Thema der Unterrichtseinheit: Anwendungen des Skalarprodukts	
Methode: gestufte Aufgabenstellung / Arbeiten mit einem Kompetenzraster	Zeitbedarf: 60 Minuten + 30 Minuten Integrationsphase
Anzahl der Abstufungen: 3	

Stufe	Kompetenzerwerb
A	• Die Beziehung zwischen dem Wert des Skalarprodukts zweier Vektoren und der Orthogonalität zweier Vektoren kennen • Die Orthogonalität zweier Vektoren überprüfen • Orthogonale Vektoren angeben • Normalenvektor zu zwei gegebenen Vektoren berechnen • Informationsquellen nutzen, um grundlegendes mathematisches Wissen aufzubauen
B	• Koordinaten geeigneter Vektoren aus einem mathematischen Kontext ermitteln • Normalenvektor zu zwei Vektoren berechnen • Winkel zwischen Vektoren berechnen • Rechenergebnisse interpretieren und eine Schlussfolgerung daraus ziehen
C	• Zu einem Problem verschiedene Lösungswege entwickeln und beschreiben • Geometrische Objekte vektoriell beschreiben • Mithilfe von Vektoren beweisen
alle	• Die eigenen Fähigkeiten einschätzen • Den eigenen Lernprozess strukturieren

Bemerkungen

Ausgehend von einer Aufgabe schätzen Schülerinnen und Schüler ihren Kompetenzstand ein und bearbeiten aus einem Aufgabenpool die Aufgaben, die dazu geeignet sind, eine individuelle Weiterentwicklung zu ermöglichen. Dazu erhalten die Schüler einen Bogen, in dem die jeweiligen Kompetenzen aufgelistet sind und Aufgaben genannt werden, die zum Trainieren oder Weiterentwickeln geeignet sind.

Nach dem Bearbeiten der Ausgangsaufgabe entscheidet jeder Schüler für sich selbst, ob er zu den genannten Kompetenzen noch Übungsbedarf hat oder ob er sich fit fühlt. Im ersten Fall bearbeitet er die passenden Trainingsaufgaben, im zweiten Fall die weiterführenden Aufgaben.

Weiterführen / Vernetzen
Ausgangsaufgabe
Trainieren / Üben von Teilkompetenzen

	Kompetenz	**Trainingsaufgaben**	**Ausgangsaufgabe**	**Weiterführende Aufgaben**
Orthogonalität von VeVektoren	Ich kann angeben, wann zwei Vektoren orthogonal sind.	INFO: S. 167 Satz 5.3 Beispiel 1 und 2 nachlesen	S. 171/26	W1a
	Ich kann die Orthogonalität von Vektoren überprüfen.	T1a		W1b
	Ich kann zu einem gegebenen Vektor einen dazu orthogonalen Vektor angeben.	T1b		W1c
	Ich kann zu zwei gegebenen Vektoren einen dazu orthogonalen Vektor berechnen.	T1c		

Integrationsphase / Sicherung und Vertiefung
• Selbstständige Lösungskontrolle zu T1a-c (Lösungsblatt) • Gemeinsame Besprechung der Ausgangsaufgabe (einschließlich alternativer Vorgehensweisen, W1a) • Schülervortrag zu W1b oder W1c, ggf. Nachfragen

	Aufgabenstellung alle Aufgaben mit Ausnahme von W1a aus Fokus Mathematik Kursstufe Gymnasium Baden-Württemberg (2010), S. 167 - 172
Ausgangs-aufgabe	**26** Die Punkte $A(0\|0\|0)$, $B(1\|2\|3)$, $C(0\|2\|2)$ und $D(1\|0\|1)$ liegen in einer Ebene. Zeigen Sie dies, indem Sie einen gemeinsamen Lotvektor $\vec{n}$ auf zwei der Viereckseiten $ABCD$ finden und seinen Winkel mit den anderen beiden Viereckseiten prüfen.
INFO	**Satz 5.3** **Skalarprodukt und Orthogonalität von Vektoren** $\vec{a}\cdot\vec{b}=0 \;\Leftrightarrow\; \vec{a}\perp\vec{b}$. Mit diesem Satz werden Orthogonalitätsuntersuchungen sehr einfach. **Beispiele:** 1) Für $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\1\\-5\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\2\\2\end{pmatrix}$ gilt $\vec{a}\cdot\vec{b}=8+2-10=0$, also $\vec{a}\perp\vec{b}$. 2) Für $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\1\\-5\end{pmatrix}$ und $\vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\2\\2\end{pmatrix}$ gilt $\vec{a}\cdot\vec{b}=-6+2-10=-14$, also $\vec{a}\not\perp\vec{b}$.
T1a	**5** Untersuchen Sie, ob $\vec{a}$ und $\vec{b}$ zueinander orthogonal sind. a) $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\6\\-0{,}5\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1{,}5\\-0{,}6\\2{,}5\end{pmatrix}$ d) $\vec{a}=\begin{pmatrix}-5\\2\\7\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}4\\-3\\0\end{pmatrix}$ b) $\vec{a}=\begin{pmatrix}0{,}5\\3\\-9\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}5\\0{,}16\\0{,}3\end{pmatrix}$ e) $\vec{a}=\begin{pmatrix}10\\-5\\10\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}-11\\-2\\10\end{pmatrix}$ c) $\vec{a}=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}0\\-4\\6\end{pmatrix}$ f) $\vec{a}=\begin{pmatrix}14\\-2\\5\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}5\\10\\-10\end{pmatrix}$
T1b	**10** Ergänzen Sie die Vektoren $\begin{pmatrix}4\\1\\?\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}5\\2\\?\end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix}3\\?\\-4\end{pmatrix}$ so, dass sie zum Vektor $\begin{pmatrix}3\\2\\-1\end{pmatrix}$ orthogonal sind. Betrachten Sie alle diese Vektoren von einem gemeinsamen Punkt ausgehend und beschreiben Sie die Lage der Vektoren zueinander. Warum gibt es zu einem vorgegebenen Vektor beliebig viele Vektoren, die zu diesem orthogonal sind?

T1c	**17** Bestimmen Sie zwei Vektoren, die sowohl auf $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix}$ als auch auf $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ senkrecht stehen.
W1a	Es gibt weitere Lösungswege, um zu überprüfen, ob 4 Punkte in einer Ebene liegen. Beschreiben Sie diese an Hand von geeigneten Skizzen. Welchen Lösungsweg halten Sie für besonders geeignet. Begründen Sie!
W1b	**30** Zeigen Sie auf zwei Arten, dass die Diagonalen einer Raute senkrecht aufeinander stehen.
W1c	**32** Begründen Sie mithilfe von Vektoren: Liegt der Umkreismittelpunkt eines Dreiecks ABC auf $\overline{AB}$, dann ist $\gamma = \sphericalangle ACB = 90°$. Welcher Satz aus der Geometrie von Dreiecken wird hier bewiesen?

Literaturhinweis (Thema: Kompetenzraster / Selbsteinschätzungsbogen): mathematik lehren, Heft 156, Okt. 2009, S. 61 ff.