



Stärkung der pbK – Modellieren

Konzeptionsgruppe Abitur 2024

$$K3 = \text{pbK } 3$$

BP 2016: pbK 3 „Modellieren“

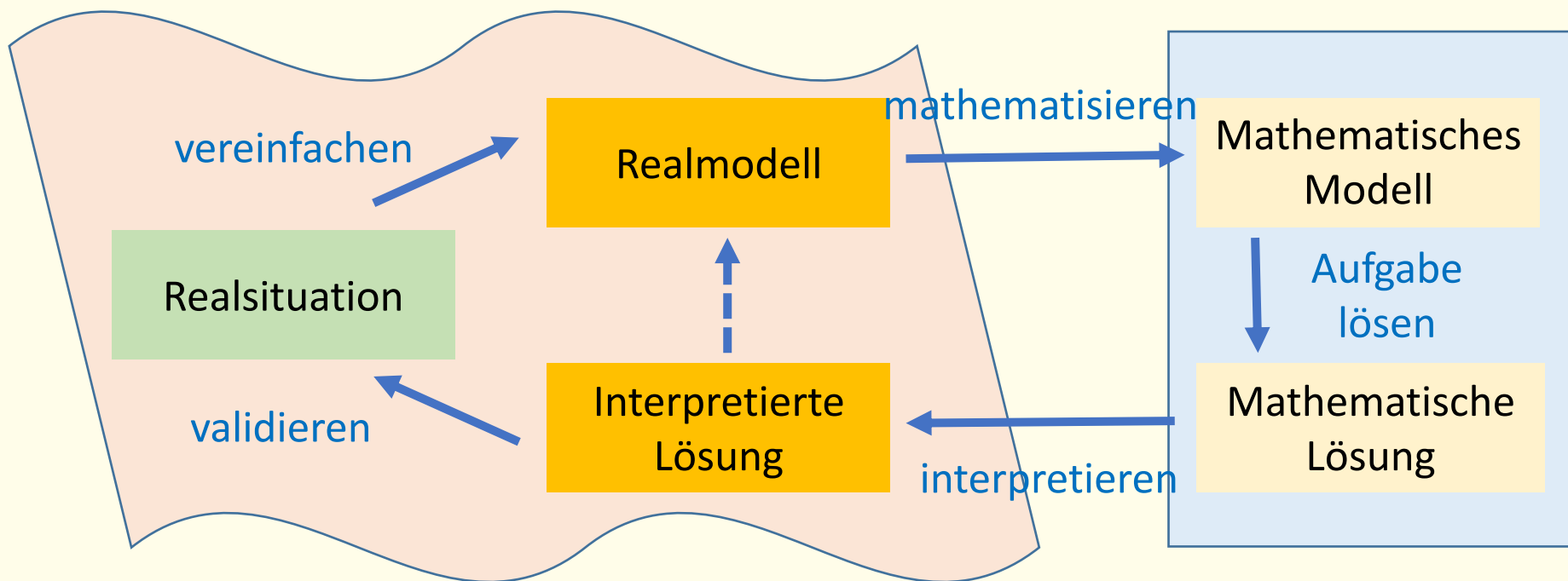
Die Schülerinnen und Schüler bearbeiten realitätsbezogene Fragestellungen, indem sie deren Struktur analysieren, sie vereinfachen und Annahmen treffen. Sie übersetzen die Situation in ein mathematisches Modell, finden im mathematischen Modell ein Ergebnis und interpretieren es in der Realsituation. Sie überprüfen das Ergebnis im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit. Sie diskutieren die Tragweite von durch Modellierung gewonnenen Prognosen kritisch.

