

Arbeitsblatt 4: **Die Ableitungen von  $f(x) = \frac{1}{x}$ ;  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ;  $f(x) = \frac{1}{x^3}$ ; ...**

**Ziel:** Zu den Funktionen  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$  und  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  soll die Ableitung gefunden werden.

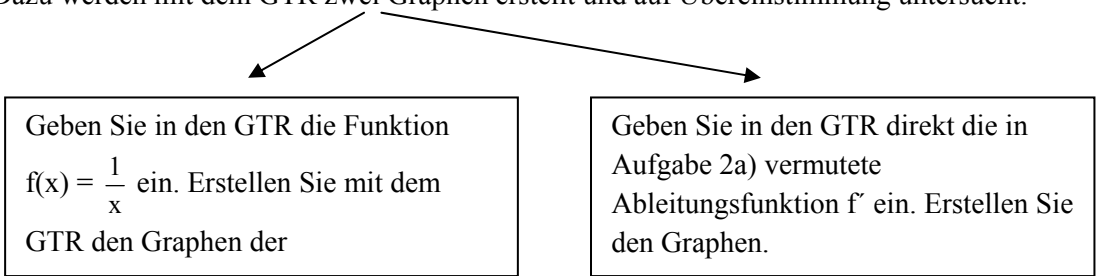
**Aufgabe 1a)** Welche Zahlen sind gleich?  $\frac{1}{5}$ ;  $5^{-2}$ ;  $5^2$ ;  $-5$ ;  $5^{-1}$ ;  $\frac{1}{25}$ ;  $-25$ ;  $\frac{1}{5^2}$ .

b) Die Funktionsterme  $\frac{1}{x}$ ;  $\frac{1}{x^2}$ ;  $\frac{1}{x^3}$  kann man ohne Bruchstrich als Potenz schreiben. Ergänzen Sie jeweils die Hochzahl:  $f(x) = \frac{1}{x} = x^{\dots}$ ;  $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{\dots}$ ;  $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{\dots}$ .

**Aufgabe 2** Das Ableiten von  $f(x) = x^n$  mit der Potenzregel ist bisher nur für die Hochzahlen 0; 1; 2; 3; ... begründet. Falls diese Regel auch für die Hochzahlen -1; -2; -3; ... gelten würde, dann würde für die Ableitungen gelten (ergänzen Sie):

- a)  $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$   
 b)  $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$   
 c)  $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$

**Aufgabe 3** Hier wird untersucht, ob die vermutete Ableitung aus Aufgabe 2a) richtig sein kann. Dazu werden mit dem GTR zwei Graphen erstellt und auf Übereinstimmung untersucht.



Beachte: Vergleichen Sie die Funktionswerte auch mithilfe von Wertetabellen.

Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2a) wird durch den Vergleich der Graphen

- nicht bestätigt       bestätigt.

**Aufgabe 4** Führen Sie den Vergleich aus Aufgabe 3 für die Funktionen  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  und  $f(x) = \frac{1}{x^3}$  durch.

- Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2b) wird  nicht bestätigt       bestätigt.  
 Die Vermutung aus Aufgabe 2c) wird  nicht bestätigt       bestätigt

**Aufgabe 5a)** Ergänzen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 3 und 4 den mathematische Satz:

Eine Potenzfunktion der Form  $f(x) = x^z$  ( $z \in \mathbb{Z}$ ) hat die Ableitung  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

b) Kreuzen Sie an, welche Funktion man aufgrund dieses Satzes ableiten kann und leiten Sie sie ab.

- $f(x) = x^{-27}$ . Ableitung: . . . . .        $f(x) = \frac{1}{x^{10}}$ . Ableitung: . . . . .  
  $f(x) = x^2 \cdot x^{-6}$ . Ableitung: . . . . .        $f(x) = \sqrt{x}$ . Ableitung: . . . . .