

WADI in der Kursstufe



WADI in der Kursstufe

Rüdiger Sandmann, Manfred Zinser

2010





Inhalt

- Sicherung von Basiswissen – einige Möglichkeiten
- Einsatz von WADI-Aufgabenblättern
- WADI – Bildungsplan – Abitur
- WADI für das Abitur ab 2013
- WADI über die Abiturprüfung hinaus
- Diagnostizieren
- Diagnostizieren mit WADI-Aufgabenblättern
- Erweiterungsoptionen von WADI zu Diagnosezwecken
- Hinweise



Erinnerung: Basiswissen als

Grundlegendes Wissen und Gesamtheit grundlegender Kompetenzen

im Sinne von Kenntnissen über Begriffe, Sätze, Regeln, Verfahren und Methoden, die in der Regel gedächtnismäßig sofort abrufbar und reproduzierbar sind.

im Sinne von sicher anwendbarem Können zur Lösung einfacher formaler und anwendungsbezogener Aufgaben, die elementare Anforderungen zur Reorganisation, zum Transfer und zur Lösung von Problemen stellen.

Sinus-Projekt (Sachsen)



Sicherung von Basiswissen

- **Unterricht gestalten**

Eine langfristige Sicherung von Basiswissen kann nur gelingen, wenn Übungs- und Festigungsphasen systematisch und regelmäßig in den Unterricht eingebaut werden.

- **Kompetenzentwicklung beobachten**

Lernende erhalten regelmäßig Rückmeldungen über ihren individuellen Kompetenzstand bzw. Kompetenzzuwachs.



Sicherung von Basiswissen

Kopfrechenttraining

Kopfrechenttraining C

Für die folgenden Aufgaben hast Du

maximal 5 Minuten Zeit!

1. Löse die Gleichung im Kopf: $3x - 5 = 1$.
2. Löse die Klammer auf: $2(a - 3b)^2 = \dots\dots\dots$
3. Gib drei verschiedene Maßpaare für ein Rechteck mit dem Flächeninhalt 30 cm^2 an.
4. Gib einen Überschlag für den Umfang eines Kreises mit 15 cm Durchmesser an.
5. Schreibe einen Term: Das Dreifache einer um 5 verminderten Zahl.
-
9. Eine Bank bietet zurzeit eine Geldanlagemöglichkeit ab 5000 € zu 2% Zinsen an. Wie hoch wären die Zinsen am Jahresende, wenn ich zum 1. des nächsten Monats 6000 € einzahlen würde?

Nach einer Idee von Bruder/Leuders/Büchter

Kopfrechenttraining A

Für die folgenden Aufgaben hast Du
maximal 3 Minuten Zeit!

1. $37 + 14$
2. $42 - 7$
3. $2 \cdot 87$
4. $160 : 40$
5. $21 \cdot 6$
6. $47 - 14$
- .
18. $76 - 18$
19. $42 - 69$
20. $(-5) \cdot (-17)$

Nach einer Idee von Bruder/Leuders/Büchter



Sicherung von Basiswissen

Kurzaufsatz

Differenzenquotient

Der Differenzenquotient beschreibt die mittlere Änderungsrate (den Durchschnitt einiger Werte) innerhalb eines bestimmten Zeitraums (Intervall).

Er wird berechnet durch den y -Wert des 2. minus des 1. Punktes (innerhalb des Intervalls) geteilt durch den x -Wert des 2. minus des 1. Punktes.

$$m = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$



Sicherung von Basiswissen

Checkliste

Mathematik Kursstufe

III Schlüsselkonzept: Das Integral

Inhalt

1. Rekonstruieren einer Größe
2. Das Integral
3. Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung
4. Stammfunktionen
5. Integralfunktionen
6. Der „echte“ und der orientierte Flächeninhalt
 - a) Funktionen mit negativen Funktionswerten
 - b) Funktionen mit positiven und negativen Funktionswerten
 - c) Flächen zwischen zwei Funktionsgraphen
7. Unbegrenzte Flächen
8. Mittelwerte von Funktionen
9. Welches Volumen hat ein Sektglas? - Rotationskörper
10. Rückblick und Zusammenschau

Teilgebiet
Analysis
Analytische Geometrie
Stochastik

Checkliste

Auf dieser Checkliste findest du die notwendigen Kompetenzen (Minimalkatalog), über die du bei diesem Thema verfügen können solltest. Hake Themengebiete bei denen du sicher fühlst ab, bei solchen bei denen du unsicher bist, nutze die Beispielaufgaben zum Üben und frage bei deinem Lehrer. Beachte auch im Buch den Rückblick auf der Seiten 127.

Du sollst...

1. ... von der momentanen Änderungsrate auf die Gesamtänderung einer Größe schließen können.
2. ... wissen, was man unter einem Integral versteht und dieses bestimmen können.
3. ... den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung kennen und anwenden können.
4. ... zu einer gegebenen Funktion f eine (bestimmte) Stammfunktion F angeben können.
5. ... zu einem Funktionsgraphen den Graphen einer Stammfunktion skizzieren können.
6. ... Integralfunktionen bestimmen können.
7. ... Flächen ober- und unterhalb der x -Achse, zwischen zwei Funktionsgraphen sowie Inhalte unbegrenzter Flächen bestimmen können.
8. ... den Mittelwert der Funktionswerte einer Funktion auf einem Intervall $[a; b]$ berechnen können.
9. ... das Volumen eines Rotationskörpers um die x -Achse bestimmen können.

Beispielaufgaben

- Seite 89 Bsp. 2
Seite 90 Nr. 4
Seite 93/4 Nr. 3 - 6
Seite 97/8 Nr. 6; 8; 13
Seite 97/8 Nr. 1; 3; 7
Seite 101/2 Nr. 5; 8-10
Seite 105 Nr. 5 - 7
Seite 109/10 Nr. 2; 4; 6; 7
Seite 112 Nr. 4
Seite 114 Nr. 2; 4; 5
Seite 116/7 Nr. 2; 7; 8

Beachte auch die Aufgaben auf den Seiten 128 und 129. Die Lösungen dazu findest du am Ende des Buches.



Sicherung von Basiswissen

Karteikarten

- Arnold Zitterbart (FB des RP Freiburg)

7. Wie berechnet man den durchschnittlichen Funktionswert einer Funktion f auf dem Intervall $[a;b]$?

$$\text{Durchschnittswert} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx$$

WADI in der Kursstufe



WADI – Kursstufe

- **Analysis**
- **Lineare Gleichungssysteme, Analytische Geometrie**
- **Stochastik**

