Aufgabenpool B-Teil – bemerkenswerte Teilaufgaben – Analysis

Konzeptionsgruppe Abitur 2024

Mögliches Fazit aus der Gruppenarbeit

- Vielfalt an Funktionstypen
- Anspruchsvoller c)-Teil, der an Hinführung zur Standardabweichung anknüpft
- e)- und d)-Teil wieder AB I
- Formulierung „knickfrei“
- K6 bzw. pbK 5: Beurteilen einer Aussage
- …

Überblick

- Wiederkehrende Aufgabentypen (WAu)
- Aufgaben mit Inhalten aus der Sekundarstufe I
- (noch) für Baden-Württemberg ungewohnte Aufgaben
- Aufgaben mit Konkretisierung der Operatoren
- Aufgaben mit Modellierungsaspekt (K3)

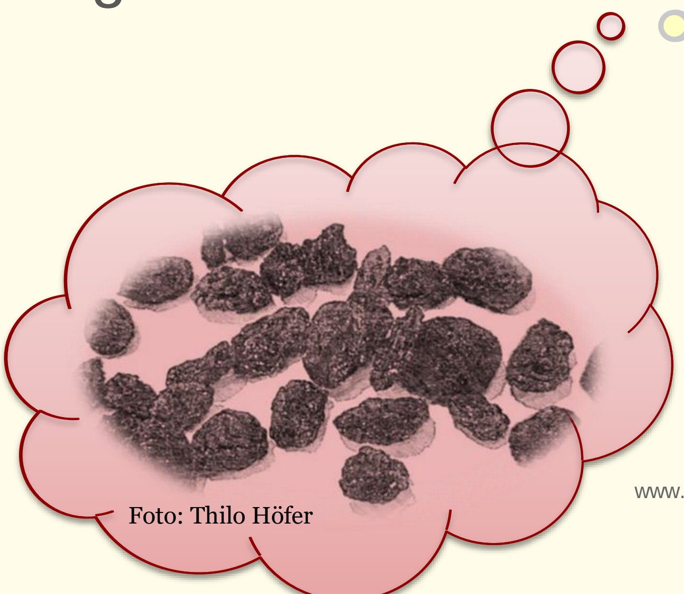
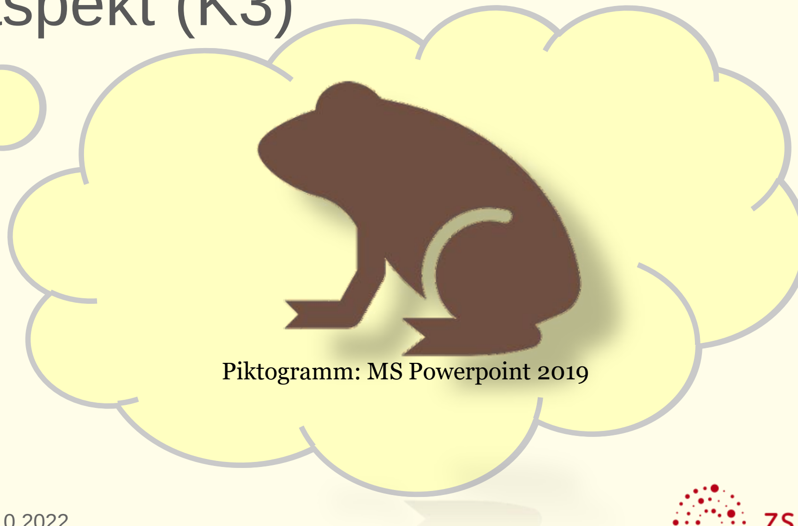


Foto: Thilo Höfer


Piktogramm: MS Powerpoint 2019

2019 WTR 1 1i

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Beurteilen von Aussagen

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in IR definierten Funktion h mit $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$.

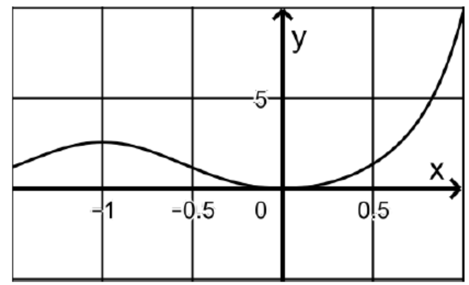


Abb. 1

i Beurteilen Sie mithilfe der Abbildung 1 die folgende Aussage:

Für $-1{,}5 \le x \le 1$ ändert sich beim Graphen jeder Stammfunktion von h genau einmal das Krümmungsverhalten.

Die Aussage ist falsch. Begründung: Das Krümmungsverhalten des Graphen einer Stammfunktion von h ändert sich für einen Wert von x, wenn der Graph von h dort einen Extrempunkt hat. Der Graph von h hat für $-1{,}5 \le x \le 1$ mehr als einen Extrempunkt.	3

K1 K4 K6
AB III

Mathematik

2020 WTR 2 1c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Beurteilen von Aussagen

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen einer in IR definierten ganzrationalen Funktion f vierten Grades. Die Tangente im Wendepunkt $W(4|18)$ des Graphen hat die Steigung -4.

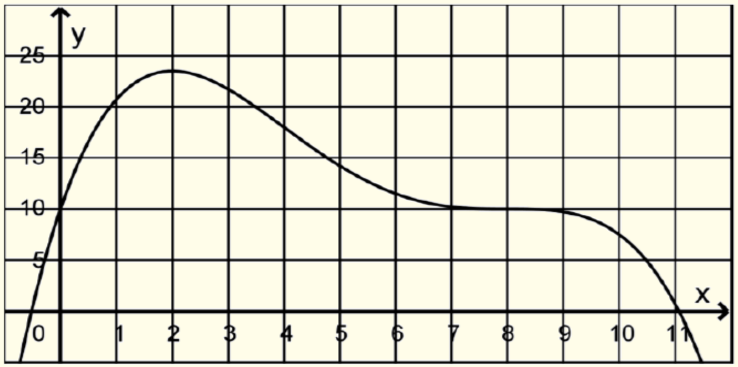


Abb. 1

c Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Für jede Stammfunktion F von f gilt $F(x+2) > F(x)+20$ für jeden Wert von $x \in [0;5]$.

Die Aussage ist richtig. Begründung: Für jeden Wert $x_0 \in [0;5]$ ist $F(x_0+2)-F(x_0)$ der Inhalt der Fläche, die der Graph von f mit der x-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = x_0$ und $x = x_0 + 2$ einschließt. Dieser Inhalt ist für jeden dieser Werte x_0 größer als der Flächeninhalt eines Rechtecks mit den Seitenlängen 2 und 10, d. h. größer als 20.	3

K1 K2 K4 K6
AB III

ZSL

MAThe matik

2020 WTR 3 2h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Beurteilen von Aussagen

Für die erste Ableitungsfunktion von f_k gilt $f_k'(x) = k \cdot e^{kx} - 1$.

h Betrachtet wird die folgende Behauptung:

Zu zwei beliebigen verschiedenen Graphen G_{k_1} und G_{k_2} gibt es einen Wert von x, für den die beiden Graphen die gleiche Steigung haben.

Unter der Voraussetzung, dass k_1 und k_2 positiv sind, ist die Behauptung richtig; bestimmen Sie den zugehörigen Wert von x. Entscheiden Sie, ob die Behauptung auch dann richtig sein kann, wenn entweder k_1 oder k_2 nicht positiv ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Für $k_1, k_2 > 0$ mit $k_1 \neq k_2$ gilt: $f_{k_1}'(x) = f_{k_2}'(x) \Leftrightarrow k_1 \cdot e^{k_1 x} = k_2 \cdot e^{k_2 x} \Leftrightarrow e^{(k_1 - k_2)\cdot x} = \frac{k_2}{k_1} \Leftrightarrow x = \frac{1}{k_1 - k_2} \cdot \ln \frac{k_2}{k_1}$ Es gilt $e^{kx} > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Damit hat die Gleichung $k_1 \cdot e^{k_1 x} = k_2 \cdot e^{k_2 x}$ keine Lösung, wenn entweder k_1 oder k_2 nicht positiv ist. In diesem Fall kann die Behauptung also nicht richtig sein.	5

K1 K2 K5 K6
AB III

ZSL

2020 WTR 1 3d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Informationen nutzen

Innerhalb eines Jahres schwankt die CO_2-Konzentration. Für einen bestimmten Zeitraum von acht Monaten lassen sich die gemessenen Werte modellhaft durch die in IR definierte Funktion $k: x \mapsto 3{,}3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 406$ beschreiben. Dabei ist x die in diesem Zeitraum vergangene Zeit in Monaten und $k(x)$ die CO_2-Konzentration in ppm. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass jeder Monat 30 Tage hat.

d Der durchschnittliche Funktionswert einer Funktion h im Intervall $[a;b]$ kann mithilfe der folgenden Überlegung bestimmt werden:

Schließt der Graph von h mit der x-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$ ein Flächenstück ein, so gibt es ein Rechteck der Länge $b - a$, das den gleichen Flächeninhalt wie das Flächenstück hat (vgl. Abbildung 2). Die Breite dieses Rechtecks stimmt mit dem Betrag des durchschnittlichen Funktionswerts von h im Intervall $[a;b]$ überein.

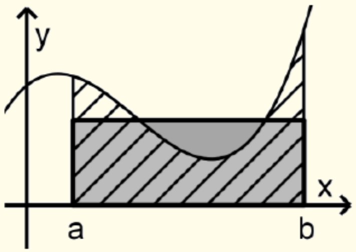


Abb. 2

Bestimmen Sie für den betrachteten Zeitraum von acht Monaten die prozentuale Abweichung des Maximums der CO_2-Konzentration von der durchschnittlichen CO_2-Konzentration.

