

Problem: Wie wird die Nullhypothese gewählt ?

Ein Beispiel aus der Medizin

Ein pharmazeutisches Unternehmen hat ein neues Medikament entwickelt, das angeblich in weniger als 10 % der Anwendungen schädliche Nebenwirkungen zeigt. In einer Stichprobe wird das Medikament 150 Patienten verabreicht, von denen 8 Nebenwirkungen zeigen.

Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% annehmen, dass der Anteil der Nebenwirkungen unter 10% liegt?

A) Das Ergebnis der Stichprobe liefert einen Hinweis auf die Alternativhypothese

Bei diesem Beispiel liegt das Ergebnis der Stichprobe unter 10%, man vermutet daher einen Anteil unter 10%.

Daraus ergibt sich $H_1: p < 0.1$ und damit $H_0: p \geq 0.1$

Außerdem steckt die Alternativhypothese auch in der Fragestellung:

Kann man mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 5% annehmen, dass der Anteil der Nebenwirkungen unter 10% liegt?

Also: $H_0: p \geq 0.1$ (schädliches Medikament) $H_1: p < 0.1$

B) Konsequenzen aus dem Irrtum

Bei einem statistischen Test kann man die Irrtumswahrscheinlichkeit vorgeben; sie kann klein gewählt werden, um die Wahrscheinlichkeit für einen möglicherweise fatalen Irrtum klein zu halten.

Bei diesem Beispiel zwei mögliche Fehler:

- ein schädliches Medikament ($H_0: p \geq 0.1$) wird als harmlos eingestuft
- ein harmloses Medikament ($H_0: p \leq 0.1$) wird für gefährlich gehalten

Die Wahrscheinlichkeit für den ersten Fehler muss klein gehalten werden.

Also: $H_0: p \geq 0.1$ $H_1: p < 0.1$

C) Was will man mit dem Test erreichen?

Wenig Nebenwirkungen ist gut; das will man bestätigen, also ist $H_1: p < 0.1$ und damit $H_0: p \geq 0.1$.

Ein weiteres Beispiel: Labor

Ein Labor entwickelt einen neuen Impfstoff und testet ihn in einem Tierversuch mit 900 Mäusen.

Mit dem Impfstoff dürfen keine klinischen Studien an Menschen durchgeführt werden, wenn sich im Tierversuch in mindestens 2% der Fälle unerwünschte Nebenwirkungen zeigen.

Bestimmen Sie für eine Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens 1% eine Entscheidungsregel für den Test.

Lösung:

Aus der Sicht des Labors

Die Entwicklung des Impfstoffs war teuer, er soll daher eingesetzt werden.

Das Labor will also, dass in der Stichprobe wenig Fälle mit unerwünschten Nebenwirkungen sind: $H_1: p < 0.02$

Damit liegt auch die Nullhypothese fest: $H_0: p \geq 0.02$

Jetzt läuft der Formalismus ab:

$$H_0: p \geq 0.02 \quad H_1: p < 0.02$$

X: Anz. Der Mäuse mit Nebenwirkungen X ist im Extremfall B(900; 0.02)-verteilt

Ablehnung von H_0 bzw. Entscheidung zugunsten von H_1 bei **kleinen** Werten von X.

D.h. suche k so, dass $P(X \leq k) \leq 1\%$.

Wertetabelle des GTR liefert im Extremfall der Nullhypothese

den Ablehnungsbereich = [0; 8], der auch für alle $p \geq 0.02$ gilt.

Das Labor wird empfehlen, den Impfstoff einzusetzen, wenn in der Stichprobe höchstens 8 Mäuse mit Nebenwirkungen gefunden werden.

Konsequenzen bei Irrtum: Ein schlechter Impfstoff wird eingesetzt.

Aus der Sicht von jemandem, der den Impfstoff nicht eingeführt haben will

Er will also, dass bei einem Test zu viele Fälle mit unerwünschten Nebenwirkungen die Einführung des Impfstoffs verhindern: $H_1: p > 0.02$

Damit liegt auch die Nullhypothese fest: $H_0: p \leq 0.02$

Jetzt läuft der Formalismus ab:

$$H_0: p \leq 0.02 \quad H_1: p > 0.02$$

X: Anz. Der Mäuse mit Nebenwirkungen X ist im Extremfall B(900; 0.02)-verteilt

Ablehnung von H_0 bzw. Entscheidung zugunsten von H_1 bei **großen** Werten von X.

D.h. suche k so, dass $P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1) \leq 1\%$.

Wertetabelle des GTR liefert im Extremfall der Nullhypothese

den Ablehnungsbereich = [29; 900], der auch für alle $p \leq 0.02$ gilt.

Der Impfstoff wird nicht eingesetzt, wenn in der Stichprobe mindestens 29 Mäuse mit Nebenwirkungen gefunden werden.

Konsequenzen bei Irrtum: Ein guter Impfstoff wird nicht eingesetzt.