$$K3 = \text{pb}K 3$$

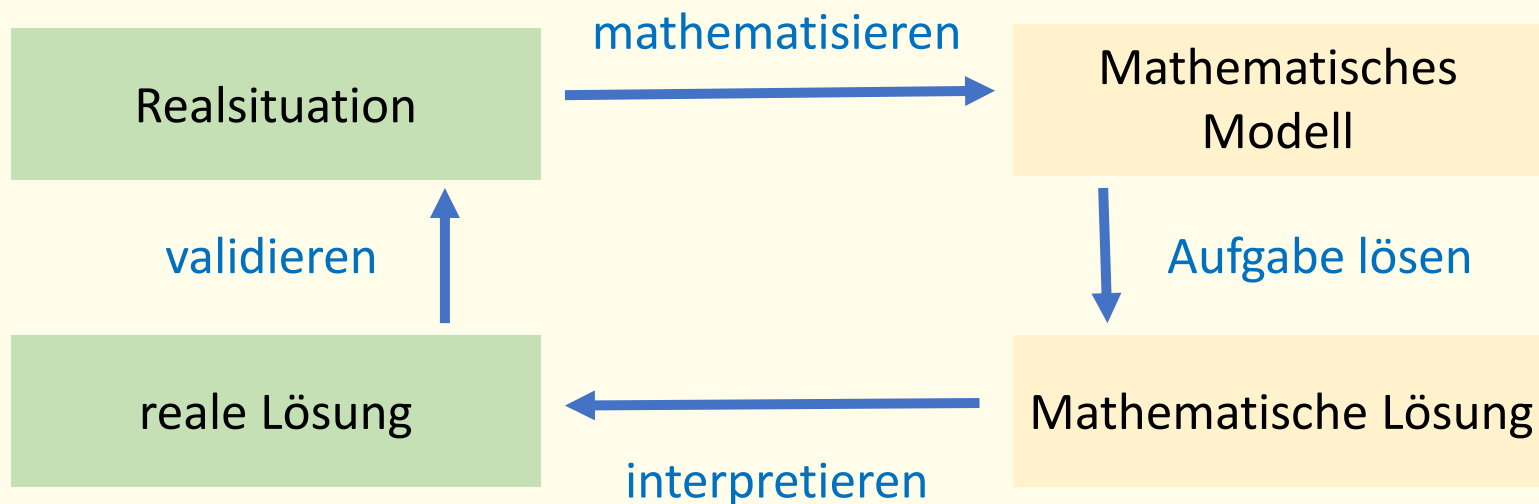
KMK 2012: K3 „Mathematisch modellieren“

Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexen Modellierungen.