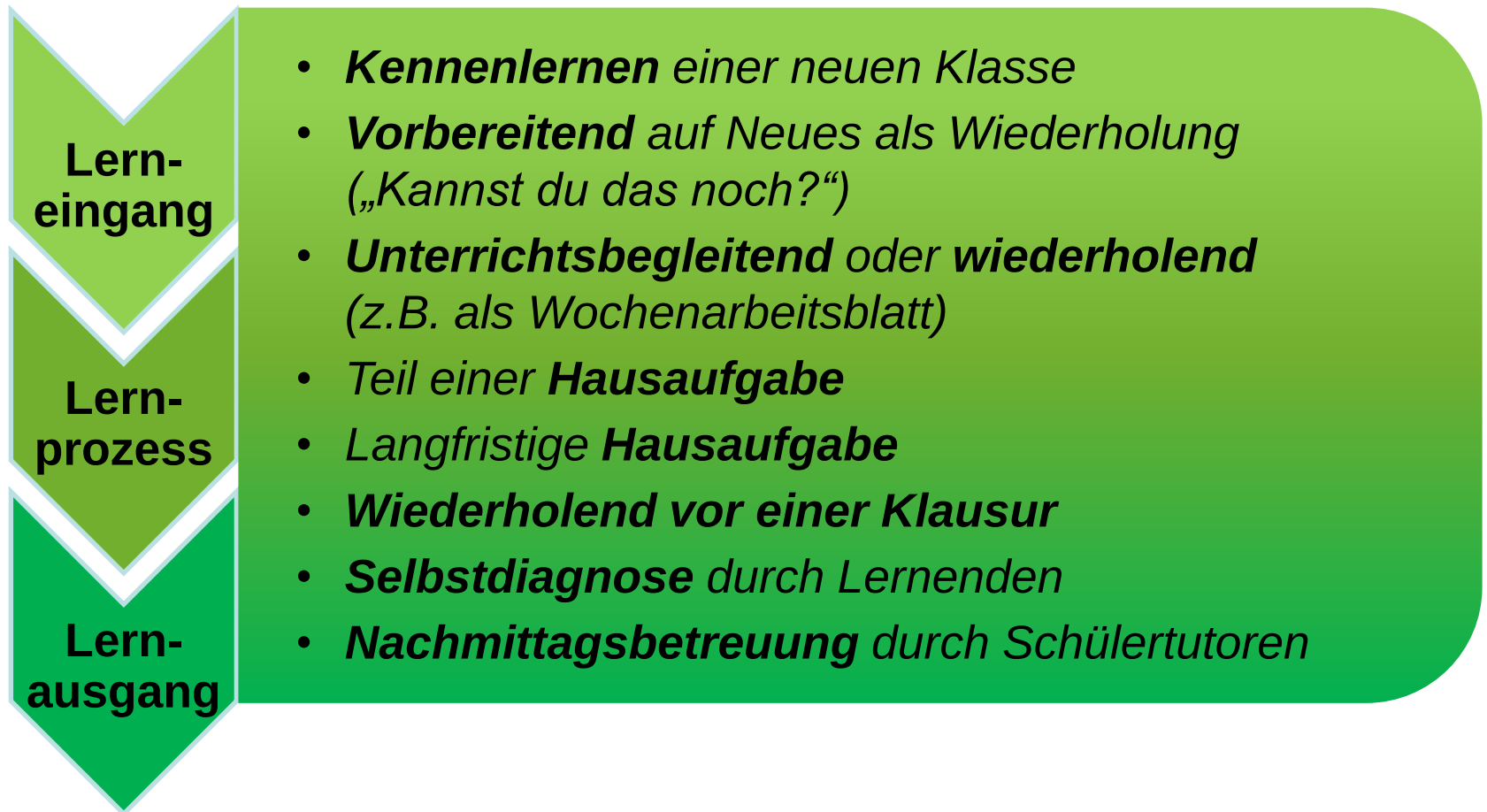
B30 Lösen von LGS: Das Gauß-Verfahren
B31 Lösungsmengen von LGS
B32 Bestimmung ganzrationaler Funktionen
B33 Abstand zweier Punkte im Raum
B34 Ebengleichungen 1
B35 Ebengleichungen 2
B36 Besondere Lage von Ebenen
B37 Gegenseitige Lage Gerade und Ebene
B38 Lagebeziehung zwischen Ebenen
B39 Hessesche Normalenform (HNF)
B40 Abstand Punkt- Gerade
B41 Abstand zweier Geraden
B42 Skalarprodukt
B43 Orthogonalität, Winkel
B44 Spiegelung und Symmetrie

C25 Verknüpfung von Funktionen
C26 Ableitungsregeln
C27 2. Ableitung und Extremstellen
C28 Wendestellen
C29 Die natürliche Exponentialfunktion
C30 Logarithmus und Exponentialgleichung
C31 Definitionslücken, senkrechte Asymptoten
C32 Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
C33 Trigonometrische Funktionen
C34 Graphen zuordnen
C35 Extremwertprobleme
C36 Tangentenprobleme
C37 Funktionenscharen
C38 Änderung und Gesamtänderung
C39 Stammfunktion, Integral
C40 Integralfunktion
C41 Flächen
C42 Mittelwerte und Rauminhalte
C43 Exponentielles Wachstum
C44 Beschränktes Wachstum
C45 Logistisches Wachstum
C46 Differenzialgleichungen exponentieller Prozesse
C47 Folgen
C48 Monotonie und Beschränktheit bei Folgen
C49 Grenzwerte von Folgen

D13 Standardabweichung
D14 Sigma-Regeln
D15 Statistische Tests
D16 Signifikanztests
D17 Fehler beim Testen
D18 Stetig verteilte Zufallsvariablen
D19 Gauß'sche Glockenfunktion
D20 Normalverteilungen

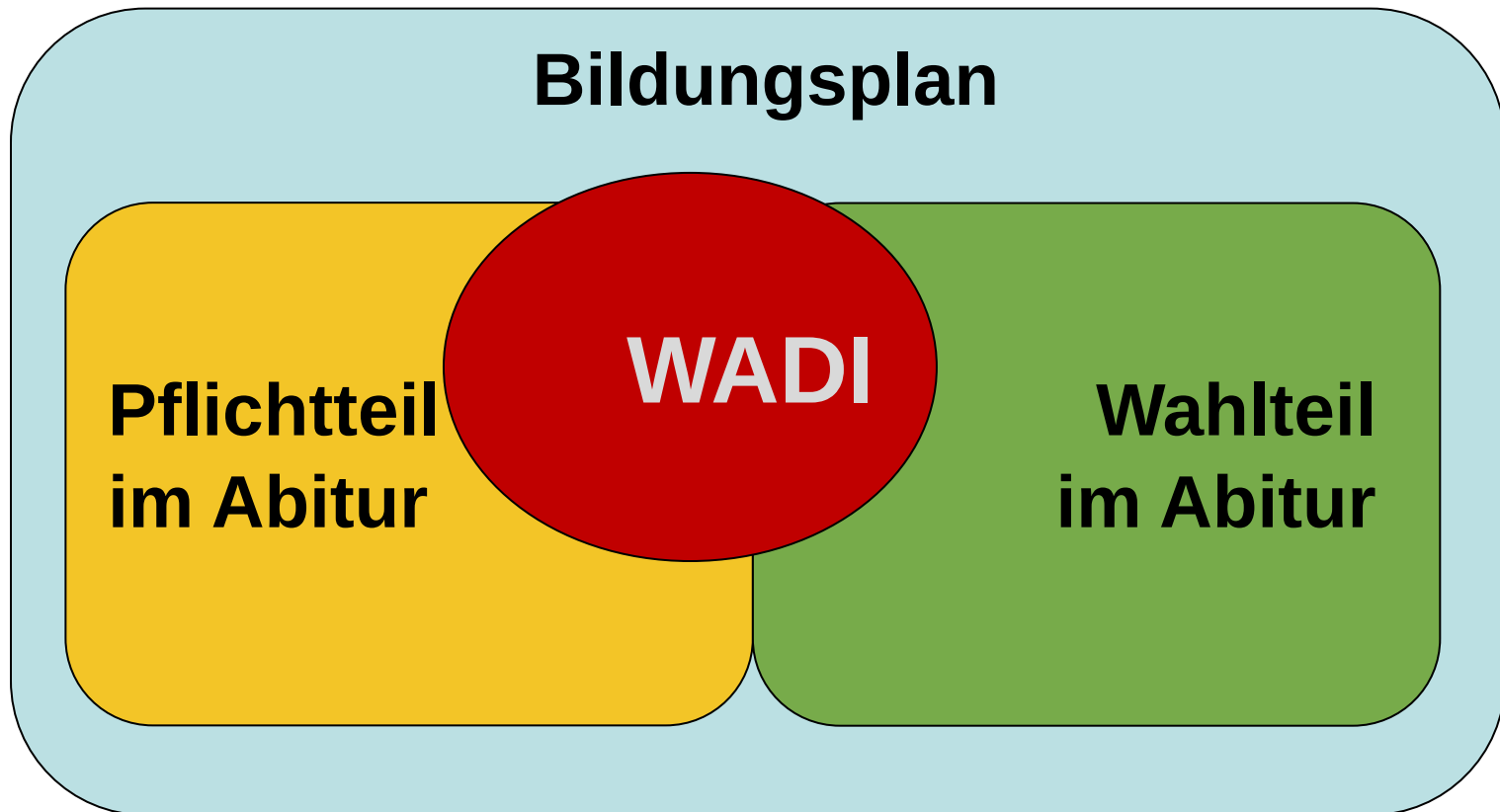


Einsatz von WADI-Aufgabenblättern





WADI – Bildungsplan – Abitur





WADI deckt Pflichtteilaufgaben ab

Abitur 2009 – Pflichtteil

Aufgabe 1:

