

Klausuren Impuls 3 (Stochastik)

In einer sehr großen Bevölkerungsgruppe spielen $p\%$ der Menschen Tischtennis in einem Verein. Der Anteil der Linkshänder unter diesen Tischtennisspielern beträgt 20%. Der Anteil der Linkshänder in der gesamten Bevölkerungsgruppe beträgt 10%.

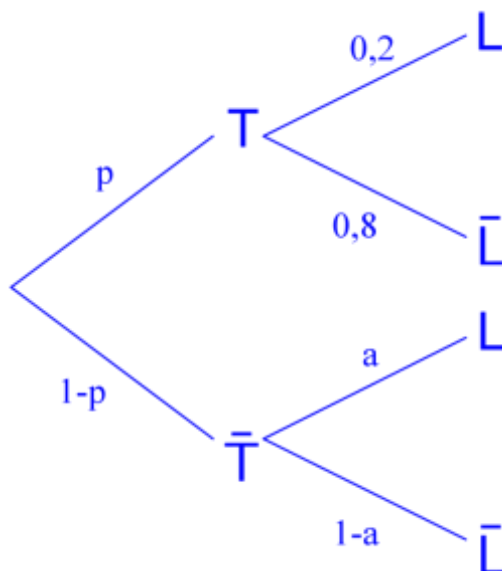
Mögliche Aufgabenstellung 1:

Gesucht ist der Anteil a der Linkshänder unter den Menschen der Bevölkerungsgruppe, die nicht in einem Verein Tischtennis spielen. Dieser Anteil a hängt vom Wert von p ab.

Bestimmen Sie a in Abhängigkeit von p .

Mögliche Lösung:

Sei p der Anteil der Tischtennisspieler, die in einem Verein spielen:



Für die absolute Wahrscheinlichkeit für einen Linkshänder in der Gesamtbevölkerung gilt:

$$P(L) = p \cdot 0,2 + (1 - p) \cdot a$$

Diese Wahrscheinlichkeit ist laut Text 0,1.

$$\rightarrow p \cdot 0,2 + (1 - p) \cdot a = 0,1$$

$$\rightarrow (1 - p) \cdot a = 0,1 - p \cdot 0,2$$

$$\text{Da } p \neq 1 \text{ gilt, folgt: } a = \frac{0,1 - p \cdot 0,2}{1 - p}$$

Mögliche Aufgabenstellung 2:

Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage wahr ist und begründen Sie Ihre Antwort:

In der Bevölkerungsgruppe der Nicht-Tischtennisspieler beträgt der Anteil der Rechtshänder über 90%.

Mögliche Lösung:

Die Aussage ist wahr. Sei r der Anteil der Rechtshänder in der Gruppe der Nicht-Tischtennisspieler. Für den Anteil r^* der Rechtshänder in Gesamtbevölkerung gilt:

$$r^* = 0,8p + r \cdot (1 - p) = 0,9 \rightarrow r = \frac{0,9 - 0,8p}{1 - p} = \frac{0,1 + 0,8 \cdot (1 - p)}{1 - p} = \frac{0,1}{1 - p} + 0,8$$

$$\text{Aus } \frac{0,1}{1 - p} > \frac{0,1}{1} = 0,1 \text{ folgt sofort: } r > 0,1 + 0,8 = 0,9.$$

Mögliche Aufgabenstellung 3:

Begründen Sie, dass die Ereignisse Nicht-Linkshänder und Nicht-Tischtennispieler für keinen Wert von p stochastisch unabhängig sind.

Mögliche Lösung:

	TT- Spieler	Nicht TT- Spieler	
Linkshänder	$0,2 \cdot \frac{p}{100}$	$0,1 - 0,2 \cdot \frac{p}{100}$	0,1
Nicht Linkshänder	$0,8 \cdot \frac{p}{100}$	$0,9 - 0,8 \cdot \frac{p}{100}$	0,9
	$\frac{p}{100}$	$1 - \frac{p}{100}$	1

Falls die Ereignisse A (nicht TT- Spieler) und B (nicht Linkshänder) stochastisch unabhängig wären, dann müsste für ein p mit $0 < p < 1$ gelten:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \rightarrow 0,9 - 0,8 \cdot \frac{p}{100} = \frac{100-p}{100} \cdot 0,9$$

$$\rightarrow 0,9 - 0,8 \cdot \frac{p}{100} = 0,9 - 0,9 \cdot \frac{p}{100} \rightarrow 0,1 \cdot \frac{p}{100} = 0 \rightarrow p = 0$$

Somit gibt es kein p , für das die beiden Ereignisse stochastisch unabhängig sind.