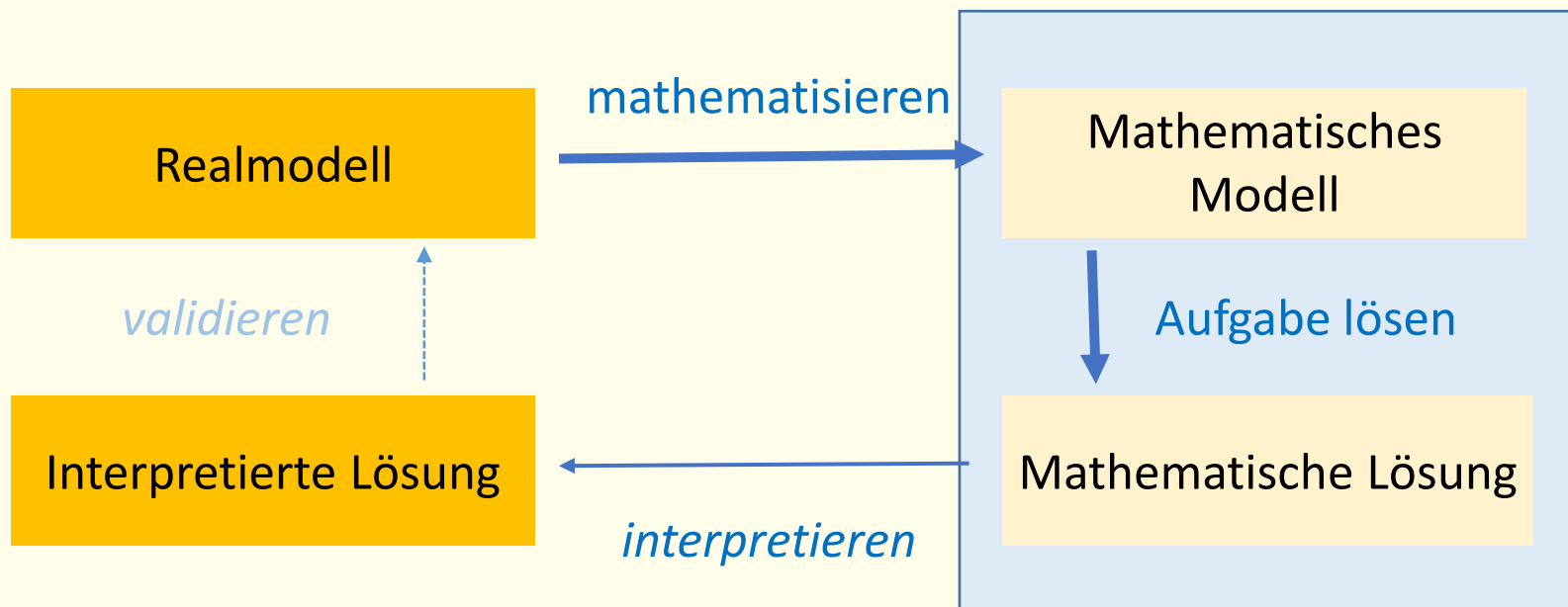
Der Modellierungskreislauf



Der vereinfachte Modellierungskreislauf



Der „reale“ Modellierungskreislauf



Ziele des Modellierens

- **Kompetenzen zum Anwenden von Mathematik** in vielfältigen Situationen erwerben, Umweltsituationen verstehen und bewältigen.
- **Ein ausgewogenes Bild von Mathematik** als Wissenschaft erlangen und ihre Bedeutung für unsere Gesellschaft erfassen, Bezüge zwischen Realität und Mathematik erkennen, Kenntnisse über Gebrauch und Missbrauch von Mathematik erwerben, Grenzen der Mathematisierbarkeit erfahren.
- **Heuristische Strategien**, Problemlöse- und Argumentationsfähigkeiten erwerben, kreatives Vorgehen erproben.
- **Motivation** zur Beschäftigung mit Mathematik erhalten, Behalten und Verstehen mathematischer Inhalte unterstützen.

Kriterien für Modellierungsaufgaben

- offen
- komplex
- realistisch
- authentisch
- problemhaltig
- lösbar durch Ausführen eines Modellierungsprozesses