2020 WTR 1 3d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Informationen nutzen

Innerhalb eines Jahres schwankt die CO_2-Konzentration. Für einen bestimmten Zeitraum von acht Monaten lassen sich die gemessenen Werte modellhaft durch die in IR definierte Funktion $k: x \mapsto 3{,}3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 406$ beschreiben. Dabei ist x die in diesem Zeitraum vergangene Zeit in Monaten und $k(x)$ die CO_2-Konzentration in ppm. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass jeder Monat 30 Tage hat.

d Der durchschnittliche Funktionswert einer Funktion h im Intervall $[a;b]$ kann mithilfe der folgenden Überlegung bestimmt werden:

Schließt der Graph von h mit der x-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$ ein Flächenstück ein, so gibt es ein Rechteck der Länge $b - a$, das den gleichen Flächeninhalt wie das Flächenstück hat (vgl. Abbildung 2). Die Breite dieses Rechtecks stimmt mit dem Betrag des durchschnittlichen Funktionswerts von h im Intervall $[a;b]$ überein.

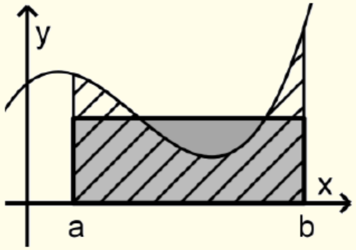


Abb. 2

Bestimmen Sie für den betrachteten Zeitraum von acht Monaten die prozentuale

Lösung	BE
$\frac{1}{8} \cdot \int_0^8 k(x)\,dx = \frac{1}{8} \cdot \left[-\frac{3{,}3 \cdot 6}{\pi} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 406x\right]_0^8 \approx 407{,}2$ $\frac{k(3) - 407{,}2}{407{,}2} = \frac{409{,}3 - 407{,}2}{407{,}2} \approx 0{,}5\,\%$	6

K3 K4 K5 K6
AB III

ZSL

2020 WTR 1 3d https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Innerhalb eines Jahres schwankt die CO_2-Konzentration. Für einen bestimmten Zeitraum von acht Monaten lassen sich die gemessenen Werte modellhaft durch die in IR definierte Funktion $k: x \mapsto 3{,}3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) + 406$ beschreiben. Dabei ist x die in diesem Zeitraum vergangene Zeit in Monaten und $k(x)$ die CO_2-Konzentration in ppm. Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass jeder Monat 30 Tage hat.

d Der durchschnittliche Funktionswert einer Funktion h im Intervall $[a;b]$ kann mithilfe der folgenden Überlegung bestimmt werden:

Schließt der Graph von h mit der x-Achse und den Geraden mit den Gleichungen $x = a$ und $x = b$ ein Flächenstück ein, so gibt es ein Rechteck der Länge $b - a$, das den gleichen Flächeninhalt wie das Flächenstück hat (vgl. Abbildung 2). Die Breite dieses Rechtecks stimmt mit dem Betrag des durchschnittlichen Funktionswerts von h im Intervall $[a;b]$ überein.

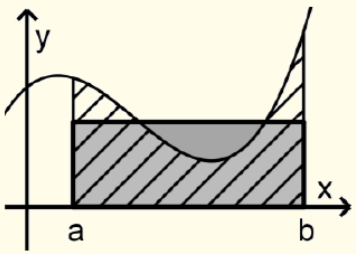


Abb. 2

Bestimmen Sie für den betrachteten Zeitraum von acht Monaten die prozentuale Abweichung des Maximums der CO_2-Konzentration von der durchschnittlichen CO_2-Konzentration.


Foto: Thilo Höfer


Piktogramm: MS Powerpoint 2019

Mathematik

2020 WTR 3 2c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Informationen nutzen

Gegeben ist die Schar der in IR definierten Funktionen $f_k : x \mapsto e^{kx} - x - 1$ mit $k \in \mathbb{R}$.
Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

Für die erste Ableitungsfunktion von f_k gilt $f_k'(x) = k \cdot e^{kx} - 1$.

c Beim Ableiten von f_k wurde die folgende Regel angewendet:

Betrachtet man differenzierbare Funktionen u, v und w mit $w(x) = v(u(x))$, so hat die erste Ableitungsfunktion von w den Term $w'(x) = v'(u(x)) \cdot u'(x)$.

Stellen Sie den Zusammenhang zwischen dem Ableiten von f_k und dieser Regel her, indem Sie für u, v und w jeweils einen passenden Funktionsterm angeben.

$u(x) = kx$, $v(x) = e^x$, $w(x) = e^{kx}$	3

K1 K4 K6
AB II

ZSL

Lösungsweg beschreiben

2020 WTR 1 2b

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Der Graph einer in $[0;3]$ definierten ganzrationalen Funktion g geht im Punkt $A(0\,|\,1{,}5)$ ohne Knick in die Gerade mit der Gleichung $y = 1{,}5$ über und im Punkt $B(3\,|\,-0{,}5)$ ohne Knick in die Gerade mit der Gleichung $y = -4x + 11{,}5$.

b Die Abbildung 1 zeigt den Graphen von g. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem der Abstand des Punkts $M(1{,}5\,|\,1)$ zum Graphen von g berechnet werden könnte, wenn der Funktionsterm von g bekannt wäre.

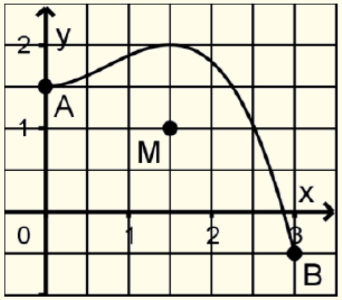


Abb. 1

Die Entfernungen von M zu den Punkten $(x\,|\,g(x))$ können in Abhängigkeit von x mithilfe der Funktion d mit $d(x) = \sqrt{(x-1{,}5)^2 + (g(x)-1)^2}$ bestimmt werden. Der Abbildung ist zu entnehmen, dass sich die kleinste dieser Entfernungen nicht für einen der Punkte A und B ergibt. Berechnet man für die Lösungen der Gleichung $d'(x) = 0$ mit $x \in\,]0;3[$ die zugehörigen Funktionswerte von d, so entspricht der kleinste dieser Werte dem gesuchten Abstand. 5

K1 K2 K6
AB III

ZSL

2018 WTR 1 1h https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Grafisches Argumentieren

Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit Definitionsmenge IR. G_f schneidet die x-Achse bei $x = 0$, $x = 5$ und $x = 10$ und verläuft durch den Punkt $(1|2)$.

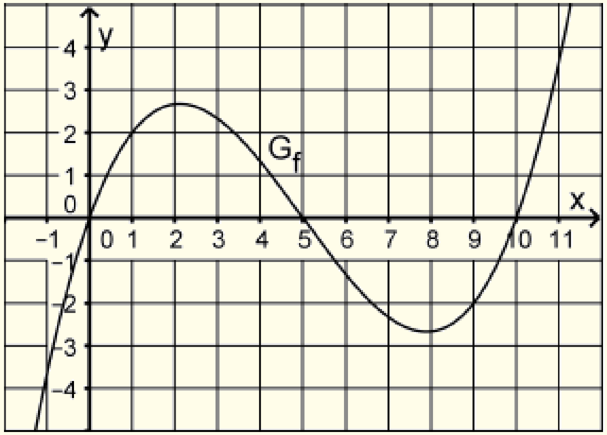


Abb. 1

a Ermitteln Sie einen Funktionsterm von f.

Für $0 \le x \le 5$ gilt, dass der Graph von f und der Graph einer trigonometrischen Funktion h

- die gleichen Schnittpunkte mit der x-Achse besitzen;
- beide nicht unterhalb der x-Achse verlaufen;
- jeweils mit der x-Achse eine Fläche des Inhalts $\frac{625}{72}$ einschließen.

h Begründen Sie, dass die Graphen von f und h für $0 < x < 5$ mindestens einen gemeinsamen Punkt haben.

2018 WTR 1 1h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Grafisches Argumentieren

Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mi
Definitionsmenge IR. G_f schneidet die x-Achse bei $x = 0$, $x = 5$ und $x = 10$ und verläuft durch den Punkt $(1|2)$.

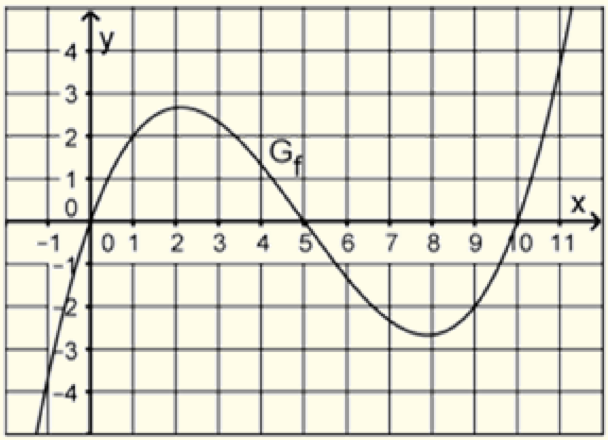


Abb. 1

Hätten die Graphen von f und h für $0 < x < 5$ keinen gemeinsamen Punkt, dann würde der Graph von f in diesem Bereich entweder vollständig oberhalb oder vollständig unterhalb des Graphen von h verlaufen. Dies ist jedoch nicht möglich, da die beiden Graphen für $0 \le x \le 5$ mit der x-Achse Flächen gleichen Inhalts einschließen.	3

K1 K2 K6
AB III

ZSL

2018 WTR 1 1h https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit Definitionsmenge IR. G_f schneidet die x-Achse bei $x=0$, $x=5$ und $x=10$ und verläuft durch den Punkt $(1|2)$.

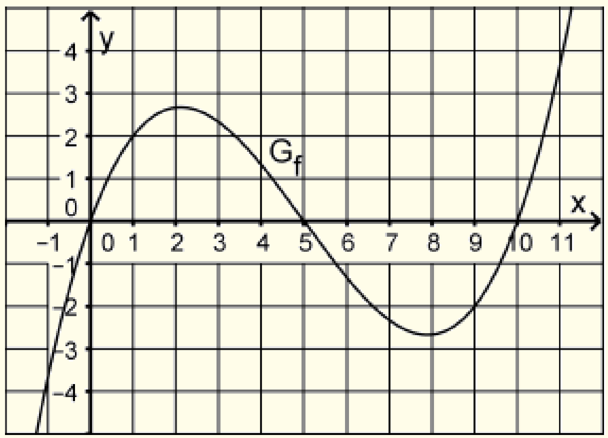


Abb. 1

a Ermitteln Sie einen Funktionsterm von f.

