

Arbeitsblatt 12: Die Verkettung von Funktionen

Ziel: Kennenlernen einer neuen Methode, zwei Funktionen zu einer neuen Funktion zusammen zu setzen.

Aufgabe 1 Eine Funktion kann man als einen Automaten betrachten, in den man eine Zahl einwirft und der daraufhin eine bestimmte Zahl auswirft. Ergänzen Sie die Tabellen.

Eingabe	$g: x \mapsto \sqrt{x}$	Ausgabe
4	2	
100		
u		
$3z$	$\sqrt{3z}$	
$2x$		

Eingabe	$h: x \mapsto 2x+1$	Ausgabe
5	11	
0,2		
y		
$3u$		
$2x$		

Aufgabe 2

Man kann zwei Automaten (Funktionen) hintereinander schalten. In der linken Tabelle kommt zuerst der Automat g und dann der Automat h.

Ergänzen Sie die Tabelle.

Eingabe	$g: x \mapsto \sqrt{x}$	$h: x \mapsto 2x+1$	Ausgabe
9	3	7	
100			
u			
$3x$			
$x - 1$			
$\sin(x)$			

Aufgabe 4

In dieser Tabelle ist die Reihenfolge der Automaten(Funktionen) vertauscht. Hier kommt zuerst h und dann g.

Ergänzen Sie die Tabelle.

Eingabe	$h: x \mapsto 2x+1$	$g: x \mapsto \sqrt{x}$	Ausgabe
9			
100			
u			
$3x$			
$x - 1$			
$\sin(x)$			

Aufgabe 3

Diese Hintereinanderschaltung von zwei Funktionen heißt **Verkettung von h und g**.

Je nach Reihenfolge ergeben sich die verschiedenen Funktionswerte

h(g(x)) (lies: h von g von x)	bzw.	g(h(x)) (lies: g von h von x).
g zuerst anwenden		h zuerst anwenden
g ist die innere, h die äußere Funktion		h ist die innere, g die äußere Funktion

Es ist $h(x) = x^2$ und $g(x) = x+1$. Berechnen Sie oder geben Sie den Funktionsterm an.

$$\begin{array}{llll} h(g(2)) = \dots & h(g(-1)) = \dots & h(g(u)) = \dots & h(g(x)) = \dots \\ g(h(2)) = \dots & g(h(-1)) = \dots & g(h(u)) = \dots & g(h(x)) = \dots \end{array}$$

Aufgabe 4 Die Verkettung der Funktionen g und h hat je nach Reihenfolge die Namen

$$\begin{array}{ll} \mathbf{h \circ g} \text{ (lies: h nach g)} & \text{bzw.} \\ (\mathbf{h \circ g})(x) = h(g(x)); & \text{bzw.} \end{array} \quad \begin{array}{l} \mathbf{g \circ h} \text{ (lies: g nach h)} \\ \mathbf{g \circ h}: x \mapsto g(h(x)) \end{array}$$

Bestimmen Sie zu $g(x) = x^2$ und $h(x) = 3x$ die Funktionsterme von $g \circ h$ und $h \circ g$.

$$\text{Funktionsterm von } g \circ h: \dots \quad \text{Funktionsterm von } h \circ g: \dots$$