Bilden Sie die erste Ableitung der Funktion f mit $f(x) = x^2 \cdot \sin(3x + 1)$

Benötigt werden: Potenz-, Produkt- und Kettenregel, Ableitung von $\sin(x)$

Kursstufe C26 – Ableitungsregeln

2	Welche der Ableitungsregeln (Potenz-, Produkt- oder Kettenregel (Pot, Pro oder Ket)) hilft beim Ableiten der Funktionen? A: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ B: $g(x) = \sin(x^2)$ C: $h(x) = \sqrt{3 + x^3}$ D: $i(x) = 2x \cdot \cos(x)$ E: $m(x) = \frac{1}{2}x^2 \cdot (1 - x)^2$		Pot	Pro	Ket
		A	X		
		B	X		X
		C	X		X
		D	X	X	
		E	X	X	X

4	Gegeben sind die Funktionen f und g durch $f(x) = (3 - x)^4$ und $g(x) = (2 + x) \cdot (1 + 4x)^4$. Ergänzen Sie die Lücken in der Ableitung: a) $f'(x) = \square \cdot (3 - x)^3$ b) $g'(x) = (1 + 4x)^4 + (2 + x) \cdot \square \cdot (1 + 4x)^3$	Für $\square$ muss stehen: a) -4 b) 16
---	--	--



WADI deckt Pflichtteilaufgaben ab

Abitur 2009 – Pflichtteil

Aufgabe 4:

Das Schaubild der Funktion f mit $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x - 3$ besitzt einen Wendepunkt. Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

Benötigt werden: Nachweis eines Wendepunktes, Tangentengleichung

Kursstufe C28 – Wendestellen

4	Welche der angegebenen Stellen sind Wendestellen der Funktion f mit $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$? $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$, $x_5 = 2$, $x_6 = 3$	Wendestellen sind ☐ x_1 ☐ x_2 ☒ x_3 ☒ x_4 ☐ x_5 ☐ x_6	
5	Welche der angegebenen Gleichungen gehören zu Wendetangenten an den Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + 1$ a) $y = x$ b) $y = 1$ c) $x = 1$ d) $y = x + 1,5$ e) $y = x + 0,5$ f) $y = -x + 1,5$	Gleichungen zu Wendetangenten sind: a) ☐ d) ☒ b) ☒ e) ☐ c) ☐ f) ☐	



WADI deckt Pflichtteilaufgaben ab

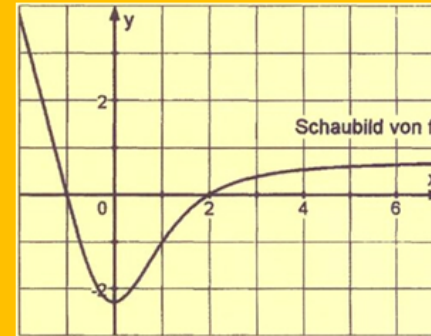
Abitur 2009 – Pflichtteil

Aufgabe 5:

Die Abbildung zeigt das Schaubild einer Funktion f .

F ist eine Stammfunktion von f .

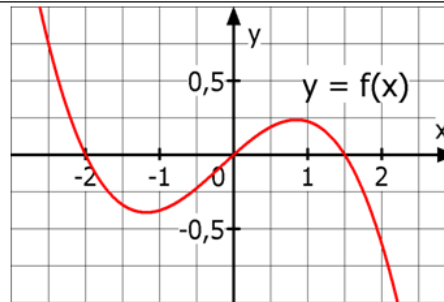
- a) Welche Aussagen über F ergeben sich daraus im Bereich $-2 < x < 7$ hinsichtlich **Extremstellen**, **Wendestellen**, **Nullstellen**? Begründen Sie Ihre Antworten.
- b) Begründen Sie, dass $F(6) - F(2) > 1$ gilt.



Benötigt werden: Charakteristische Punkte in der Ableitung, Stammfunktion

Kursstufe C28 – Wendestellen

- 4 F sei eine Stammfunktion zu dem dargestellten Graphen der Funktion f . Welche der Aussagen über die Stammfunktion F sind wahr, welche falsch?



- a) F hat bei $x = -2$ ein lokales Maximum.
- b) F hat für $-2 \leq x \leq 2$ genau zwei Wendestellen.
- c) Es gilt immer $F(0) = F(1,5)$.

	Wahr	Falsch
a)	☒	☐
b)	☒	☐
c)	☐	☒



WADI deckt nicht den gesamten Pflichtteil ab

Abitur 2009 – Pflichtteil

Aufgabe 8:

Gegeben sind eine Gerade g und ein Punkt A im Raum. A liegt nicht auf g . A wird an der Geraden g gespiegelt.

Beschreiben Sie ein Verfahren, um den Bildpunkt A' zu bestimmen.

Benötigt wird: Beschreibung eines Verfahrens (mathematischer Aufsatz).

Kursstufe B44 – Spiegelung und Symmetrie

7	Spiegeln Sie den Punkt $P(1 2 3)$ an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und geben Sie die Koordinaten von P' an.	$P' (\quad \quad \quad)$	
---	---	--------------------------------	--

Kursstufe C30 – Logarithmus und Exponentialgleichung

9	Sind die folgenden Schritte zur Lösung der Gleichung $e^{2x} - 10e^x + 9 = 0$ richtig? 1. Mit $z = e^x$ erhält man $z^2 - 10z + 9 = 0$ 2. Lösungen sind $z_1 = 9$ und $z_2 = 1$. 3. Aus $e^x = 9$ und $e^x = 1$ erhält man als Lösungen der Gleichung $x_1 = \ln(9)$ und $x_2 = 1$.	Der Schritt ist richtig falsch	
		1. ☒ ☐	
		2. ☒ ☐	
		3. ☐ ☒	



WADI deckt auch Wahlteilaufgaben ab

Kursstufe C40 – Integralfunktion

4 Welcher GTR Befehl stellt die Integralfunktion I_1 zur Funktion f mit $f(x) = x^2$ dar? 	Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1 \blacksquare \text{fnInt}(X^2, 1, X$ $)$ Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1 \blacksquare \text{fnInt}(X^2, X, X$ $, 1)$ Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1 \blacksquare \text{fnInt}(X^2, X, 1$ $, X)$ Plot1 Plot2 Plot3 $\backslash Y_1 \blacksquare \text{fnInt}(X, X^2, 1$ $, X)$	Kreuzen Sie das Feld mit dem richtigen Befehl an: <table border="1" style="width: 100px; height: 100px; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 50px; height: 50px;"></td> <td style="width: 50px; height: 50px;"></td> </tr> <tr> <td style="width: 50px; height: 50px;">X</td> <td style="width: 50px; height: 50px;"></td> </tr> </table>			X	
X						

Kursstufe B30 – Lösen von LGS: Gauß-Verfahren

5 Ihr GTR liefert die unten abgebildete Anzeige. Geben Sie die Lösung des zugehörigen LGS an.	a)  $\text{rref}([A]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -39 \\ 0 & 0 & 1 & -33 \end{bmatrix}$ b)  $\text{rref}([A]$ $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	a) ☐ $(-33 \mid -39 \mid -7)$ ☒ $(-7 \mid -39 \mid -33)$ ☐ $(1 \mid 1 \mid 1)$ b) ☐ $(0 \mid 0 \mid 1)$ ☐ keine Lösung ☒ $(-8 \mid 0 \mid 0)$
---	---	--