Für $0 \le x \le 5$ gilt, dass der Graph von f und der Graph einer trigonometrischen Funktion h

- die gleichen Schnittpunkte mit der x-Achse besitzen;
- beide nicht unterhalb der x-Achse verlaufen;
- jeweils mit der x-Achse eine Fläche des Inhalts $\frac{625}{72}$ einschließen.

h Begründen Sie, dass die Graphen von f und h für $0 < x < 5$ mindestens einen gemeinsamen Punkt haben.

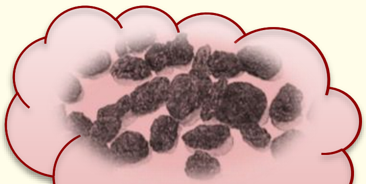


Foto: Thilo Höfer

?

Piktogramm: MS Powerpoint 2019

MATHEmatik

2020 WTR 2 3d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Grafisches Argumentieren

Bei dem Zerfall des Plutonium-241 entsteht radioaktives Americium-241, das ebenfalls exponentiell zerfällt. Im verwendeten Modell gibt die Funktion a mit $a(x)=207\cdot\left(1-e^{-0{,}0464x}\right)\cdot e^{-0{,}0016x}$ für jedes Jahr die Masse des vorhandenen Americium-241 in Milligramm an.

d Im Funktionsterm von a erfasst der Faktor $1-e^{-0{,}0464x}$ die Zunahme der Masse des vorhandenen Americium-241 und der Faktor $e^{-0{,}0016x}$ den Zerfall des vorhandenen Americium-241. Begründen Sie, dass es einen Zeitpunkt gibt, zu dem beide Faktoren den gleichen Wert annehmen.

Der Faktor $1-e^{-0{,}0464x}$ hat für $x=0$ den Wert 0 und es gilt $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-e^{-0{,}0464x}\right)=1$. Der Faktor $e^{-0{,}0016x}$ hat für $x=0$ den Wert 1 und es gilt $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-0{,}0016x}=0$. Stellt man die Werte der beiden Faktoren für $x\in\mathbb{R}_0^+$ grafisch dar, so haben die beiden Graphen keine Sprungstellen und damit einen Schnittpunkt.	3

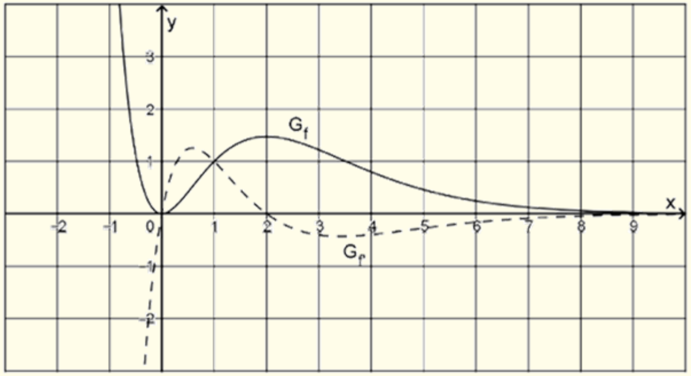
K1 K2 K5 K6
AB III

ZSL

2019 WTR 3 2b, c https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Transformationen von Graphen

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



b Es gilt $h(x) = 1 + 2 \cdot f(x-1)$. Beschreiben Sie, wie der Graph von h schrittweise aus dem in der Abbildung gezeigten Graphen von f erzeugt werden kann. Begründen Sie, dass dabei die Reihenfolge der Schritte nicht beliebig ist.

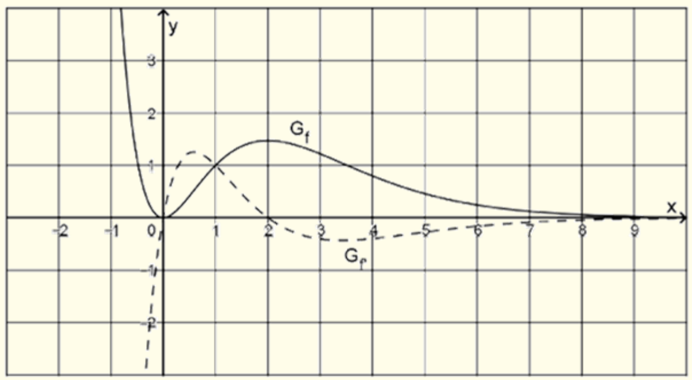
c In der Abbildung stellt eine der beiden Kurven die Funktion f dar. Zeichnen Sie in die Abbildung ein Koordinatensystem ein, in dem diese Kurve die Funktion h darstellt.

2019 WTR 3 2b, c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Transformationen von Graphen

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f : x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



b Es gilt $h(x) = 1 + 2 \cdot f(x-1)$. Beschreiben Sie, wie der Graph von h schrittweise aus dem in der Abbildung gezeigten Graphen von f erzeugt werden kann. Begründen

Der Graph von h geht aus dem Graphen von f hervor durch: ♦ Verschiebung um 1 in positive x-Richtung ♦ Streckung mit dem Faktor 2 in y-Richtung ♦ Verschiebung um 1 in positive y-Richtung Der Graph von f enthält den Punkt $(0\|0)$. Würde man den zweiten und dritten Schritt vertauschen, so enthielte der so erzeugte Graph den Punkt $(1\|2)$. Dieser liegt wegen $h(1) \neq 2$ nicht auf dem Graphen von h.	5

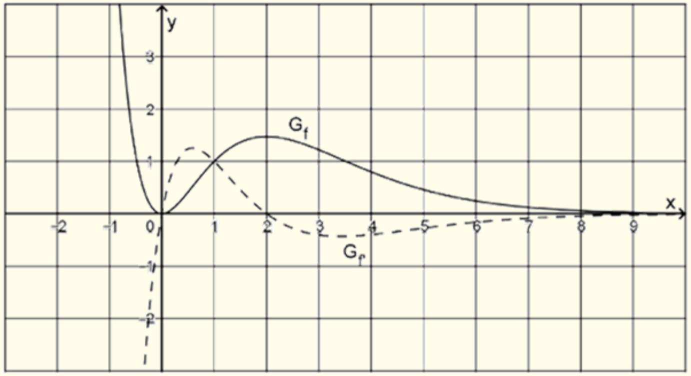
K1 K4 K6
AB II

2019 WTR 3 2b, c

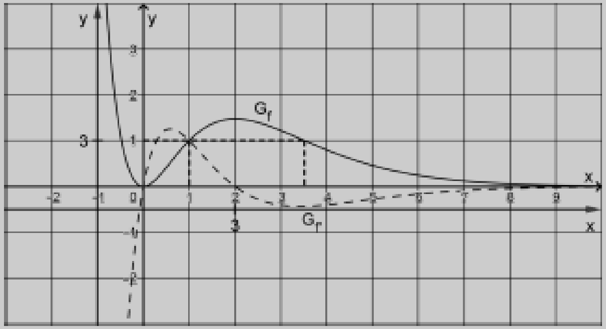
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Transformationen von Graphen

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



c In der Abbildung stellt eine der beiden Kurven die Funktion f dar. Zeichnen Sie in die Abbildung ein Koordinatensystem ein, in dem diese Kurve die Funktion h dar-



3

K1 K2 K4
AB III

2019 WTR 2 1c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Transformationen von Graphen

Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f_k : x \mapsto 8k \cdot (kx-1)^2 \cdot (kx+1)^2$ festgelegt. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

c Beschreiben Sie, wie der Graph G_{2k} aus G_k hervorgeht.

G_{2k} geht aus G_k durch eine Streckung in x-Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$ und eine Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 2 hervor.	2

K1 K4 K6
AB II

MAThe matik

2020 WTR 2 3c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Transformationen von Graphen

2 Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $h_k : x \mapsto 10 \cdot \left(1 - e^{-kx}\right) \cdot e^{-x}$ betrachtet. Der Graph von h_k wird mit G_k bezeichnet. Die Abbildung 2 zeigt G_1.

Für die erste Ableitungsfunktion h_k' von h_k gilt $h_k'(x) = 10 \cdot \left((k+1) \cdot e^{-kx} - 1\right) \cdot e^{-x}$.

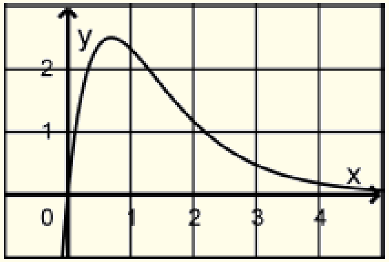


Abb. 2

3 Bei dem Zerfall des Plutonium-241 entsteht radioaktives Americium-241, das ebenfalls exponentiell zerfällt. Im verwendeten Modell gibt die Funktion a mit $a(x) = 207 \cdot \left(1 - e^{-0{,}0464x}\right) \cdot e^{-0{,}0016x}$ für jedes Jahr die Masse des vorhandenen Americium-241 in Milligramm an.

c Der Graph von a kann für einen Wert von k aus dem Graphen der Funktion h_k aus Aufgabe 2 erzeugt werden, indem man diesen in x-Richtung und in y-Richtung streckt. Geben Sie die beiden Streckungsfaktoren an und bestimmen Sie den passenden Wert von k.

Streckungsfaktor in x-Richtung: 625 Streckungsfaktor in y-Richtung: 20,7 $k = \frac{-0{,}0464}{-0{,}0016} = 29$	3

K1 K2 K4 K5
AB III

ZSL

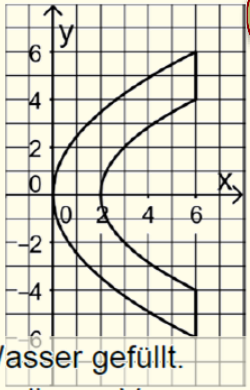
Basales Funktions-verständnis

2017 WTR 2 2b https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Betrachtet wird eine große rotationssymmetrische Schale, die aus einem Steinblock gefertigt wurde. Ein Kubikmeter des Steins hat eine Masse von 2700 kg.

