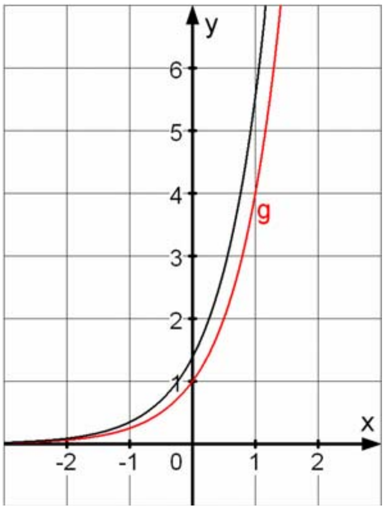
Arbeitsblatt 11: **Einführung der Funktion $f(x) = e^x$ und ihrer Ableitung**

Ziel: Das Auffinden von Ableitungen zu Exponentialfunktionen der Form $f(x)= a^x$; z.B. $f(x)=2^x$.
(Beachte: Bei 2^x steht x als Hochzahl, nicht als Grundzahl wie bei x^2.)

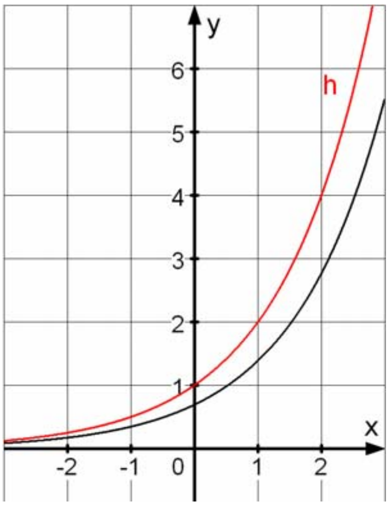
A

$g(x) = 4^x$



B

$h(x) = 2^x$



Aufgabe 1 In **A** sind die Graphen der Funktion $g(x) = 4^x$ und ihrer Ableitung g´ abgebildet.
a) Erzeugen Sie diese Graphen und die Wertetabellen auf dem GTR.
b) Der Graph von g´ liegt oberhalb des Graphen von g.
Man kann vermuten: Es gibt eine Zahl k mit
$g'(x) = k \cdot g(x)$, also $\frac{g'(x)}{g(x)} = k$.
Füllen Sie zur Kontrolle dieser Vermutung die Tabelle aus. Nutzen Sie dazu den GTR.

x	-1	0	1	2
g(x)				
g´(x)				
$\frac{g'(x)}{g(x)}$				

(Erzeugen Sie mit dem GTR einen Graphen und eine Tabelle zum Funktionsterm $\frac{g'(x)}{g(x)}$).

Vermutung: Die Funktion $g(x) = 4^x$ hat die Ableitung $g'(x) \approx$ . . . . . $\cdot\ 4^x$.

Aufgabe 2 In **B** liegt der Graph von h´ unterhalb des Graphen von $h(x) = 2^x$. Ergänzen Sie die Tabelle wie in Aufgabe 1. Vermutung:
Die Funktion $h(x)=2^x$ hat die Ableitung $h'(x) \approx$ . . . . . $\cdot\ 2^x$.

x	-1	0	1	2
h(x)				
h´(x)				
$\frac{h'(x)}{h(x)}$				

Aufgabe 3 In A und B liegt der Graph der Ableitung oberhalb bzw. unterhalb vom Graphen der Funktion. Suchen Sie mit dem GTR eine Funktion $f(x) = a^x$, deren Graph mit dem Graph der Ableitung f´ übereinstimmt. Variieren Sie dabei die Grundzahl a.
Ergebnis: Die Funktion $f(x) = a^x$ mit $a \approx$ . . . . . ergibt abgeleitet sich selbst.

Aufgabe 4 Die in Aufgabe 3 gefundene Zahl a nennt man die **Euler´sche Zahl e** ($e \approx$ . . . . .)
Man kann die Zahl e nur näherungsweise angeben. Es gilt nach Aufgabe 3:

Die Ableitung der Funktion $f(x) = e^x$ ist $f'(x) = e^x$.

Leite ab: a) $f(x) = 2 \cdot e^x$ b) $f(x) = e^x + x^2$ c) $f(x) = \frac{1}{4} \cdot e^x$ d) $f(x) = -e^x$
e) $f(x) = e^x + e^x$ f) $f(x) = 1 - e^x$ g) $f(x) = -1{,}5 \cdot e^x$ h) $f(x) = 3^2 \cdot e^x$