

Arbeitsblatt 3: Das Pascalsche Dreieck

Ziel: Sie sollen nach Bearbeitung dieses Blattes Terme (Binome) der Form $(a+b)^n$ ($n = 2; 3; 4; \dots$) zügig als Summe schreiben können und wissen, wie diese Summe aufgebaut ist.

Aufgabe 1 Die Potenz $(a+b)^2$ ergibt als Summe geschrieben: $(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

Die Potenz $(a + b)^3$ kann man so als Summe schreiben:

$$(a+b)^3 = (a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a + b) = \dots$$

Berechnen Sie diese Summe.

Schreiben Sie die Summanden geordnet, beginnend mit der höchsten Potenz von a, nach absteigenden Potenzen von a; also:

$$(a+b)^3 = a^3 + \underline{\quad} a^2 b^1 + \underline{\quad} a^1 b^2 + b^3 \quad (\text{Ergänzen Sie die Zahlen an den Stellen } \underline{\quad}).$$

Aufgabe 2a) Wie könnte das unten stehende **Pascalsche Dreieck** aufgebaut sein? Füllen Sie die Kästchen im Dreieck bis zur 10-ten Zeile aus.

0											1									
1										1		1								
2									1		2		1							
3									1		3		3		1					
4									1		4		6		4		1			
5									1								1			
6									1										1	
7									1										1	
8									1										1	
9									1										1	
10									1										1	

b) Wie hätten Sie die Terme $(a+b)^2$ und $(a+b)^3$ aus Aufgabe 1 mit Hilfe dieser Tabelle schnell als Summe hinschreiben können?

c) Schreiben Sie die folgenden Terme mithilfe des Pascal'schen Dreiecks direkt als Summe, das heißt ohne Schritt für Schritt auszumultiplizieren.

$$(a+b)^4 = a^4 + \underline{\quad} a^3 b^1 + \underline{\quad} a^2 b^2 + \underline{\quad} a^1 b^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = \dots$$

$$(x+h)^3 = \dots$$

$$(x+h)^7 = \dots$$

Aufgabe 3 Beantworten Sie diese Fragen ohne Rechnung, nur durch Nachdenken.

Der Term $(x + h)^{100}$ soll als Summe geschrieben werden.

a) Wie viele Summanden enthalten keinen Faktor h? Wie lauten diese Summanden?

b) Wie viele Summanden enthalten genau den Faktor h^1 ? Wie lauten diese Summanden?

Aufgabe 4 Dieses Rechenschema funktioniert noch bei weiteren Termen. Schreiben Sie als Summe:

$$(2 + b)^3 = \dots \quad (x - y)^3 = \dots$$

$$(x - 1)^6 = \dots \quad (2x + 1)^4 = \dots$$