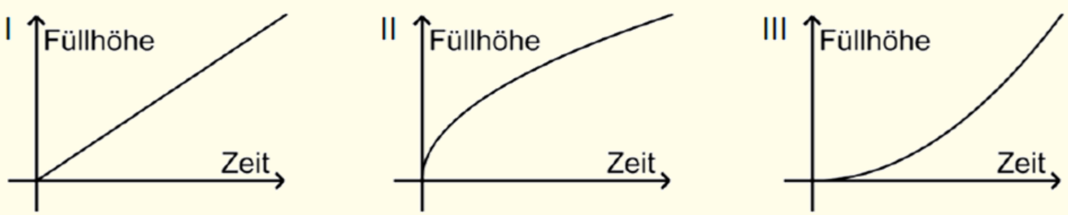
In einem Koordinatensystem kann ein Querschnitt der Schale mithilfe der Graphen der folgenden Funktionen modellhaft dargestellt werden:

$p: x \mapsto \sqrt{6x}\,,\ 0 \le x \le 6 \qquad q: x \mapsto \sqrt{4x-8}\,,\ 2 \le x \le 6$



Dabei beschreibt die x-Achse die Rotationsachse der Schale; eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 dm (vgl. Abbildung 3).

b In die aufrecht stehende Schale wird mit konstanter Zuflussrate Wasser gefüllt. Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I, II und III für diesen Vorgang die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.



ZSL

2017 WTR 2 2b

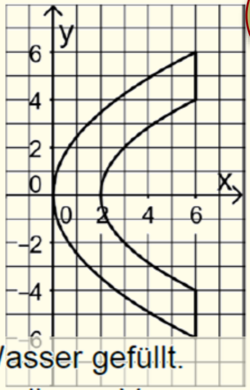
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Basales Funktionsverständnis

Betrachtet wird eine große rotationssymmetrische Schale, die aus einem Steinblock gefertigt wurde. Ein Kubikmeter des Steins hat eine Masse von 2700 kg.

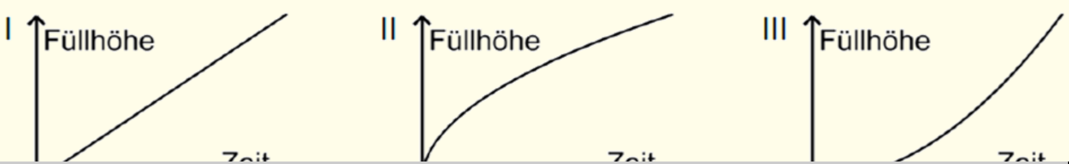
In einem Koordinatensystem kann ein Querschnitt der Schale mithilfe der Graphen der folgenden Funktionen modellhaft dargestellt werden:

$p: x \mapsto \sqrt{6x}\,,\ 0 \le x \le 6 \qquad q: x \mapsto \sqrt{4x-8}\,,\ 2 \le x \le 6$



Dabei beschreibt die x-Achse die Rotationsachse der Schale; eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 dm (vgl. Abbildung 3).

b In die aufrecht stehende Schale wird mit konstanter Zuflussrate Wasser gefüllt. Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I, II und III für diesen Vorgang die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Begründen Sie Ihre Entscheidung.



Graph II Begründung: Da der Durchmesser der Schale nach oben hin zunimmt, nimmt die Änderungsrate der Füllhöhe mit der Zeit ab.	2

K1 K4 K6
AB II

2019 WTR 2 1g, h, i

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Geometrische Grundkörper

Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f_k: x \mapsto 8k \cdot (kx-1)^2 \cdot (kx+1)^2$ festgelegt. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

G_k schließt im ersten Quadranten mit den Koordinatenachsen ein Flächenstück ein. Die Abbildung 2 zeigt dieses Flächenstück (grau markiert) sowie das Rechteck mit den Eckpunkten $(0 \mid f_k(0))$ und $\left(\frac{1}{k} \mid 0\right)$, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen sind.

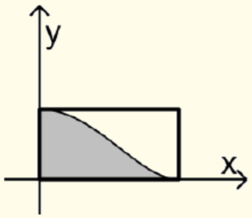


Abb. 2

Bei Rotation des Rechtecks um die x-Achse entsteht ein Körper, ebenso bei Rotation um die y-Achse.

g Skizzieren Sie einen der beiden Körper und beschriften Sie die Skizze mit den Maßen des Körpers.

h Ermitteln Sie denjenigen Wert von k, für den die beiden Körper das gleiche Volumen haben.

i Bei Rotation des grau markierten Flächenstücks um die y-Achse entsteht ein weiterer Körper. Begründen Sie, dass das Volumen dieses Körpers mit zunehmendem Wert von k beliebig klein wird.

MATHEmatik

2019 WTR 2 1g, h, i

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Geometrische Grundkörper

Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f_k : x \mapsto 8k \cdot (kx-1)^2 \cdot (kx+1)^2$ festgelegt. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

G_k schließt im ersten Quadranten mit den Koordinatenachsen ein Flächenstück ein. Die Abbildung 2 zeigt dieses Flächenstück (grau markiert) sowie das Rechteck mit den Eckpunkten $(0 \mid f_k(0))$ und $\left(\frac{1}{k} \mid 0\right)$, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen sind.

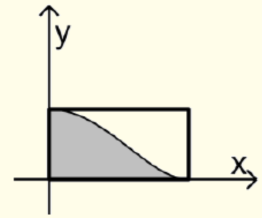
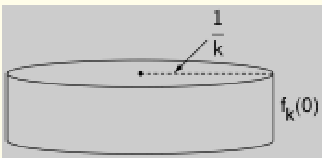


Abb. 2

	2
$(8k)^2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{k} = \left(\frac{1}{k}\right)^2 \cdot \pi \cdot 8k \Leftrightarrow 8k = \frac{1}{k} \Leftrightarrow k = \frac{1}{\sqrt{8}}$	3
Für jeden Wert von k ist das Volumen des Körpers, der bei Rotation des grau markierten Flächenstücks um die y-Achse entsteht, kleiner als das Volumen des Zylinders, der bei Rotation des Rechtecks um die y-Achse entsteht. Für das Volumen dieses Zylinders gilt: $\lim\limits_{k\to\infty}\left(\left(\frac{1}{k}\right)^2 \cdot \pi \cdot 8k\right) = \lim\limits_{k\to\infty} \frac{8\pi}{k} = 0$	5

K4 K5 K6
AB I

K2 K5
AB II

K1 K2 K5
AB III

ZSL

MAThe matik

2019 WTR 2 1e

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Interpretation von (Un-) Gleichungen

Für jeden Wert von $k \in \mathbb{R}^+$ ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $f_k : x \mapsto 8k \cdot (kx-1)^2 \cdot (kx+1)^2$ festgelegt. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

e Für einen Wert von k gibt es einen Punkt $(x_1 \mid f_k(x_1))$ mit $x_1 > 0$, für den die Gleichung $\frac{f_k(x_1)-0}{x_1-0} = -\frac{1}{f_k'(x_1)}$ gilt. Beschreiben Sie die geometrische Bedeutung dieser Gleichung.

Die Tangente an G_k im Punkt $(x_1 \mid f_k(x_1))$ steht senkrecht zur Gerade durch diesen Punkt und den Koordinatenursprung.	3

K1 K5 K6
AB III

ZSL

MATHe matik

2019 WTR 1 1h

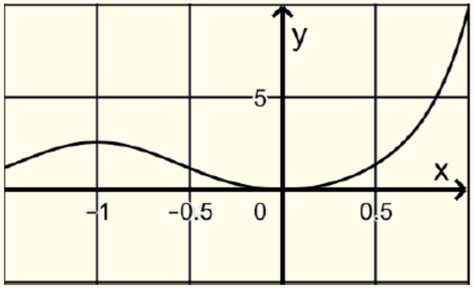
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Interpretation von (Un-) Gleichungen

Der Graph einer ganzrationalen Funktion g dritten Grades mit Definitionsbereich IR hat den Tiefpunkt $(0\,|\,0)$ und den Wendepunkt $\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{5}{4}\right)$.

(zur Kontrolle: $g(x)=\frac{5}{2}x^2\cdot(2x+3)$)

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in IR definierten Funktion h mit $h(x)=5x^2\cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$.



h Es gilt $(h(1)-g(1))\cdot(h(2)-g(2))<0$. Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Graphen von g und h im Bereich $1<x<2$ an. Begründen Sie Ihre Angabe.

Da das Produkt negativ ist, haben die beiden Differenzen unterschiedliche Vorzeichen. Damit haben die Graphen von g und h im angegebenen Bereich mindestens einen Schnittpunkt.	3

K1 K2 K6
AB III

ZSL

2017 WTR 2 2d

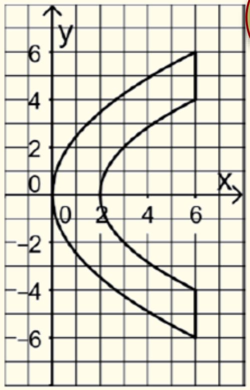
https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Angabe von Definitions- / Wertemenge

Betrachtet wird eine große rotationssymmetrische Schale, die aus einem Steinblock gefertigt wurde. Ein Kubikmeter des Steins hat eine Masse von 2700 kg.

In einem Koordinatensystem kann ein Querschnitt der Schale mithilfe der Graphen der folgenden Funktionen modellhaft dargestellt werden:

$p: x \mapsto \sqrt{6x}\,,\ 0 \le x \le 6 \qquad q: x \mapsto \sqrt{4x-8}\,,\ 2 \le x \le 6$



Dabei beschreibt die x-Achse die Rotationsachse der Schale; eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht 1 dm (vgl. Abbildung 3).

d Interpretieren Sie im Sachzusammenhang die Funktion s mit $s(x) = \pi \cdot \int_2^{2+x} (q(t))^2\,dt$ und geben Sie den größten Definitionsbereich von s an, der im Sachzusammenhang sinnvoll ist.