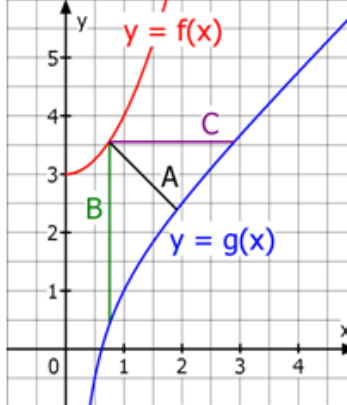


WADI deckt auch Wahlteilaufgaben ab

Kursstufe B37 – Gegenseitige Lage Gerade und Ebene

6 Die Ebene E: $x_1 + x_2 + x_3 = 16$ stellt einen Hang dar. Ein Sendemast hat seine Spitze in $S(6 4 8)$. Die Richtung der parallelen Sonnenstrahlen wird durch $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ festgelegt. Bestimmen Sie den Endpunkt des Schattens des Sendemastes auf dem Hang.	☐ P(6 4 0) ☐ P(1 1 -1) ☒ P(4 2 10) ☐ P(5 5 7)
---	--

Kursstufe C35 – Extremwertprobleme

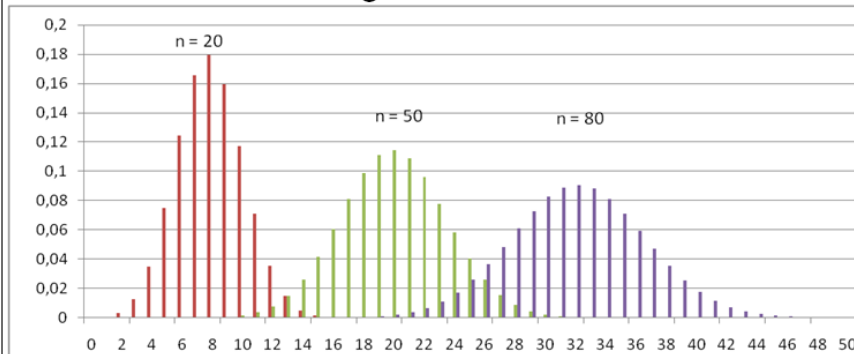
1 Gegeben sind für $x > 0$ die Funktionen f mit $f(x) = x^2 + 3$ und g mit $g(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x}$. a) Zeigt A, B oder C den Abstand der Graphen für $x=0,75$?  b) Berechnen Sie die Stelle des minimalen Abstand der Graphen.		a) Richtig ist: A ☐ B ☒ C ☐ b) $x = 1$
---	---	--



WADI für die Abiturprüfung ab 2013

Kursstufe D13 – Standardabweichung

- 2 Die Grafik zeigt die Säulendiagramme dreier Binomialverteilungen. Bei allen ist $p = 0,4$. Welche Verteilung hat die größte, welche die kleinste Standardabweichung.



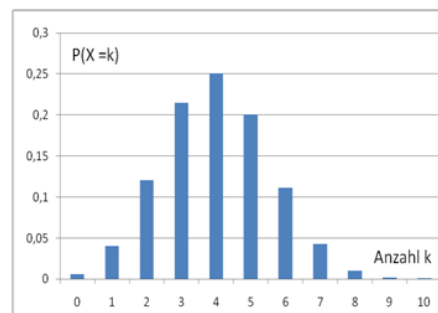
Die **größte** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung

- ☐ links ($n = 20$)
☐ in der Mitte ($n = 50$)
☒ rechts ($n = 80$).

Die **kleinste** Standardabweichung hat die abgebildete Binomialverteilung

- ☒ links ($n = 20$)
☐ in der Mitte ($n = 50$)
☐ rechts ($n = 80$).

- 5 Die Abbildung zeigt das vollständige Säulendiagramm einer Binomialverteilung. Geben Sie den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ an.



Erwartungswert $\mu =$
☐ 0,25 ☒ 4 ☐ 10

$\sigma^2 =$

- ☐ 0,24 ☒ 2,4
☐ 24 ☐ 100

also Standardabweichung (2 Dezimale)

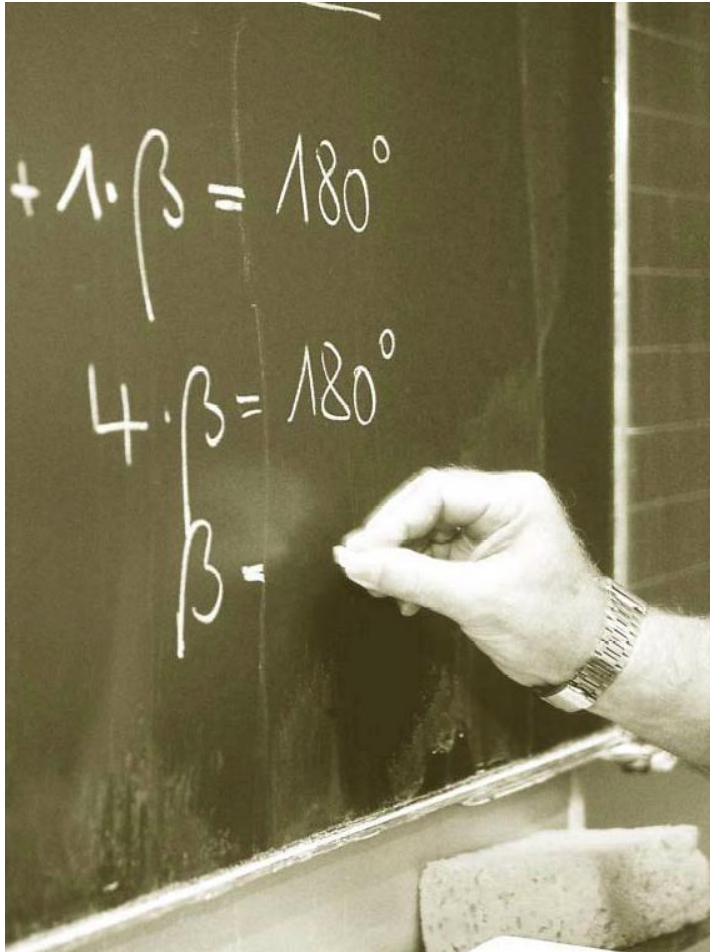
$\sigma \approx 1,55$



WADI für die Abiturprüfung ab 2013

Kursstufe D15 – Statistische Tests

1 Statistische Tests ... a) .. sollen eine Entscheidungsvorschrift liefern, mit der man entscheiden kann, ob eine Annahme (Hypothese) richtig oder falsch ist. b) .. dienen dazu anhand einer Stichprobe auf die unbekannte, dem Zufallsexperiment zugrundeliegende Wahrscheinlichkeitsverteilung der untersuchten Zufallsvariablen zu schließen. c) .. helfen dabei eine Aussage darüber zu machen, ob eine Hypothese beibehalten werden kann oder verworfen werden sollte. d) .. können niemals absolute Sicherheit bieten. Auch wenn aufgrund einer Stichprobe eine Hypothese beibehalten wird, so kann sie trotzdem in der gesamten Grundmenge falsch sein.	<table><thead><tr><th></th><th>Wahr</th><th>Falsch</th></tr></thead><tbody><tr><td>a)</td><td>☐</td><td>☒</td></tr><tr><td>b)</td><td>☒</td><td>☐</td></tr><tr><td>c)</td><td>☒</td><td>☐</td></tr><tr><td>d)</td><td>☒</td><td>☐</td></tr></tbody></table>		Wahr	Falsch	a)	☐	☒	b)	☒	☐	c)	☒	☐	d)	☒	☐	
	Wahr	Falsch															
a)	☐	☒															
b)	☒	☐															
c)	☒	☐															
d)	☒	☐															
	2 Ordnen Sie die Begriffe richtig zu. Bei einem statistischen Test heißt ... A .. die zu überprüfende Hypothese H_0 ... B .. die Wahrscheinlichkeit mit der H_0 abgelehnt wird, obwohl sie zutrifft C .. der Bereich, in dem das Ergebnis der Stichprobe liegen muss, damit H_0 nicht verworfen wird, ... D ... die maximale Irrtumswahrscheinlichkeit ...	<table><tbody><tr><td>—</td><td>Ablehnungsbereich</td></tr><tr><td>D</td><td>Signifikanzniveau</td></tr><tr><td>—</td><td>Ablehnungswahrscheinlichkeit</td></tr><tr><td>B</td><td>Irrtumswahrscheinlichkeit</td></tr><tr><td>A</td><td>Nullhypothese</td></tr><tr><td>—</td><td>Gegenhypothese</td></tr><tr><td>C</td><td>Annahmebereich</td></tr></tbody></table>	—	Ablehnungsbereich	D	Signifikanzniveau	—	Ablehnungswahrscheinlichkeit	B	Irrtumswahrscheinlichkeit	A	Nullhypothese	—	Gegenhypothese	C	Annahmebereich	
—	Ablehnungsbereich																
D	Signifikanzniveau																
—	Ablehnungswahrscheinlichkeit																
B	Irrtumswahrscheinlichkeit																
A	Nullhypothese																
—	Gegenhypothese																
C	Annahmebereich																



