

Arbeitsblatt 1: Herleitung der Potenzregel

Ziel: Zu den Potenzfunktionen $f(x) = x^2$; $f(x) = x^3$; $f(x) = x^4$ usw. soll die Ableitung gefunden werden.

Aufgabe 1 Bearbeiten Sie die Zeilen mit $f(x) = x^3$ und $f(x) = x^4$.

Funktion f mit $f(x) = \dots$	Differenzenquotient an der Stelle x $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	Vereinfachen des Differenzenquotienten (siehe Hilfsmittel binomische Formeln)	Für $h \rightarrow 0$ strebt der Differenzenquotient gegen den Grenzwert ...	Ergebnis: Die Ableitung $f'(x)$ ist ...
$f(x) = x^2$	$\frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$	$= \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$ (mit h kürzen) $= 2x + h$	Grenzwert für $h \rightarrow 0$ ist $2x$	$f'(x) = 2x$
$f(x) = x^3$				
$f(x) = x^4$				

Hilfsmittel (binomische Formeln)

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad \text{also } (x+h)^2 = x^2 + 2xh + h^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3; \quad \text{also } (x+h)^3 = \dots\dots\dots$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4; \quad \text{also } (x+h)^4 = \dots\dots\dots$$

Aufgabe 2a) Tragen Sie die Ergebnisse aus Aufgabe 1 in die Tabelle ein.

Funktion	$f(x) = x^1$	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^4$	$f(x) = x^5$	$f(x) = x^6$	$f(x) = x^7$
Ableitung	$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$	$f'(x) =$

b) Aus der Tabelle ist eine Regel zu erkennen, wie man die Ableitung einer Potenzfunktion auch ohne Berechnung durch Veränderung des Funktionsterms von f erhalten kann. Ergänzen Sie die Regel:

Die Hochzahl wird und

vor die x-Potenz kommt als Faktor .

Ergänzen Sie auf diese Weise die fehlenden Ableitungen in der Tabelle.

Aufgabe 3 Ergänzen Sie mit dem Ergebnis aus Aufgabe 3 den mathematischen Satz:

Potenzregel

Eine Potenzfunktion der Form $f(x) = x^n$ ($n = 1; 2; 3; \dots$) hat die Ableitung $f'(x) = \dots\dots\dots$

Aufgabe 4 Prüfen Sie, ob die Potenzregel auch für die Hochzahl 0 gilt, also für die Funktion $f(x) = x^0$. Bestimmen Sie dazu die Ableitung von f anschaulich mit Hilfe des Graphen von f; vergleichen Sie mit der Ableitung, wie sie sich aus der Potenzregel ergeben würde.