Die Funktion s beschreibt das Volumen des Wassers in der Schale in dm^3 in Abhängigkeit von der Füllhöhe x in dm. Definitionsbereich: $[0;4]$	4

K1 K2 K3
AB III

ZSL

MAThe matik

2019 WTR 1 2f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Angabe von Definitions- / Wertemenge

Der Luftdruck wird in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel modellhaft mithilfe der Funktion p mit $p(x) = 1000e^{-\frac{x}{8}}$ und $x \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben. Dabei ist x die Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern und $p(x)$ der Luftdruck in Hektopascal (hPa). Die Abbildung 2 zeigt den Graphen von p.

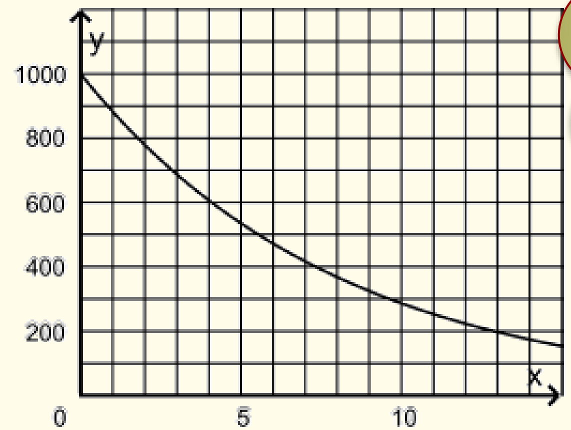


Abb. 2

f Geben Sie die Wertemenge des Terms $-8 \cdot \ln\frac{u}{1000}$ für $0 < u \leq 1000$ an. Beschreiben Sie die Bedeutung dieses Terms im Sachzusammenhang.

Wertemenge: $\mathbb{R}_0^+$ Mit dem Term kann im Modell für jeden Luftdruck in Hektopascal die zugehörige Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern berechnet werden.	4

K1 K3 K5 K6
AB II

ZSL

MATHE matik

Rechnung verlangt

2021 WTR 1 1a

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

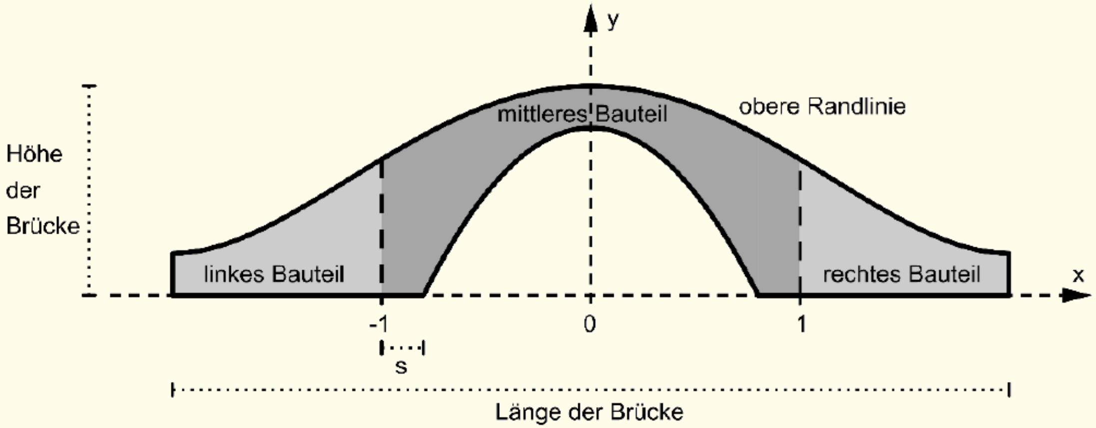


Abb. 1

Die obere Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$ beschrieben werden. Dabei werden die Endpunkte dieser Randlinie durch die beiden Tiefpunkte des Graphen von f dargestellt. Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die x-Achse die Horizontale; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.

a Zeigen Sie rechnerisch, dass die obere Randlinie achsensymmetrisch ist.

ZSL

2021 WTR 1 1a

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Rechnung verlangt

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

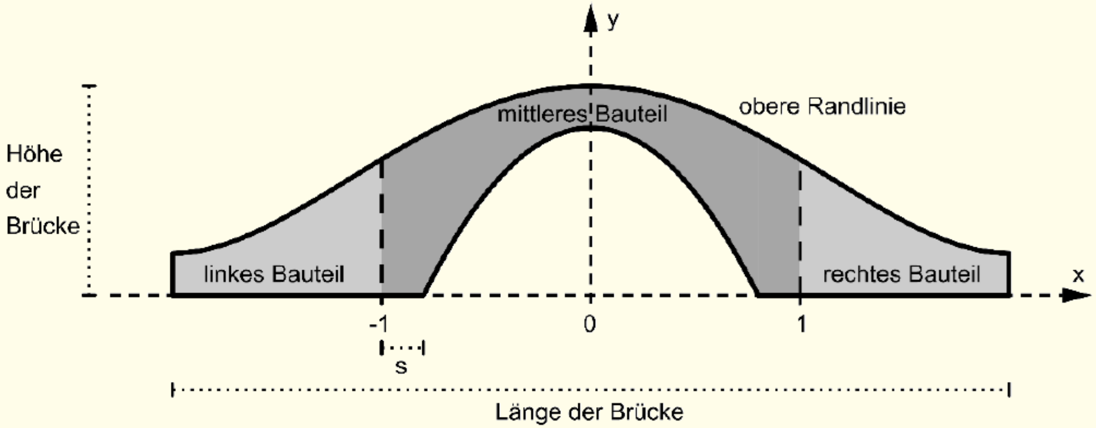


Abb. 1

Die obere Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$ beschrieben werden. Dabei werden die Endpunkte dieser Randlinie durch die beiden Tiefpunkte des Graphen von f dargestellt. Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die x-Achse die Horizontale; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.

a Zeigen Sie rechnerisch, dass die obere Randlinie achsensymmetrisch ist.

$f(-x) = \frac{1}{20}\cdot(-x)^4 - \frac{2}{5}\cdot(-x)^2 + 1 = \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1 = f(x)$	2

K1 K3 K5
AB I

Mathematik

2021 WTR 2 1h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Rechnung verboten

Gegeben sind außerdem die in $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ definierte Funktion $g: x \mapsto \frac{1}{x}$ sowie die Funktion $h: x \mapsto \frac{1}{x-2} + 4$, deren Definitionsmenge so groß wie möglich gewählt wurde.

Die Umkehrfunktion von h wird mit k bezeichnet.

h Begründen Sie ohne zu rechnen, dass jede Tangente mit der Steigung -1 an den Graphen von h auch Tangente an den Graphen von k ist.

Die Graphen von h und k liegen bezüglich w zueinander symmetrisch. Da jede Gerade mit der Steigung -1 symmetrisch bezüglich w ist, berührt sie, wenn sie den Graphen von h berührt, auch den Graphen von k.	3

K1 K6
AB III

ZSL

Mathematik

2019 WTR 2 3c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Rechnung verboten

Der Term einer in IR definierten Funktion h hat die Form $h(x) = a \cdot \cos(bx) + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$ und $b \in [0,2]$. Der Graph von h weist im Bereich $-1 \leq x \leq 3$ genau zwei seiner Extrempunkte auf, den Hochpunkt $(0|4)$ und den Tiefpunkt $(2|0)$.

a Skizzieren Sie den Graphen von h für $-1 \leq x \leq 3$ in einem Koordinatensystem.

b Geben Sie die Werte von a und c an und ermitteln Sie den Wert von b.

c Begründen Sie ohne Rechnung, dass $\int_{-1}^{1} (h(x) - 2)\,dx = \int_{1}^{3} (2 - h(x))\,dx$ gilt.

Der Graph von h ist symmetrisch bezüglich des Punkts $(1|2)$. Deshalb stimmen die Inhalte der beiden Flächenstücke, die der Graph von h für $-1 \leq x \leq 1$ bzw. $1 \leq x \leq 3$ mit der Gerade mit der Gleichung $y = 2$ einschließt, überein.	3

K1 K4 K6
AB II

ZSL

2019 WTR 2 3c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Der Term einer in IR definierten Funktion h hat die Form $h(x) = a \cdot \cos(bx) + c$ mit $a, c \in \mathbb{R}$ und $b \in [0,2]$. Der Graph von h weist im Bereich $-1 \leq x \leq 3$ genau zwei seiner Extrempunkte auf, den Hochpunkt $(0|4)$ und den Tiefpunkt $(2|0)$.

a Skizzieren Sie den Graphen von h für $-1 \leq x \leq 3$ in einem Koordinatensystem.

b Geben Sie die Werte von a und c an und ermitteln Sie den Wert von b.

c Begründen Sie ohne Rechnung, dass $\int_{-1}^{1} (h(x) - 2)\,dx = \int_{1}^{3} (2 - h(x))\,dx$ gilt.

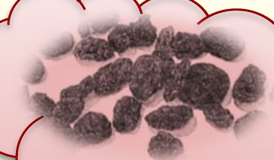


Foto: Thilo Höfer

?

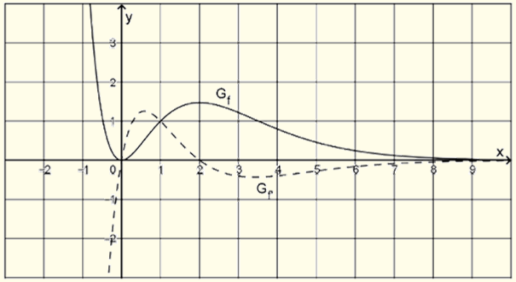
Piktogramm: MS Powerpoint 2019

2019 WTR 3 1j

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Rechnung verboten

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



j Begründen Sie ohne weitere Rechnung mithilfe des Graphen von f', dass die Tangente an G_f im Punkt $(6 \mid f(6))$ den Graphen von f für $x > 6$ nicht schneidet.