**Unterricht ist mehr
als die Abiturprüfung.**

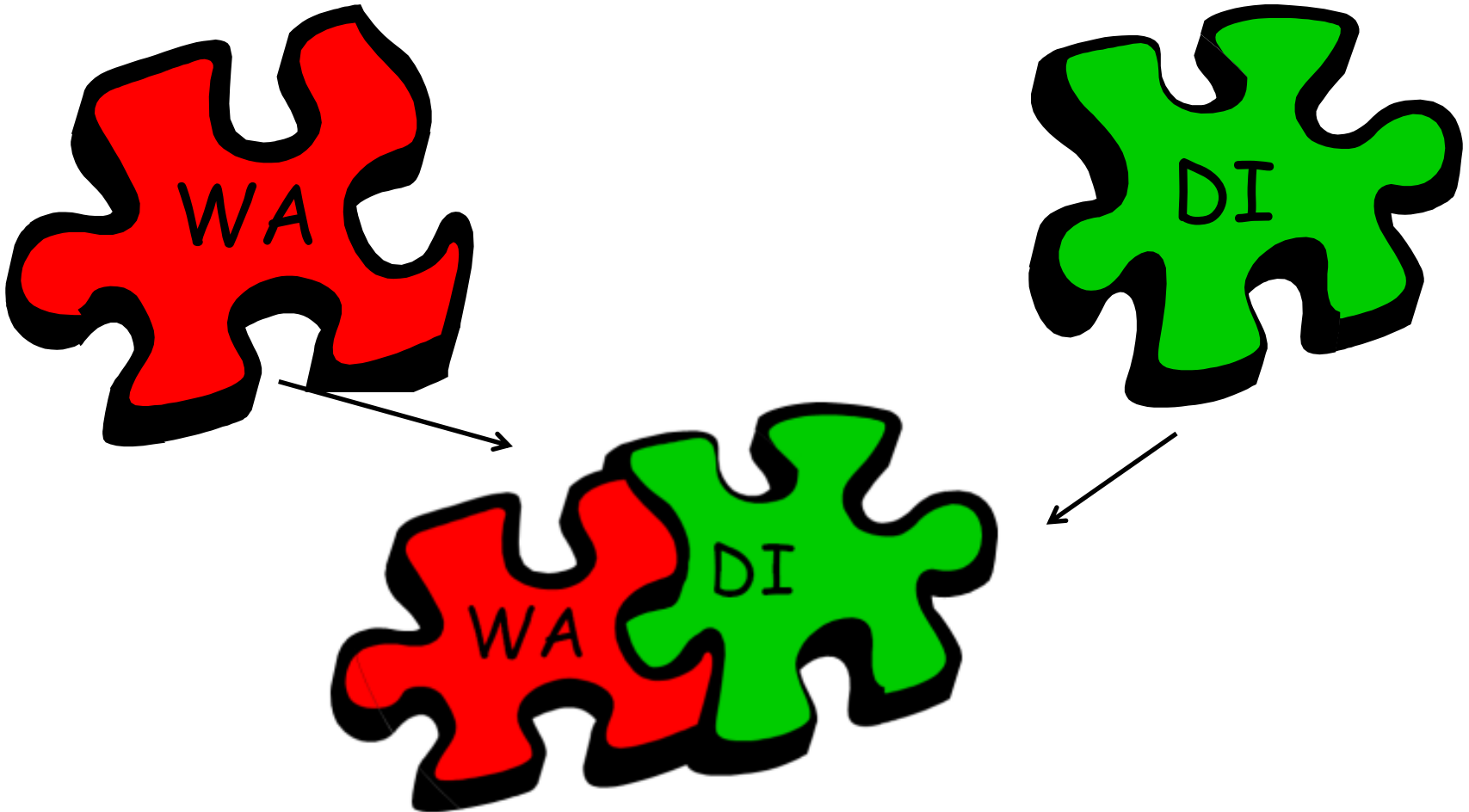


WADI deckt auch nicht Abiturrelevantes ab

z.B. Folgen (C47 – C49)

1	Gegeben sind für $n \in \mathbb{N}$ die Folgen a und b mit $a(n) = n^2 + 23$ und $b(n) = 2 \cdot b(n - 1)$; $b(0)=4$. Was trifft zu? a) Einzelne Folgenglieder können nur mit Hilfe des Vorgängers berechnet werden. b) Für $n = 3$ hat das Folgenglied den Wert 32. c) Die Folge ist explizit dargestellt d) Die Folge ist rekursiv dargestellt e) Jedes Folgenglied kann durch das Einsetzen eines Wertes für n direkt berechnet werden.	Trifft zu für die Folge <table><thead><tr><th></th><th>a</th><th>b</th></tr></thead><tbody><tr><td>a)</td><td>☐</td><td>☒</td></tr><tr><td>b)</td><td>☒</td><td>☒</td></tr><tr><td>c)</td><td>☒</td><td>☐</td></tr><tr><td>d)</td><td>☐</td><td>☒</td></tr><tr><td>e)</td><td>☒</td><td>☐</td></tr></tbody></table>		a	b	a)	☐	☒	b)	☒	☒	c)	☒	☐	d)	☐	☒	e)	☒	☐
	a	b																		
a)	☐	☒																		
b)	☒	☒																		
c)	☒	☐																		
d)	☐	☒																		
e)	☒	☐																		
5	Welche Umformung ist richtig, um den Grenzwert der Folge a mit $a(n) = \frac{10n+3}{2n+7}$ zu berechnen? a) $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{10n}{2n} + \frac{3}{7} = 5 + \frac{3}{7}$, also Grenzwert $g = 5\frac{3}{7}$ b) $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+3)}{n \cdot (2+7)} = \frac{13}{9}$, also Grenzwert $g = \frac{13}{9}$ c) $\frac{10n+3}{2n+7} = \frac{n \cdot (10+\frac{3}{n})}{n \cdot (2+\frac{7}{n})} = \frac{10+\frac{3}{n}}{2+\frac{7}{n}}$, also Grenzwert $g = 5$	Richtig ist die Umformung: a) ☐ b) ☐ c) ☒																		

WADI in der Kursstufe



Wachhalten und **D**iagnostizieren - beides gehört zusammen!



Diagnose

- Die **Bedeutung** von Diagnose ist **unumstritten**.
- Diagnose wurde und wird von uns Lehrenden **schon immer betrieben**.
- "Output"-Orientierung erfordert ein **kontinuierliches Überprüfen** von Kompetenzen.
- Eine **individuelle**, differenzierte Diagnose ist meist sehr **zeitintensiv** und **aufwändig**.



