

## Arbeitsblatt 9: Herleitung der Summenregel

**Ziel:** Es soll eine Regel für die Ableitung einer zusammengesetzten Funktion  $f(x) = g(x) + h(x)$  gefunden werden, falls die Ableitungen von  $g$  und  $h$  bekannt sind.

„Grundfunktionen“ der Form  $g(x) = x^z$  kann man mit der Potenzregel ableiten. Aus diesen Grundfunktionen kann man neue Funktionen zusammensetzen, zum Beispiel

$f(x) = x^2 + x^3$  ist die Summe der Funktionen  $g(x) = x^2$  und  $h(x) = x^3$ .

Allgemein kann man so zu beliebigen Funktionen  $g$  und  $h$  eine neue Funktion der Form  $f(x) = g(x) + h(x)$  bilden.

### Aufgabe 1

Gegeben:  $g(x) = 0,25 \cdot x^2$  und  $h(x) = 0,5 \cdot x$  (siehe Figur 1).

a) Der Funktionsterm von  $f(x) = g(x) + h(x)$

lautet:  $f(x) = \dots \dots \dots$

Zeichnen Sie den Graph von  $f$  in Figur 1 ein (evtl. mit Hilfe des GTR).

b) Hier wird untersucht, wie sich das Plus-Zeichen im Funktionsterm  $g(x) + h(x)$  auf die Ableitung von  $f$  auswirkt.

Dazu werden zwei verschiedene Zugänge verglichen:

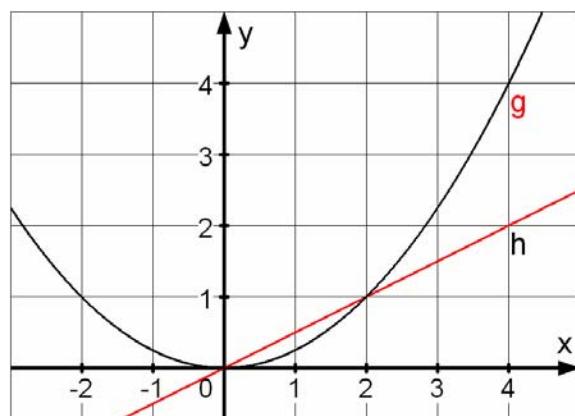
(1) Bestimmen Sie mit der Faktorregel

$g'(x) = \dots \dots \dots$  und  $h'(x) = \dots \dots \dots$

Berechnen Sie die Werte der ersten drei Zeilen in der Tabelle.

(2) Bestimmen Sie die Werte der letzten Tabellezeile graphisch in Fig 1.

Figur 1



x	0	2	4
$g'(x)$ berechnet			
$h'(x)$ berechnet			
$g'(x) + h'(x)$ berechnet			
$f'(x)$ gemessen (GTR)			

**Vermutetes Ergebnis:** Sind die Ableitungen  $g'$  von  $g$  und  $h'$  von  $h$  bekannt, dann ist die Ableitung der Summe  $f(x) = g(x) + h(x)$  von  $g$  und  $h$ :  $f'(x) = \dots \dots \dots$

### Aufgabe 2 Die Vermutung aus Aufgabe 1 richtig und heißt **Summenregel**.

Ordnen Sie die Kärtchen zu einem Beweis der Summenregel. Beginnen Sie mit \*.

Der Differenzenquotient von $f$ wird auf $g$ und $h$ zurückgeführt	$\frac{g(x+h) - g(x)}{h} + \frac{h(x+h) - h(x)}{h}$	*Differenzenquotient von $f$ an der Stelle $x$
$g'(x) + h'(x)$	$\frac{[g(x+h) - g(x)] + [h(x+h) - h(x)]}{h}$	strebt für $h \rightarrow 0$ gegen
$\frac{g(x+h) + h(x+h) - g(x) - h(x)}{h}$	$\frac{\frac{g(x+h) + h(x+h) - g(x) - h(x)}{h} - [g(x) + h(x)]}{h}$	

### Aufgabe 3 Leiten Sie mit Hilfe der Faktorregel und der Summenregel ab.

a)  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 + 1$ ;  $f'(x) = \dots \dots \dots$     b)  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 0,6x^2 - x$ ;  $f'(x) = \dots \dots \dots$