Für $x > 5$ ist $G_{f'}$ steigend, G_f also linksgekrümmt. Damit schneidet die Tangente den Graphen von f für $x > 6$ nicht.	3

K1 K4 K6
AB II

MAThe matik

2017 WTR 3 1d

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Konkreter Weg verlangt

Gegeben ist die Schar der Funktionen f_k mit $f_k(x) = -x^4 + 6kx^2$, $x \in \mathbb{R}$ und $k \in \mathbb{R}$. Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

(zur Kontrolle: Koordinaten eines Hochpunkts: $(\sqrt{3k} \mid 9k^2)$)

d Untersuchen Sie für $k > 0$ mithilfe der Lage eines der beiden Hochpunkte von G_k in Abhängigkeit von k, wie viele gemeinsame Punkte G_k und die Gerade mit der Gleichung $y = 4$ haben.

Für $k > 0$ gilt: $9k^2 = 4 \Leftrightarrow k = \frac{2}{3}$ Damit haben G_k und die Gerade für $0 < k < \frac{2}{3}$ keine, für $k = \frac{2}{3}$ genau zwei und für $k > \frac{2}{3}$ genau vier gemeinsame Punkte.	4

K1 K2 K5
AB III

ZSL

2015 WTR 1 1d, e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=\frac{1}{4}x^3-3x^2+9x-5$ und Definitionsmenge IR. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f.

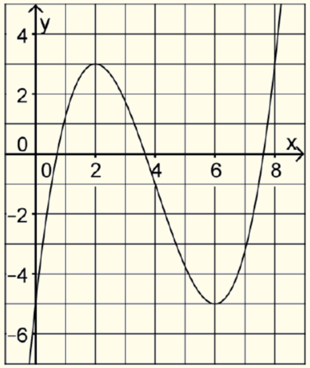


Abb. 1

Konkreter Weg verlangt

Durch Verschiebung von G_f um 4 in negative x-Richtung und um 1 in positive y-Richtung entsteht der Graph einer Funktion g.

d Ein vereinfachter Term von g ist $g(x)=\frac{1}{4}x^3-3x$. Begründen Sie mithilfe der Funktion g, dass der Graph von f symmetrisch bezüglich des Punkts $(4\,|\,-1)$ ist.

e Bestätigen Sie rechnerisch, dass $\int_1^3 f(x)\,dx=5$ gilt.

f Bestimmen Sie ohne Verwendung einer Stammfunktion den Wert des Integrals $\int_5^7 f(x)\,dx$ und veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen durch geeignete Eintragungen in Abbildung 1.

2015 WTR 1 1d, e, f

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x - 5$ und Definitionsmenge IR. Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f von f.

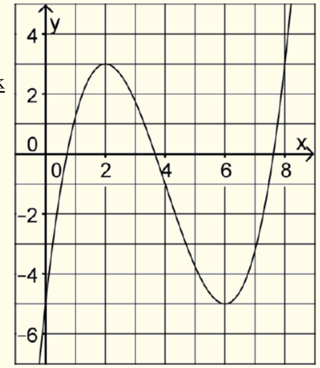
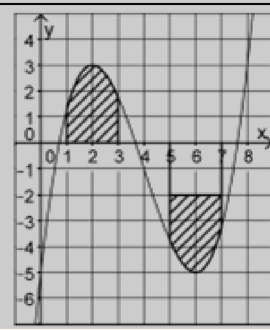


Abb. 1

Konkreter Weg verlangt

d	Der angegebene Term von g enthält nur Potenzen von x mit ungeradem Exponenten; der Graph von g ist damit symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. G_f geht aus dem Graphen von g durch Verschiebung um 4 in positive x-Richtung und um 1 in negative y-Richtung hervor und ist damit symmetrisch bezüglich des Punkts $(4 \mid -1)$.	3
e	$\int_1^3 f(x)\,dx = \left[\frac{1}{16}x^4 - x^3 + \frac{9}{2}x^2 - 5x\right]_1^3 = 5$ 	3
f	$\int_5^7 f(x)\,dx = -\left(\int_1^3 f(x)\,dx + 2 \cdot 2\right) = -9$	5

K1 K2 K6
AB III

K5
AB I

K1 K2 K4
AB III

ZSL

2021 WTR 1 1g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Begründen im Sachkontext

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

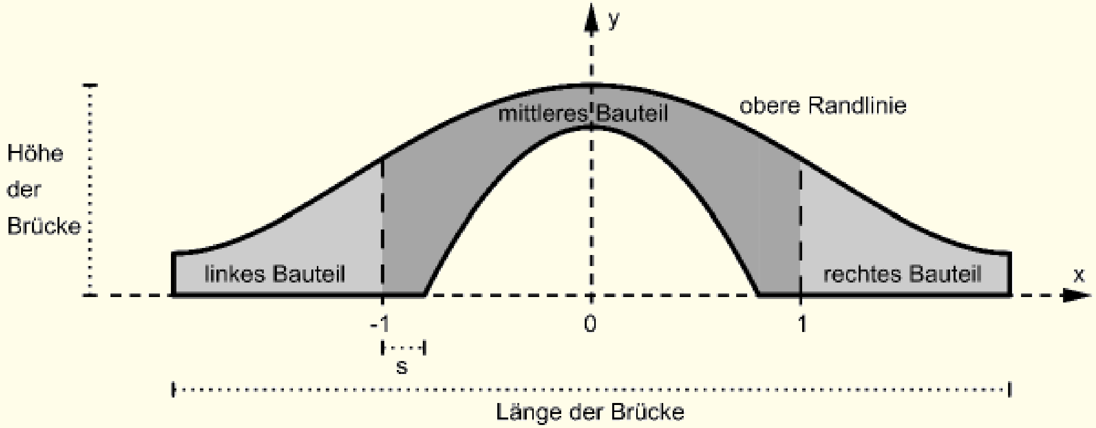


Abb. 1

Der parabelförmige Teil der unteren Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen einer in IR definierten Funktion $q: x \mapsto 0{,}8 - a \cdot x^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.

g Begründen Sie im Sachzusammenhang, dass für die Beschreibung der unteren Randlinie beliebig große Werte von a nicht infrage kommen.

2021 WTR 1 1g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Begründen im Sachkontext

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

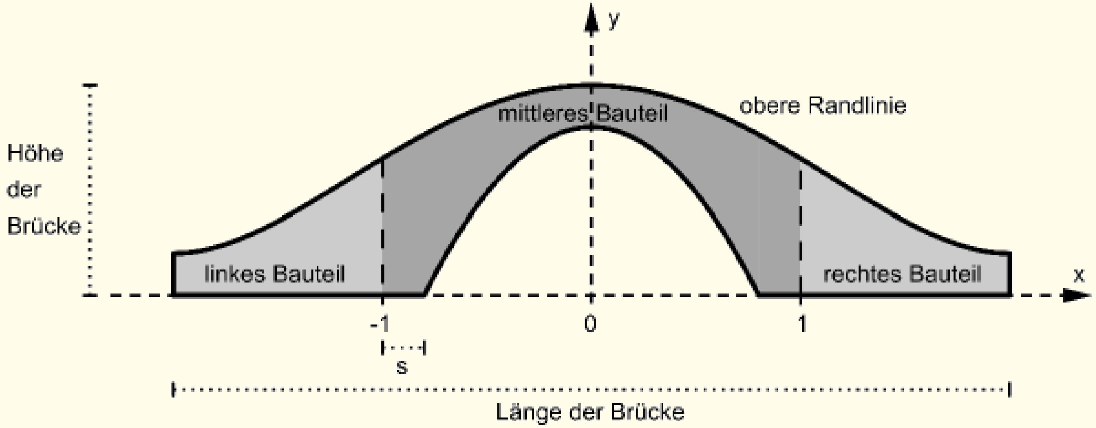


Abb. 1

Der parabelförmige Teil der unteren Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen einer in IR definierten Funktion $q: x \mapsto 0{,}8 - a \cdot x^2$ mit $a \in \mathbb{R}^+$ beschrieben werden.

Je größer der Wert von a ist, desto schmaler ist der Graph von q und damit die Durchfahrt der Brücke. Wird der Wert von a zu groß, kann kein Zug mehr hindurchfahren.	2

K1 K3 K4 K6
AB II

ZSL

2021 WTR 1 2

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Beurteilen von Aussagen

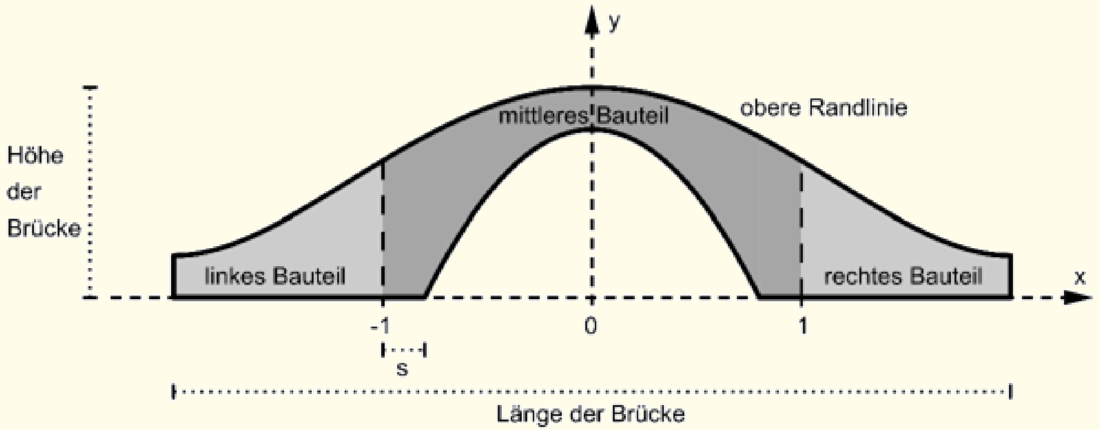


Abb. 1

2 Während der Planung der Brückenform kamen zur Beschreibung der oberen Randlinie für das linke Bauteil eine Funktion g_ℓ und für das rechte Bauteil eine Funktion g_r infrage. Auch bei Verwendung dieser Funktionen wäre die obere Randlinie achsensymmetrisch gewesen. Beurteilen Sie jede der folgenden Aussagen:

I $-g_\ell(x) = g_r(-x)$ für $-2 \leq x \leq -1$ **II** $g_\ell(x-1) = g_r(-x+1)$ für $-1 \leq x \leq 0$

2021 WTR 1 2

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Beurteilen von Aussagen

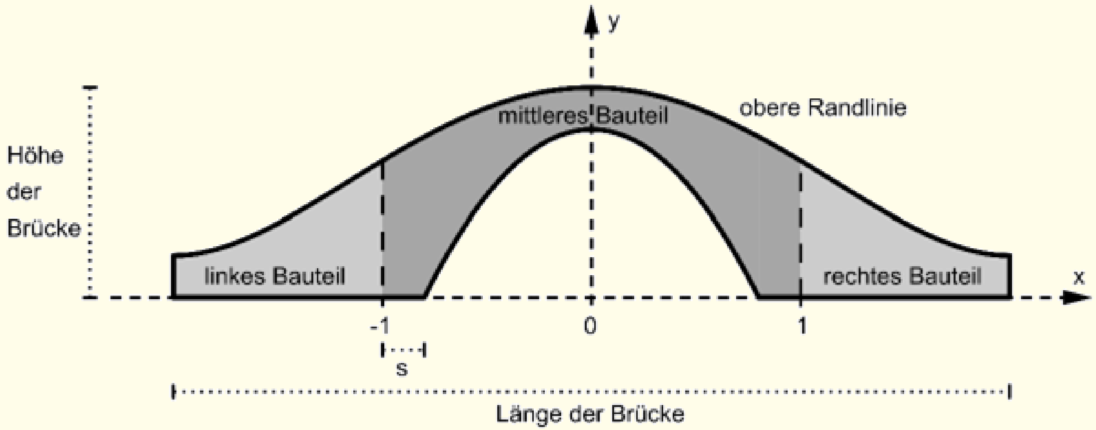


Abb. 1

2 Während der Planung der Brückenform kamen zur Beschreibung der oberen Randlinie für das linke Bauteil eine Funktion g_ℓ und für das rechte Bauteil eine Funktion g_r infrage. Auch bei Verwendung dieser Funktionen wäre die obere Randlinie achsensymmetrisch gewesen. Beurteilen Sie jede der folgenden Aussagen:

I $-g_\ell(x) = g_r(-x)$ für $-2 \le x \le -1$ **II** $g_\ell(x-1) = g_r(-x+1)$ für $-1 \le x \le 0$

I: Diejenigen Teile der Graphen von g_ℓ und g_r, die im Längsschnitt die oberen Randlinien des linken bzw. rechten Bauteils darstellen, liegen nicht symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs. Damit ist die Aussage falsch. II: Diejenigen Teile der Graphen von g_ℓ und g_r, die im Längsschnitt die oberen Randlinien des linken bzw. rechten Bauteils darstellen, liegen symmetrisch bezüglich der y-Achse. Also gilt $g_\ell(-1-x) = g_r(1+x)$ für $0 \le x \le 1$ und damit $g_\ell(-1+x) = g_r(1-x)$ für $-1 \le x \le 0$. Folglich ist die Aussage richtig.	4

K1 K3 K4 K6
AB III

ZSL

2021 WTR 1 2b

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Ermitteln im Sachkontext

Die Form und die Größe der Brücke werden verändert, indem im bisher verwendeten Modell die obere Randlinie des Längsschnitts mithilfe der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $k: x \mapsto \frac{3}{5} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) + \frac{4}{5}$ beschrieben wird. Die Bauteile der veränderten Brücke lassen sich nach dem in der Abbildung 2 dargestellten Prinzip aus einem quaderförmigen Holzblock sägen. Der beim Sägen auftretende Materialverlust soll im Folgenden vernachlässigt werden.

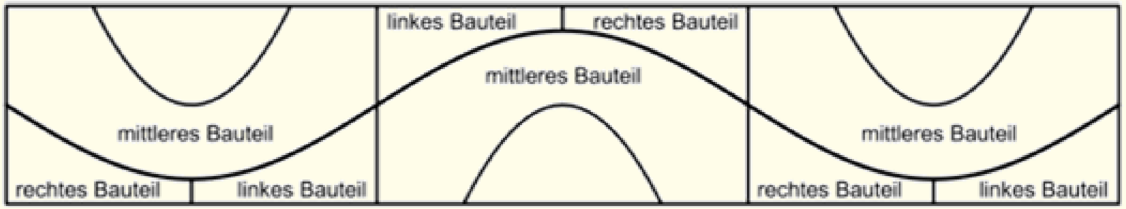


Abb. 2

b Ermitteln Sie mithilfe des Funktionsterms von k den Flächeninhalt der gesamten in der Abbildung 2 gezeigten rechteckigen Vorderseite des Holzblocks.

K1 K2 K3 K4 K5 K6
AB III

k hat die Periode 6. Damit ergibt sich für den Flächeninhalt in Quadratdezimetern $1{,}5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot k(1{,}5) = 14{,}4$.	4

WAu | Sek. I | ungewohnt | Operator + | K3

„ganz normal“

2021 WTR 1 1a - c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

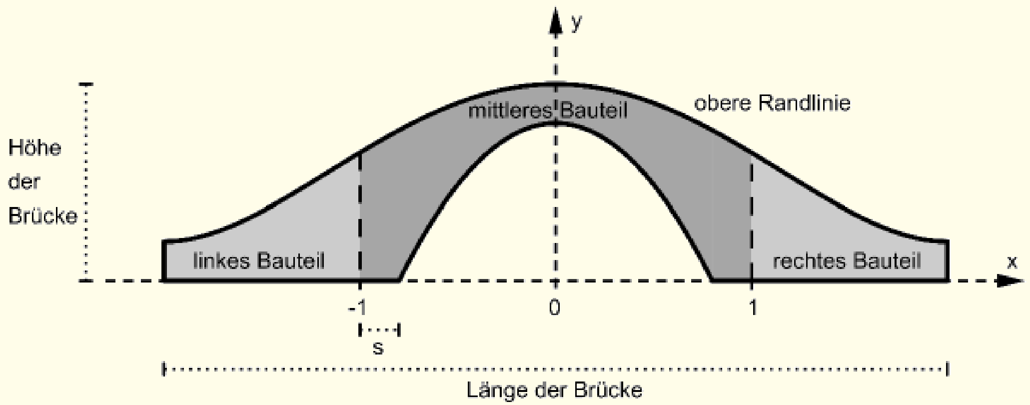


Abb. 1

Die obere Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$ beschrieben werden. Dabei werden die Endpunkte dieser Randlinie durch die beiden Tiefpunkte des Graphen von f dargestellt. Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die x-Achse die Horizontale; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.

1 a Zeigen Sie rechnerisch, dass die obere Randlinie achsensymmetrisch ist.

b Bestimmen Sie rechnerisch die Höhe und die Länge der Brücke.

(zur Kontrolle: Ein Tiefpunkt des Graphen von f hat die x-Koordinate 2.)

c Betrachtet wird derjenige Punkt der oberen Randlinie, der sich am Übergang vom mittleren zum rechten Bauteil befindet. Prüfen Sie, ob dieser Punkt auf halber Höhe zwischen dem höchsten Punkt der oberen Randlinie und deren rechtem Endpunkt liegt.

I 1 Beispielsatz

2021 WTR 1 1a - c

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Die Abbildung 1 zeigt modellhaft den Längsschnitt einer dreiteiligen Brücke aus Holz für eine Spielzeugeisenbahn. Die Züge können sowohl über die Brücke fahren als auch darunter hindurch.

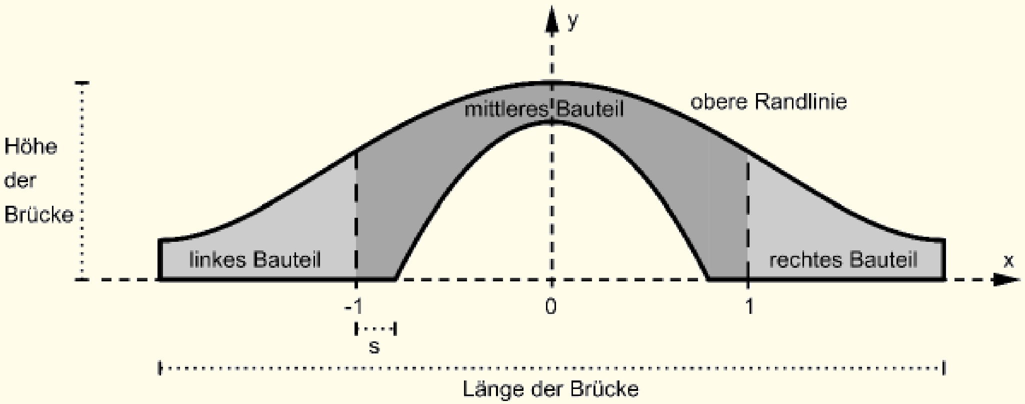


Abb. 1

Die obere Randlinie des Längsschnitts der Brücke kann mithilfe des Graphen der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{20}x^4 - \frac{2}{5}x^2 + 1$ beschrieben werden. Dabei werden die Endpunkte dieser Randlinie durch die beiden Tiefpunkte des Graphen von f dargestellt. Im verwendeten Koordinatensystem beschreibt die x-Achse die Horizontale; eine Längeneinheit entspricht einem Dezimeter in der Realität.

1 **a** Zeigen Sie rechnerisch, dass die obere Randlinie achsensymmetrisch ist.

b Bestimmen Sie rechnerisch die Höhe und die Länge der Brücke.

(zur Kontrolle: Ein Tiefpunkt des Graphen von f hat die x-Koordinate 2.)