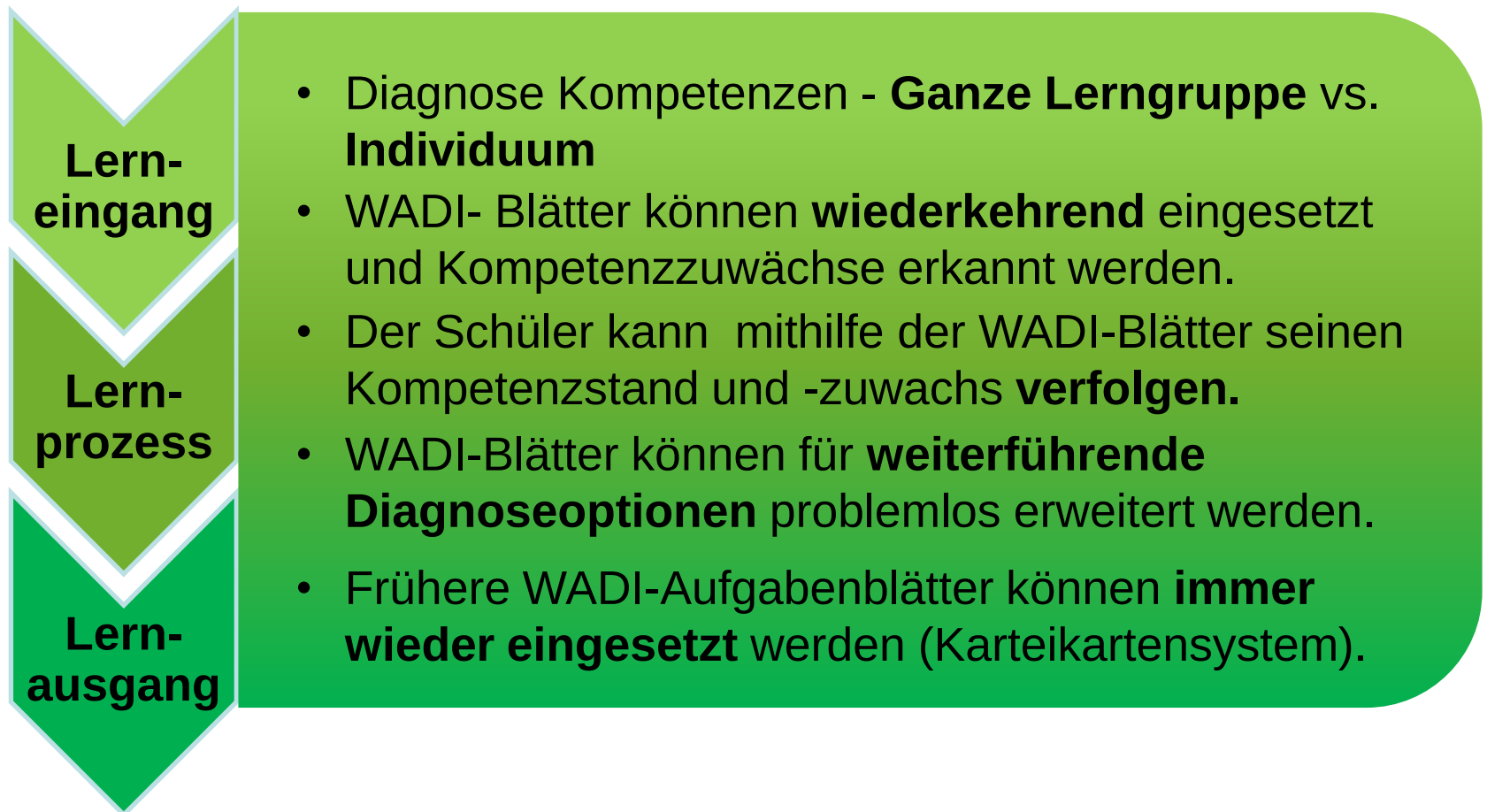
Diagnose mit WADI

- Durch das Format von WADI ist eine **zügige und aussagekräftige Korrektur** der ausgefüllten Blätter möglich.
- Auf jedem Blatt sind die Aufgaben nach **zunehmenden Fertigkeiten** gestaffelt. So kann der jeweilige Leistungsstand erkannt werden.
- Die Aufgaben sind -wenn möglich- nach **unterschiedlichen Kompetenzen** getrennt.
- **Typische Schülerfehler** können durch Vorgabe falscher Lösungen in der Lösungsauswahl erkannt werden.
- **Kompetenzstände** können vom **Lehrenden** und zunehmend auch von den **Lernenden** diagnostiziert werden.

4	Gegeben sind die Punkte $P(1 2 3)$, $Q(0 -1 2)$, $R(2 2 1)$. Welche der folgenden Gleichungen stellen eine Parametergleichung der Ebene durch diese drei Punkte dar. $A: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $B: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	Richtig ist: ☐ A ☐ B
---	---	--



Diagnose mit WADI-Aufgabenblättern

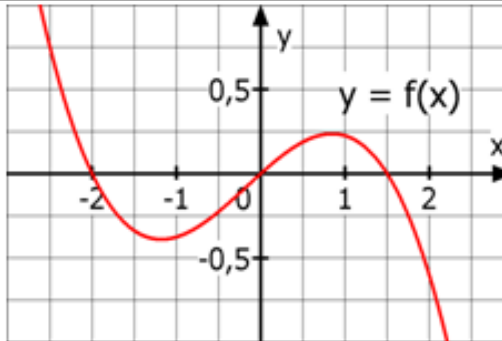




Erweiterungsoptionen zu den WADI-Blättern

Kursstufe C39 – Stammfunktion, Integral

4 F sei eine Stammfunktion zu dem dargestellten Graphen der Funktion f . Welche der Aussagen über die Stammfunktion F sind wahr, welche falsch?



- a) F hat bei $x = -2$ ein lokales Maximum.
- b) F hat für $-2 \leq x \leq 2$ genau zwei Wendestellen.
- c) Es gilt immer $F(0) = F(1,5)$.

Begründen Sie Ihre Entscheidung!

	Wahr	Falsch
a)	☐	☐
b)	☐	☐
c)	☐	☐



Erweiterungsoptionen zu den WADI-Blättern

Kursstufe B44 – Spiegelung und Symmetrie

7 Spiegeln Sie den Punkt P(1 2 3) an der Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und geben Sie die Koordinaten von P' an. Beschreiben Sie das Verfahren!	P' (_ _ _)
---	-------------------------

Kursstufe C49 – Grenzwerte von Folgen

3 Ordnen Sie den Folgen den richtigen Grenzwert zu. a) $a(n) = \frac{4}{n^2}$ b) $b(n) = 3 - 0,5^n$ c) $c(n) = \frac{1+2n}{2n}$ d) $d(n) = \frac{1}{n+3} + 6$ e) $e(n) = \frac{n+2}{n^2-4} - 1$ Weisen Sie den Grenzwert auch nach!	Grenzwert der Folge <table> <tr> <td>— 2</td><td>— 0</td></tr> <tr> <td>— 6</td><td>— -1</td></tr> <tr> <td>— 1</td><td>— 3</td></tr> </table>	— 2	— 0	— 6	— -1	— 1	— 3
— 2	— 0						
— 6	— -1						
— 1	— 3						



Beispiele zur Diagnose von Schülerfehlern

Kursstufe C39 – Stammfunktion, Integral

1	Ist die Stammfunktion F zu f richtig berechnet?	F(x) richtig?		r r r r
	a) $f(x) = 0,2 \cdot x^3$, $F(x) = 0,05 \cdot x^4 + 6$	Ja	Nein	
	b) $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}$, $F(x) = 3 \cdot \ln x - \frac{4}{x}$	☒	☐	
	c) $f(x) = e^{2x}$, $F(x) = e^{2x}$	☒	☐	
	d) $f(x) = 3\sin(2x)$, $F(x) = -1,5\cos(2x)$	☐	☒	
2	Sei f eine differenzierbare Funktion.	Richtig Falsch		r f r r
	a) Die Funktion f hat genau eine Ableitung, aber unendlich viele Stammfunktionen F .	☒	☐	
	b) Sind F und G Stammfunktionen zu f , so ist auch die Summe $F+G$ eine Stammfunktion zu f .	☒	☐	
	c) Ist F Stammfunktion zu f , so gilt $f'(x) = F(x)$.	☐	☒	
	d) Stammfunktionen von f unterscheiden sich nur durch eine Konstante.	☒	☐	



Beispiele zur Diagnose von Schülerfehlern

Kursstufe C39 – Stammfunktion, Integral

3	Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 3x^2 - 4x$. Der Graph welcher Stammfunktion F zu f verläuft durch den Punkt $P(1 \mid 4)$?	☒ $F(x) = x^3 - 2x^2 + 4$ ☐ $F(x) = x^3 - 2x^2 + 5$ ☐ keine ist richtig	f
---	--	---	-----

4 F sei eine Stammfunktion zu dem dargestellten Graphen der Funktion f . Welche der Aussagen über die Stammfunktion F sind wahr, welche falsch?

a) F hat bei $x = -2$ ein lokales Maximum.

b) F hat für $-2 \leq x \leq 2$ genau zwei Wendestellen.

c) Es gilt immer $F(0) = F(1,5)$.

