

Arbeitsblatt 5: **Die Ableitungen von $f(x) = \frac{1}{x}$; $f(x) = \frac{1}{x^2}$; $f(x) = \frac{1}{x^3}$; ...**

Ziel: Zu den Funktionen f mit $f(x) = \frac{1}{x}$ und $f(x) = \frac{1}{x^2}$ soll die Ableitung gefunden werden.

Aufgabe 1a) Welche Zahlen sind gleich? $\frac{1}{5}; 5^{-2}; 5^2; -5; 5^{-1}; \frac{1}{25}; -25; \frac{1}{5^2}$.

b) Die Funktionsterme $\frac{1}{x}; \frac{1}{x^2}; \frac{1}{x^3}$ kann man ohne Bruchstrich als Potenz schreiben. Ergänzen Sie

die Hochzahl: $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$; $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$; $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$.

Aufgabe 2 Das Ableiten von $f(x) = x^n$ mit der Potenzregel ist bisher nur für die Hochzahlen 0; 1; 2; 3; ... begründet. Falls diese Regel auch für die Hochzahlen -1; -2; -3; ... gelten würde, dann würde für die Ableitungen gelten (ergänzen Sie):

a) $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$; Vermutung für die Ableitung $f'(x) = \dots x^{-1} = \frac{\dots}{x^{-1}}$

b) $f(x) = \frac{1}{x^2} = x^{-2}$; Vermutung für die Ableitung $f'(x) = \dots x^{-2} = \frac{\dots}{x^{-2}}$

c) $f(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$; Vermutung für die Ableitung $f'(x) = \dots x^{-3} = \frac{\dots}{x^{-3}}$

Aufgabe 3 Hier wird untersucht, ob die vermutete Ableitung aus Aufgabe 2a) richtig sein kann. Dazu werden zwei Wertetabellen erstellt und auf Übereinstimmung untersucht.

Tragen Sie in die Tabelle die <u>graphisch ermittelten</u> Werte der Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ ein. Benutzen Sie dazu <u>Figur 1 auf dem Zusatzblatt</u> .						Tragen Sie in die Tabelle die Werte der vermuteten Ableitung von $f(x) = \frac{1}{x}$ ein, so wie sie sich in 2a) mit der Potenzregel ergeben würde.																													
<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>-1</th><th>0,5</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$f'(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>						x	-1	0,5	1	2	3	$f'(x)$						<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th><th>-1</th><th>0,5</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$-\frac{1}{x^2}$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>						x	-1	0,5	1	2	3	$-\frac{1}{x^2}$					
x	-1	0,5	1	2	3																														
$f'(x)$																																			
x	-1	0,5	1	2	3																														
$-\frac{1}{x^2}$																																			

Vergleichen Sie die Werte in den Wertetabellen.

Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2a) wird durch den Vergleich der Graphen

nicht bestätigt bestätigt.

Aufgabe 4 Führen Sie den Vergleich aus Aufgabe 3 für die Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$ durch (Figur 2

Zusatzblatt)

Graphisch ermittelte Werte der Ableitung von f .					Vermutete Werte der Ableitung nach Aufg. 2b.				
x	-2	-1	1	2	x	-2	-1	1	2
$f'(x)$					f' aus 2b)				

Ergebnis: Die Vermutung aus Aufgabe 2b) wird

nicht bestätigt bestätigt.

Aufgabe 5a) Ergänzen Sie mit den Ergebnissen aus Aufgabe 3 und 4 den mathematischen Satz:

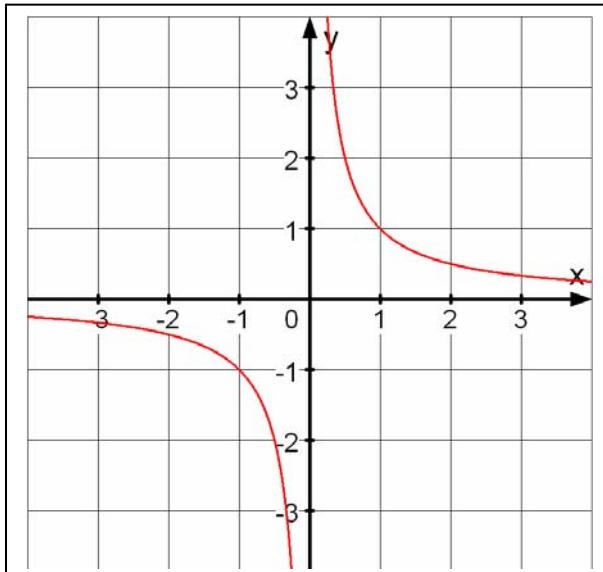
Eine Potenzfunktion der Form $f(x) = x^z$ ($z \in \mathbb{Z}$) hat die Ableitung $f'(x) = \dots$.

b) Kreuzen Sie an, welche Funktion man aufgrund dieses Satzes ableiten kann und leiten Sie sie ab.

$f(x) = x^{-27}$. $f'(x) = \dots$; $f(x) = \frac{1}{x^{10}}$. $f'(x) = \dots$; $f(x) = \sqrt{x}$. $f'(x) = \dots$

Zusatzblatt zu AB 5

Figur 1: $f(x) = \frac{1}{x}$.



Figur 2: $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