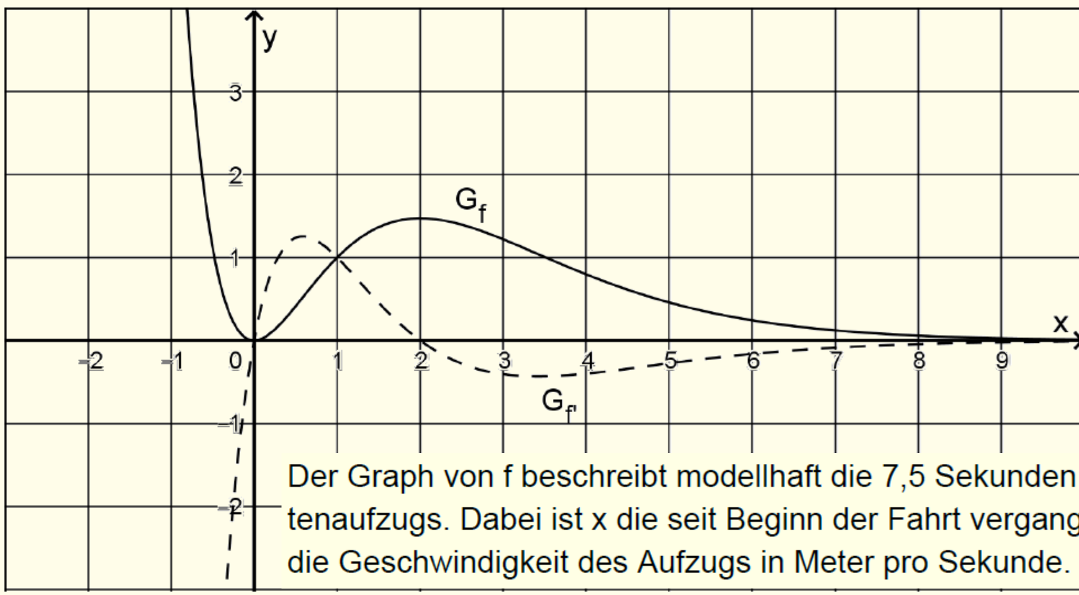
c Betrachtet wird derjenige Punkt der oberen Randlinie, der sich am Übergang vom mittleren zum rechten Bauteil befindet. Prüfen Sie, ob dieser Punkt auf halber Höhe zwischen dem höchsten Punkt der oberen Randlinie und deren rechtem Endpunkt liegt.

2019 WTR 3 1h

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Modell beurteilen

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



Der Graph von f beschreibt modellhaft die 7,5 Sekunden dauernde Fahrt eines Lastenaufzugs. Dabei ist x die seit Beginn der Fahrt vergangene Zeit in Sekunden und y die Geschwindigkeit des Aufzugs in Meter pro Sekunde.

Beurteilen Sie die Eignung des für die Fahrt des Aufzugs verwendeten Modells im Hinblick auf das Ende der Fahrt.

$f(7{,}5) > 0$, d. h. das Modell ist zur Beschreibung des Endes der Fahrt nicht geeignet, da das Stehenbleiben des Aufzugs nicht korrekt beschrieben wird.	2

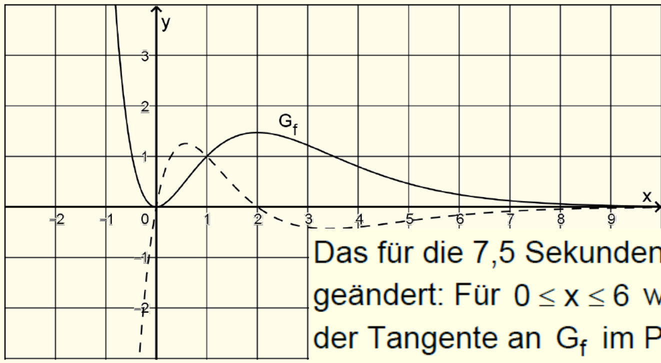
K1 K3 K6
AB II

2019 WTR 3 1k, l

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Berechnen / Lösungsweg beschreiben

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



Das für die 7,5 Sekunden dauernde Fahrt des Aufzugs bisher verwendete Modell wird geändert: Für $0 \le x \le 6$ wird die Fahrt weiterhin durch G_f, für $x \ge 6$ jedoch mithilfe der Tangente an G_f im Punkt $\left(6 \mid f(6)\right)$ beschrieben.

k Zeigen Sie rechnerisch, dass der Aufzug im geänderten Modell nach 7,5 Sekunden tatsächlich zum Stehen kommt.

l Der Aufzug legt im geänderten Modell während der gesamten Fahrtzeit von 7,5 Sekunden eine bestimmte Strecke zurück. Beschreiben Sie, wie man denjenigen Zeitpunkt berechnen könnte, bis zu dem der Aufzug diese Strecke im ursprünglichen Modell zurücklegt.

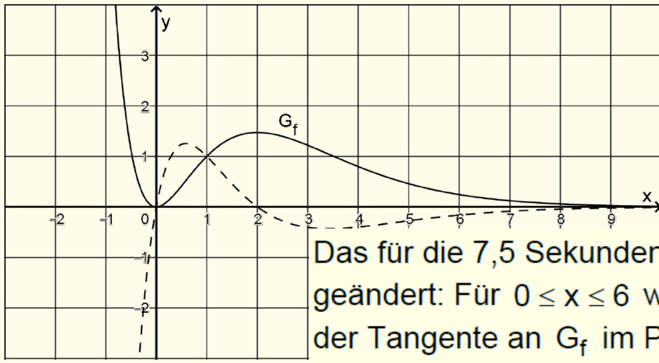
ZSL

2019 WTR 3 1k, l

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Berechnen / Lösungsweg beschreiben

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in IR definierten Funktion $f: x \mapsto x^2 \cdot e^{1-x}$ sowie den Graphen $G_{f'}$ der zugehörigen ersten Ableitungsfunktion f'.



Das für die 7,5 Sekunden dauernde Fahrt des Aufzugs bisher verwendete Modell wird geändert: Für $0 \le x \le 6$ wird die Fahrt weiterhin durch G_f, für $x \ge 6$ jedoch mithilfe der Tangente an G_f im Punkt $(6 | f(6))$ beschrieben.

k	$f'(x) = 2x \cdot e^{1-x} + x^2 \cdot e^{1-x} \cdot (-1)$, $f'(6) = -\frac{24}{e^5}$, $f(6) = \frac{36}{e^5}$ Damit: $\frac{-f(6)}{x-6} = f'(6) \Leftrightarrow x = \frac{-f(6)}{f'(6)} + 6 = 7{,}5$	5
l	Man berechnet den Inhalt A der Fläche, die die Tangente an G_f im Punkt $(6 \| f(6))$ mit der Gerade mit der Gleichung $x = 6$ und der x-Achse einschließt. Bezeichnet man den gesuchten Zeitpunkt mit t, so ergibt sich der Wert von t als Lösung der Gleichung $\int_6^t f(x)\,dx = A$.	4

K2 K3 K5
AB II

K2 K3 K6
AB III

ZSL

Modell interpretieren

2017 WTR 3 2g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Ein Trainingsgerät zur Schulung der Koordination besteht aus einem Unterbau und einem Standbrett (vgl. Abbildung 2). Das zwei Zentimeter dicke Standbrett schließt seitlich ohne Überstand mit dem Unterbau ab.

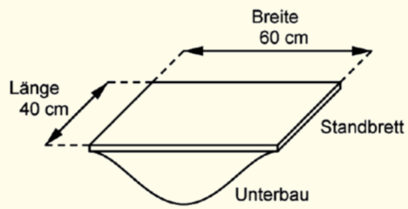


Abb. 2

Zunächst wird die Profillinie für $-3 \leq x \leq 3$ durch die in IR definierte Funktion p mit $p(x) = -\frac{1}{48} \cdot \left(x^4 - 18x^2\right)$ beschrieben. Abbildung 3 zeigt den Graphen von p.

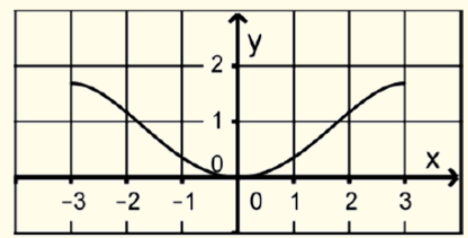


Abb. 3

Die Gerade g verläuft durch die Punkte $(1|p(1))$ und $(3|p(3))$.

e Weisen Sie nach, dass g die Tangente an den Graphen von p im Punkt $(1|p(1))$ ist.

f Berechnen Sie die Größe des Steigungswinkels von g.

g Der Steigungswinkel von g hat für das Trainingsgerät hinsichtlich dessen Bewegungsfreiheit eine besondere Bedeutung. Beschreiben Sie diese Bedeutung.

2017 WTR 3 2g

https://www.iqb.hu-berlin.de/abitur/sammlung/mathematik

Modell interpretieren

Ein Trainingsgerät zur Schulung der Koordination besteht aus einem Unterbau und einem Standbrett (vgl. Abbildung 2). Das zwei Zentimeter dicke Standbrett schließt seitlich ohne Überstand mit dem Unterbau ab.

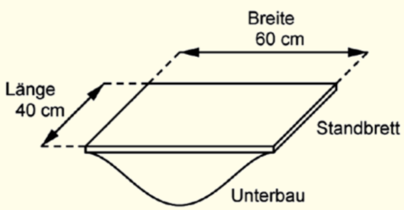


Abb. 2

Zunächst wird die Profillinie für $-3 \le x \le 3$ durch die in IR definierte Funktion p mit $p(x) = -\frac{1}{48}\cdot\left(x^4 - 18x^2\right)$ beschrieben. Abbildung 3 zeigt den Graphen von p.

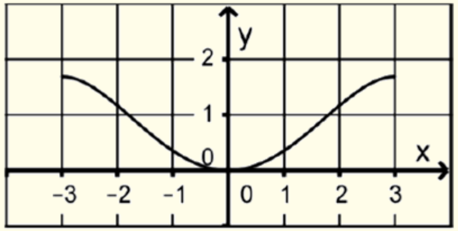


Abb. 3

g Der Steigungswinkel von g hat für das Trainingsgerät hinsichtlich dessen Bewegungsfreiheit eine besondere Bedeutung. Beschreiben Sie diese Bedeutung.

K1 K3 K6
AB III

Wird das Trainingsgerät in Querrichtung um die Größe des Steigungswinkels geneigt, so hat sein Rand Kontakt zum Boden.	2