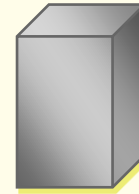


Foto: Claudia Uhl

Beispiele

Modellieren der Körperoberfläche eines Menschen

- Quader

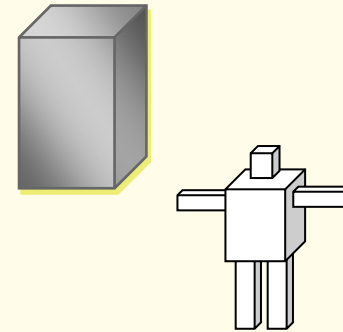


Grafik: Claudia Uhl

Beispiele

Modellieren der Körperoberfläche eines Menschen

- Quader
- Mehrere Quader

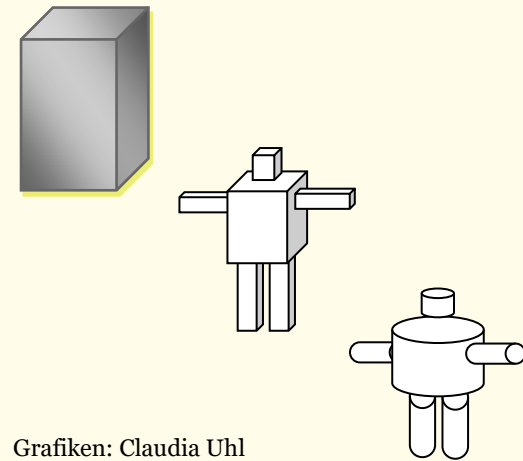


Grafiken: Claudia Uhl

Beispiele

Modellieren der Körperoberfläche eines Menschen

- Quader
- Mehrere Quader
- Mehrere Zylinder

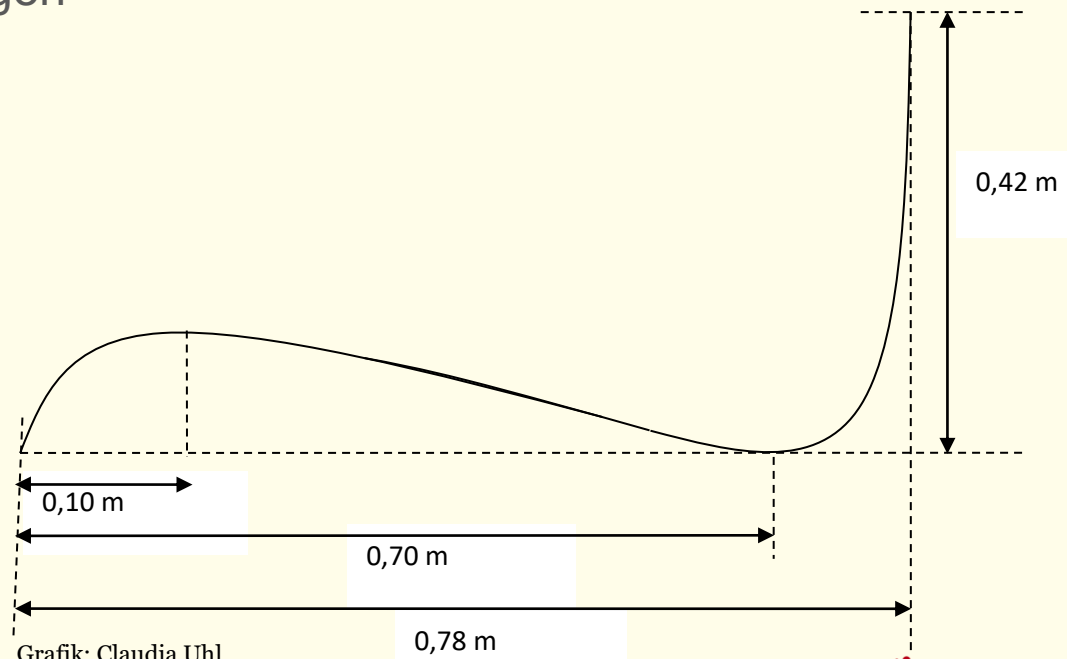


Grafiken: Claudia Uhl

Beispiele

Modellieren der Randfunktion

- Ganzrationale Funktion 3. Grades