	Wahr	Falsch
a)	☒	☐
b)	☒	☐
c)	☐	☒

r
r
r



Beispiele zur Diagnose von Schülerfehlern

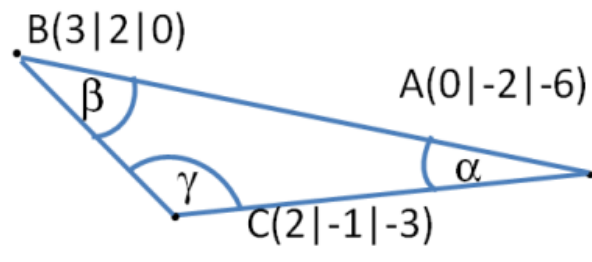
Kursstufe C39 – Stammfunktion, Integral

5 Bestimmen Sie das Integral mithilfe der Flächeninhalte. a) $\int_{-2}^0 f(x) dx$ b) $\int_{-2}^1 f(x) dx$ c) $\int_0^2 f(x) dx$ d) $\int_{-2}^2 f(x) dx$		a) 1,9 b) 2,3 c) 0,5 d) 2,4	r r f f
--	--	--	----------------------------



Beispiele zur Diagnose von Schülerfehlern

Kursstufe B43 – Orthogonalität, Winkel

5	Bestimmen Sie die Innenwinkelweiten α und γ des Dreiecks ABC. <i>Zeichnung nicht maßstabsgerecht.</i> 	Winkelweite α ☒ $16,6^\circ$ ☐ $163,4^\circ$ Winkelweite γ ☒ $30,9^\circ$ ☐ $149,1^\circ$	r f
6	Bestimmen Sie jeweils den Schnittwinkel φ von a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ b) $E: x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 10$ und $F: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$ c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$.	Auf eine Dezimale gerundet eintragen. a) $\varphi = \underline{47,6^\circ}$ b) $\varphi = \underline{70,5^\circ}$ c) $\varphi = \underline{72,5^\circ}$	r r f



Selbstdiagnosebogen

Kompetenzcheck Integral

Fähigkeiten	😊	😐	☹️	Aufgaben zum Üben/ Lehrtext
Ich kann von der momentanen Änderungsrate auf die Gesamtänderung einer Größe schließen können				Seite 89 Bsp. 1 Seite 90 Nr. 4
Ich weiß, was man unter einem Integral versteht und ich kann dieses bestimmen können				Seite 92 Kasten Seite 94 Nr. 5; 6
Ich kenne den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und kann die Stammfunktion einer Funktion zu einer gegebenen Funktion angeben.				Seite 95 und 96 Seite 97/8 Nr. 4; 8; 9 Seite 98 Nr. 8
Habe ich den Graphen einer Funktion gegeben, so kann ich den der zugehörigen Stammfunktion skizzieren.				Seite 97 Nr. 1; 2
Ich kann zu einem gegebenen Funktionsgraph den Graph einer Stammfunktion skizzieren.				Seite 101 Bsp. 3 Seite 101f Nr. 5 – 7
Ich kann zu einer gegebenen Funktion die Stammfunktion (z.B. eine die durch den Ursprung verläuft) angeben.				Seite 97 Nr. 3
Habe ich den Graph einer Funktion f gegeben, so kann ich Aussagen über den Graph der Stammfunktion anstellen.				Seite 98 Nr. 7 Seite 102 Nr. 10
Ich kann Integralfunktionen bestimmen.				Seite 104 Bsp. 1 Seite 105 Nr. 5 – 7
Ich kenne Unterschiede und Gemeinsamkeiten zwischen dem Integral sowie dem Flächeninhalt zwischen zwei Grenzen.				Seite 107 Lehrtext
Ich kann den Flächeninhalt einer Fläche berechnen, die von einem Graphen, der x-Achse und zwei parallelen Grenzen zur y-Achse eingeschlossen wird.				Seite 108 Bsp. 1 Seite 110 Nr. 6
Ich kann den Flächeninhalt einer Fläche berechnen, die von zwei Graphen eingeschlossen wird.				Seite 108 Bsp. 2; 3 Seite 110 Nr. 7
Ich kann den Mittelwert einer Funktion auf einem Intervall $[a; b]$ berechnen.				Seite 113 Bsp. Seite 114 Nr. 5
Ich kann das Volumen eines Rotationskörpers um die x-Achse bestimmen.				Seite 116 Bsp. Seite 117 Nr. 8



Fähigkeiten	😊	😐	☹️	Aufgaben zum Üben/ Lehrtext
$\int$				$\int$
Habe ich den Term einer Funktion f gegeben, so kann ich den der zugehörigen Stammfunktionen angeben.	✗			Lehrtext Seite 99 Seite 101 Nr. 1; 2
Ich kann zu einem gegebenen Funktionsgraph den Graph einer Stammfunktion skizzieren.		✗		Seite 101 Bsp. 3 Seite 101f Nr. 5 – 7 WADI Kursstufe C 39
Ich kann zu einer gegebenen Funktion eine bestimmte Stammfunktion (z.B. eine die durch den Ursprung verläuft) angeben.			✗	Seite 97 Nr. 3
$\int$				$\int$



Hinweise

- **Fehlerdiagnose**

Eine exakte Diagnose der gemachten Fehler ist in WADI nicht angegeben. Das ist auch nicht nötig. Das mittelfristige Ziel sollte sein, dass die Lernenden Ihren Kompetenzstand selbst analysieren können.

- **Diagnosebögen**

In WADI sind keine Diagnosebögen enthalten.

Mittelfristiges Ziel: Lernende erstellen Kompetenzcheckbögen selbst.

- **Fördermöglichkeiten**

Lehrbuch, WADI-online, WADI-Karteikarten, Nachmittagsbetreuung,...



