

Arbeitsblatt 5: **Die Ableitungen von**  $f(x) = \frac{1}{x}$  ;  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  ;  $f(x) = \frac{1}{x^3}$  ; ...

**Ziel:** Zu den Funktionen  $f$  mit  $f(x) = \frac{1}{x}$  und  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  soll die Ableitung gefunden werden.

**Aufgabe 1a)** Welche Zahlen sind gleich?  $\frac{1}{5}$ ;  $5^{-2}$ ;  $5^2$ ;  $-5$ ;  $5^{-1}$ ;  $\frac{1}{25}$ ;  $-25$ ;  $\frac{1}{5^2}$ .

b) Die Funktionsterme  $\frac{1}{x}$ ;  $\frac{1}{x^2}$ ;  $\frac{1}{x^3}$  kann man ohne Bruchstrich als Potenz schreiben. Ergänzen Sie

die Hochzahl:  $f(x) = \frac{1}{x} = x^{\dots}$  ;  $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{\dots}$  ;  $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{\dots}$  .

**Aufgabe 2** Das Ableiten von  $f(x) = x^n$  mit der Potenzregel ist bisher nur für die Hochzahlen 0; 1; 2; 3; ... begründet. Falls diese Regel auch für die Hochzahlen -1; -2; -3; ... gelten würde, dann würde für die Ableitungen gelten (ergänzen Sie):

a)  $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$

b)  $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$

c)  $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$  ; Vermutung für die Ableitung  $f'(x) = \dots x^{\dots} = \frac{\dots}{x^{\dots}}$

**Aufgabe 3** Hier wird untersucht, ob die vermutete Ableitung aus Aufgabe 2a) richtig sein kann. Dazu werden zwei Wertetabellen erstellt und auf Übereinstimmung untersucht.

Tragen Sie in die Tabelle die <u>graphisch ermittelten</u> Werte der Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ ein. Benutzen Sie dazu <u>Figur 1</u> auf dem <u>Zusatzblatt</u> .	Tragen Sie in die Tabelle die Werte der vermuteten Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ ein, so wie sie sich in 2a) mit der Potenzregel ergeben würde.																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">f'(x)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-1	0,5	1	2	3	f'(x)						<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">0,5</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;"><math>-\frac{1}{x^2}</math></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-1	0,5	1	2	3	$-\frac{1}{x^2}$					
x	-1	0,5	1	2	3																				
f'(x)																									
x	-1	0,5	1	2	3																				
$-\frac{1}{x^2}$																									

Vergleichen Sie die Werte in den Wertetabellen.

Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2a) wird durch den Vergleich der Graphen

- nicht bestätigt       bestätigt.

**Aufgabe 4** Führen Sie den Vergleich aus Aufgabe 3 für die Funktion  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  durch (Figur 2 Zusatzblatt)

Graphisch ermittelte Werte der Ableitung von $f$ .	Vermutete Werte der Ableitung nach Aufg. 2b.																								
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">f'(x)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-2	-1	1	2	3	f'(x)						<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px;">x</td> <td style="padding: 2px;">-2</td> <td style="padding: 2px;">-1</td> <td style="padding: 2px;">1</td> <td style="padding: 2px;">2</td> <td style="padding: 2px;">3</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px;">f' aus 2b)</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	x	-2	-1	1	2	3	f' aus 2b)					
x	-2	-1	1	2	3																				
f'(x)																									
x	-2	-1	1	2	3																				
f' aus 2b)																									

Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2b) wird  nicht bestätigt       bestätigt.

**Aufgabe 5a)** Ergänzen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 3 und 4 den mathematischen Satz:

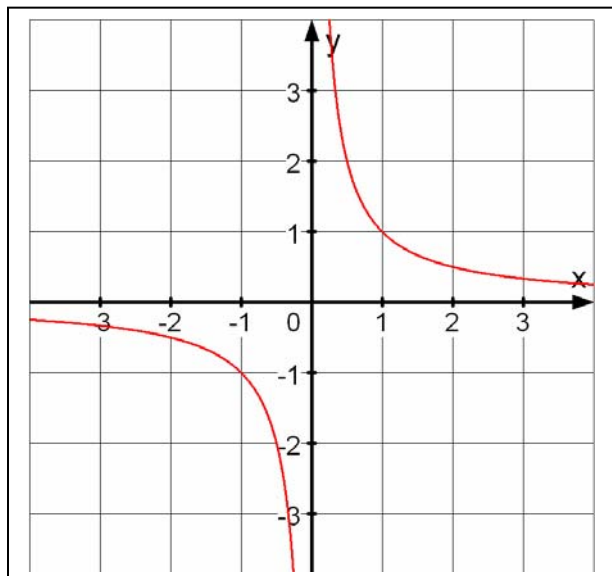
Eine Potenzfunktion der Form  $f(x) = x^z$  ( $z \in \mathbb{Z}$ ) hat die Ableitung  $f'(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

b) Kreuzen Sie an, welche Funktion man aufgrund dieses Satzes ableiten kann und leiten Sie sie ab.

□  $f(x) = x^{-27}$ .  $f'(x) = \dots$ ; □  $f(x) = \frac{1}{x^{10}}$ .  $f'(x) = \dots$ ; □  $f(x) = \sqrt{x}$ .  $f'(x) = \dots$

**Zusatzblatt zu AB 5**

Figur 1:  $f(x) = \frac{1}{x}$ .



Figur 2:  $f(x) = \frac{1}{x^2}$ .