ohne Extremwertbedingungen



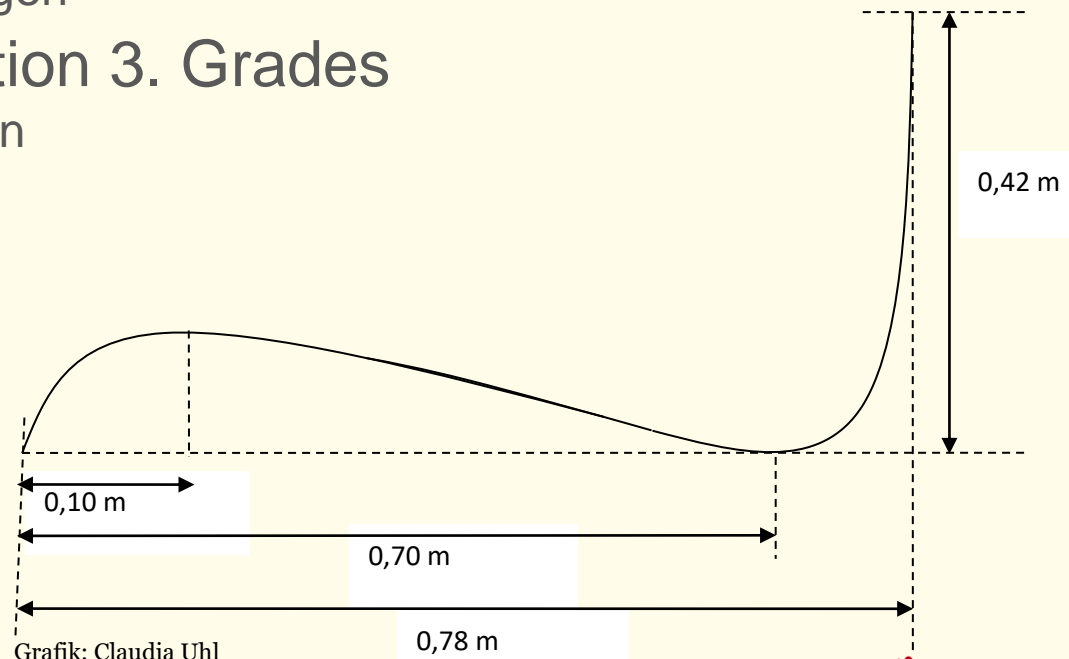
Grafik: Claudia Uhl

www.zsl-bw.de 09.10.2022

Beispiele

Modellieren der Randfunktion

- Ganzrationale Funktion 3. Grades ohne Extremwertbedingungen
- Ganzrationale Funktion 3. Grades mit Extremwertbedingungen



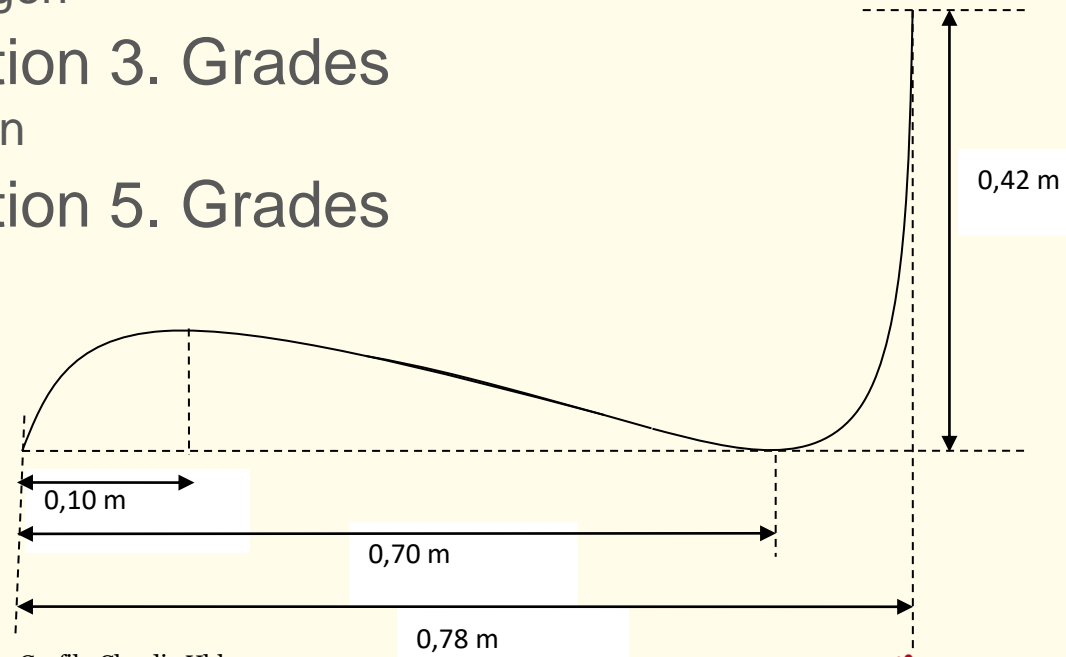
Grafik: Claudia Uhl

www.zsl-bw.de 09.10.2022

Beispiele

Modellieren der Randfunktion

- Ganzrationale Funktion 3. Grades ohne Extremwertbedingungen
- Ganzrationale Funktion 3. Grades mit Extremwertbedingungen
- Ganzrationale Funktion 5. Grades

