

## Klausuren K6 Ergänzung Stochastik

**AUFGABE 3** Ein multiple- choice- Test besteht aus 20 Fragen mit jeweils 4 Antwortmöglichkeiten. Dabei ist jeweils genau eine Antwort richtig.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jemand durch reines Raten mindestens fünf Fragen richtig beantwortet.
- Der Lehrer überlegt sich, ab wie vielen richtig beantworteten Fragen der Test als bestanden gilt. Er möchte erreichen, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass jemand den Test durch reines Raten besteht, höchstens 5% beträgt.

Bestimmen Sie die kleinste Anzahl von richtigen Antworten, mit der der Test als bestanden gilt, damit seine Bedingung erfüllt ist.

### Mögliche Aufgabenstellung 1:

- Eva möchte die Fragen des multiple- choice- Tests durch reines Raten beantworten. Dies möchte Sie mit einem geeigneten Zufallsexperiment simulieren.

Beschreiben Sie, wie sie unter Verwendung eines Behälters und verschieden farbigen Kugeln dieses Zufallsexperiment durchführen könnte.

### Mögliche Lösung:

Man legt eine grüne, eine rote, eine schwarze und eine weiße Kugel in eine Schüssel. Man zieht dann zufällig eine Kugel aus der Schüssel. Zieht man die grüne Kugel, dann kreuzt sie bei Frage 1 die Antwortmöglichkeit 1 an. Analog geht man bei den anderen Farben vor:

„rot“: Antwortmöglichkeit 2

„schwarz“: Antwortmöglichkeit 3

„weiß“: Antwortmöglichkeit 4

Danach legt man die Kugel zurück in die Schüssel und führt diesen Vorgang insgesamt 20 Mal durch.

### Mögliche Aufgabenstellung 2:

- Bei einem anderen multiple- choice-Test, bei dem auch bei jeder Frage genau eine Antwort korrekt ist, gilt für das Ereignis A:

$$P(A) = 1 - \sum_{k=0}^7 \binom{30}{k} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^k \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^{30-k}$$

Beschreiben Sie wie dieser Test aufgebaut ist und formulieren Sie ein entsprechendes Ereignis A in Worten.

### Mögliche Lösung:

Der Test besteht aus 30 Fragen mit jeweils 8 Antwortmöglichkeiten.

A: „Ein Kandidat beantwortet durch Raten mindestens acht Aufgaben richtig“.

### Mögliche Aufgabenstellung 3:

- c) Im weiteren Verlauf wird der Test so abgeändert, dass die Anzahl der Fragen um einen Faktor  $k$  vervielfacht wird. Weiterhin soll die Wahrscheinlichkeit für ein Bestehen des Tests durch reines Raten bei höchstens 5% liegen.  
Es wird vermutet, dass man die kleinste Anzahl an richtigen Antworten, mit der der Test als bestanden gilt, ebenfalls durch Vervielfachen der Anzahl aus Aufgabenteil b) mit dem Faktor  $k$  erhält.  
Begründen Sie, dass diese Vermutung falsch ist.

### Mögliche Lösung:

In b) hat man ausgerechnet, dass die kleinste Anzahl an richtigen Antworten unter den beschriebenen Vorgaben 9 lauten muss.

Wenn man die Anzahl an Fragen zum Beispiel auf 200 verzehnfacht, so erhält man unter der Vorgabe, dass das Bestehen des Tests durch reines Raten bei höchstens 5% liegt, dass man mindestens 61 Fragen verlangen muss.

$$P_{0,25}^{200}(X \geq 60) = 1 - P_{0,25}^{200}(X \leq 59) \approx 0,0625$$

$$P_{0,25}^{200}(X \geq 61) = 1 - P_{0,25}^{200}(X \leq 60) \approx 0,0454$$

Verzehnfacht man hingegen, wie in der Behauptung das Ergebnis aus b), so läge die Grenze bei mindestens 90 Fragen.

Daher ist die Vermutung nicht allgemeingültig.