Musterbeispiele von Lernenden
bearbeiteter WADI-Aufgabenblätter

WADI in der Kursstufe



WADI Kursstufe C28		Wendestellen																									
Name: <u>Charlie</u>		Klasse: <u>KS I</u>																									
1 Abb. A zeigt den Graphen einer Funktion f . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP). Füllen Sie die Tabelle aus.		Die Punkte sind für den Graphen von f																									
			<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>HP</th> <th>TP</th> <th>WP</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>☐</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>☐</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>☒</td> <td>☐</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>☐</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>☐</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> </tbody> </table>		HP	TP	WP	A	☐	☒	☐	B	☐	☐	☒	C	☒	☐	☐	D	☐	☐	☒	E	☐	☒	☐
	HP	TP	WP																								
A	☐	☒	☐																								
B	☐	☐	☒																								
C	☒	☐	☐																								
D	☐	☐	☒																								
E	☐	☒	☐																								
2 Abb. B zeigt den Graphen der Ableitung einer Funktion g . Die markierten Punkte sind entweder Extrempunkte (HP oder TP) oder Wendepunkte (WP) des Graphen von g . Füllen Sie die Tabelle aus.		Die Punkte sind für den Graphen von g																									
			<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>HP</th> <th>TP</th> <th>WP</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>A</td> <td>☒</td> <td>☐</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>☐</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>☐</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>D</td> <td>☐</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>E</td> <td>☐</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> </tbody> </table>		HP	TP	WP	A	☒	☐	☐	B	☐	☐	☒	C	☐	☐	☒	D	☐	☒	☐	E	☐	☐	☒
	HP	TP	WP																								
A	☒	☐	☐																								
B	☐	☐	☒																								
C	☐	☐	☒																								
D	☐	☒	☐																								
E	☐	☐	☒																								
3 Entscheiden Sie, ob die Aussagen zur Funktion f bzw. zu ihrem Graphen wahr oder falsch sind.																											
a) Wendestellen von f sind Extremstellen von f' .		Wahr ☒ Falsch ☐																									
b) in einem Wendepunkt geht der Graph immer von einer Links- in eine Rechtskurve über.		Wahr ☐ Falsch ☒																									
c) Gilt $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$ und $f'''(x_0) \neq 0$, so ist $W(x_0 f(x_0))$ Sattelpunkt des Graphen von f .		Wahr ☐ Falsch ☒																									
4 Welche der angegebenen Stellen sind Wendestellen der Funktion f mit $f(x) = x^4 - 6x^2 - 8x$? $x_1 = -3$, $x_2 = -2$, $x_3 = -1$, $x_4 = 1$, $x_5 = 2$, $x_6 = 3$																											
		Wendestellen sind ☒ x_1 ☐ x_2 ☐ x_3 ☐ x_4 ☐ x_5 ☒ x_6																									
5 Welche der angegebenen Gleichungen gehören zu Wendetangenten an den Graphen von f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^3 + 1$																											
a) $y = x$ b) $y = 1$ c) $x = 1$ d) $y = x + 1,5$		Gleichungen zu Wendetangenten sind: a) ☐ d) ☒ b) ☐ e) ☐ c) ☐ f) ☒																									
6 Bestimmen Sie mit dem GTR die Wendepunkte des Graphen von f mit $f(x) = 2x^4 + 8x^3 - 7x + 3$.																											
		Wendepunkte $W_1(-2 -15)$; $W_2(0 3)$																									
7 Jede ganzrationale Funktion...																											
a) ...mit ungeradem Grad größer 1 hat mindestens eine Wendestelle.		Richtig ☒ Falsch ☐																									
b) ...die symmetrisch zur y-Achse ist, hat mindestens eine Wendestelle.		Richtig ☒ Falsch ☐																									

WADI Kursstufe C40		Integralfunktion																
Name: <u>Dora</u>		Klasse: <u>KS I</u>																
1 Entscheiden Sie, ob jeweils eine Integralfunktion zu f mit $f(x) = x - 1$ vorliegt.	Integralfunktion	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Ja</th> <th>Nein</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) $\int_2^x f(t) dt$</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>b) $\int_2^5 f(t) dt$</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>c) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4$</td> <td>☐</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>d) $\int_0^x f(x) dx$</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> </tbody> </table>			Ja	Nein	a) $\int_2^x f(t) dt$	☐	☒	b) $\int_2^5 f(t) dt$	☒	☐	c) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4$	☐	☐	d) $\int_0^x f(x) dx$	☐	☒
	Ja	Nein																
a) $\int_2^x f(t) dt$	☐	☒																
b) $\int_2^5 f(t) dt$	☒	☐																
c) $\frac{1}{2}x^2 - x - 4$	☐	☐																
d) $\int_0^x f(x) dx$	☐	☒																
2 Sind die Aussagen zu Integralfunktionen I von f wahr oder falsch?		<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Wahr</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a) $I_{-1}(x) > 0$ für $-1 \leq x \leq 3$.</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>b) $I_3(x) < 0$ für $x \geq 3$.</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>c) $I_{2,5}(4) > 0$</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>d) $I_3(3) = 0$ und $I_2(2) \neq 0$</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> </tbody> </table>			Wahr	Falsch	a) $I_{-1}(x) > 0$ für $-1 \leq x \leq 3$.	☒	☐	b) $I_3(x) < 0$ für $x \geq 3$.	☒	☐	c) $I_{2,5}(4) > 0$	☐	☒	d) $I_3(3) = 0$ und $I_2(2) \neq 0$	☒	☐
	Wahr	Falsch																
a) $I_{-1}(x) > 0$ für $-1 \leq x \leq 3$.	☒	☐																
b) $I_3(x) < 0$ für $x \geq 3$.	☒	☐																
c) $I_{2,5}(4) > 0$	☐	☒																
d) $I_3(3) = 0$ und $I_2(2) \neq 0$	☒	☐																
3 Wie lautet die Integralfunktion I_a zur Funktion f ?		a) $I_0 = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ b) $I_1 = \frac{1}{2}x^2 + 3x$																
4 Welcher GTR Befehl stellt die Integralfunktion I_1 zur Funktion f mit $f(x) = x^2$ dar?	<table border="1"> <tr> <td>Plot1 Plot2 Plot3</td> <td>Plot1 Plot2 Plot3</td> </tr> <tr> <td>$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, 1, X)$</td> <td>$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, X)$</td> </tr> <tr> <td>$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, 1)$</td> <td>$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X, X^2, 1)$</td> </tr> </table>	Plot1 Plot2 Plot3	Plot1 Plot2 Plot3	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, 1, X)$	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, X)$	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, 1)$	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X, X^2, 1)$	Kreuzen Sie das Feld mit dem richtigen Befehl an: <table border="1"> <tr> <td>☐</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> </table>		☐	☐	☒	☐					
Plot1 Plot2 Plot3	Plot1 Plot2 Plot3																	
$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, 1, X)$	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, X)$																	
$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X^2, X, 1)$	$\sqrt{Y1} \Rightarrow \text{fInt}(X, X^2, 1)$																	
☐	☐																	
☒	☐																	
5 Den Graphen einer Funktion f zeigt Abb. 1. In Abb. 2 sind Stammfunktionen von f dargestellt. Ist eine davon die Integralfunktion I_{-2} ?		A ☐ B ☐ C ☒ keine ☐																
6 a) Integralfunktionen enthalten immer Integralzeichen. b) Integralfunktionen sind spezielle Stammfunktionen. c) Die Funktionswerte einer Integralfunktion erhält man mithilfe der orientierten Flächeninhalte.	<table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Richtig</th> <th>Falsch</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a)</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> <tr> <td>b)</td> <td>☒</td> <td>☐</td> </tr> <tr> <td>c)</td> <td>☐</td> <td>☒</td> </tr> </tbody> </table>				Richtig	Falsch	a)	☐	☒	b)	☒	☐	c)	☐	☒			
	Richtig	Falsch																
a)	☐	☒																
b)	☒	☐																
c)	☐	☒																



Literatur

- **Bruder, R.; Leuders, T.; Büchter, A.:** Mathematikunterricht entwickeln. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor 2008
- **Staatl. Seminar f. Didaktik und Lehrerbildung (Gymnasien) Rottweil:** WADI – Wachhalten und Diagnostizieren von Grundkenntnissen und Grundfertigkeiten im Fach Mathematik Klassenstufe 9/10 Teil 2: Stuttgart: Landesinstitut für Schulentwicklung 2010 S – M – 82
- **Download aller WADI-Hefte** unter:
<http://lehrerfortbildung-bw.de/faecher/mathematik/gym/fb1/modul4/>
- **Reif, Rosle :** „Selbst- und Partnerdiagnose im Mathematikunterricht“ in: Diagnostizieren und Fördern, Seelze 2006
- **Hußmann, S.; Leuders, T.; Prediger, S.:** „Schülerleistungen verstehen – Diagnose im Alltag“, in: Praxis der Mathematik in der Schule, Heft 15, Leipzig 2007
- **Jordan, A.; vom Hofe, R.:** „Diagnose von Schülerleistungen“ in mathematik lehren 150; Seelze 2008