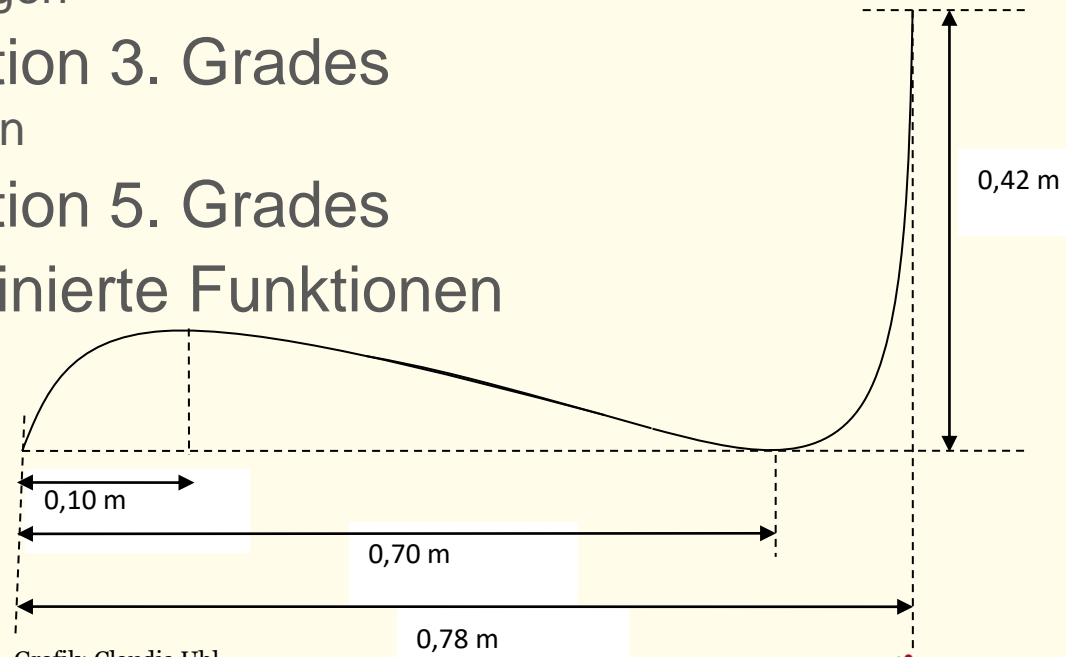


Grafik: Claudia Uhl
www.zsl-bw.de 09.10.2022

Beispiele

Modellieren der Randfunktion

- Ganzrationale Funktion 3. Grades ohne Extremwertbedingungen
- Ganzrationale Funktion 3. Grades mit Extremwertbedingungen
- Ganzrationale Funktion 5. Grades
- Abschnittsweise definierte Funktionen

