausdrücke mit Hilfe der Seite a (siehe b) und c)), dann sieht man, dass die vier Möndchen den gleichen Flächeninhalt haben wie das Quadrat.
g)	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r_1^2 + \pi \cdot r_2^2$		x	$u = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 + 2 \cdot \pi \cdot r_2 = 4 \cdot \pi \cdot r_1 + 2 \cdot \pi \cdot r_2$ $= 2 \cdot \pi \cdot (2r_1 + r_2) = 2 \cdot \pi \cdot \left(a + \frac{a}{\sqrt{2}}\right) = 2 \cdot \pi \cdot a\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
h)	$u_{\text{Innenkreis}} = 2 \cdot \pi \cdot a$		x	$u_{\text{Innenkreis}} = 2 \cdot \pi \cdot r_2 = 2\pi \cdot \frac{a \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \pi a$