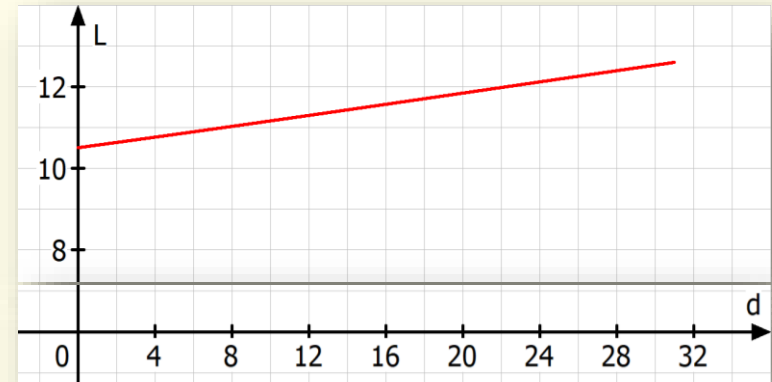


Grafik: Claudia Uhl
www.zsl-bw.de 09.10.2022

Beispiele

Modellieren der Tageslänge

- im Verlauf eines Monats

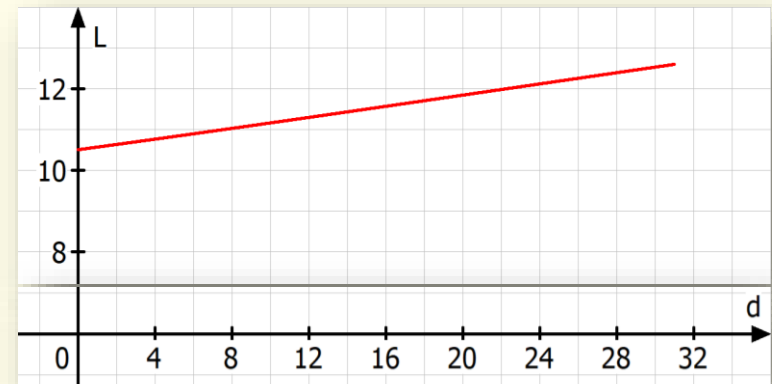


Grafik: Claudia Uhl

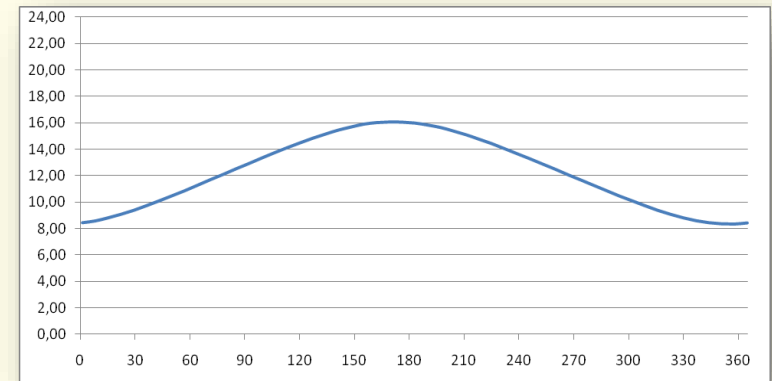
Beispiele

Modellieren der Tageslänge

- im Verlauf eines Monats
- im Verlauf eines Jahres



Grafik: Claudia Uhl

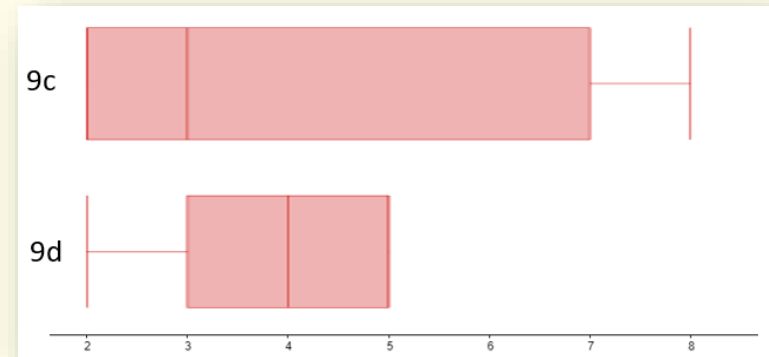


Grafik: Claudia Uhl

Beispiele

Streuung von Daten beschreiben

- Qualitativ / grafisch
- Quantitativ / rechnerisch



Grafik: Claudia Uhl

$$\sum (x - \mu) \cdot h(x)$$

$$\sum |x - \mu| \cdot h(x)$$

$$\sum (x - \mu)^2 \cdot h(x)$$

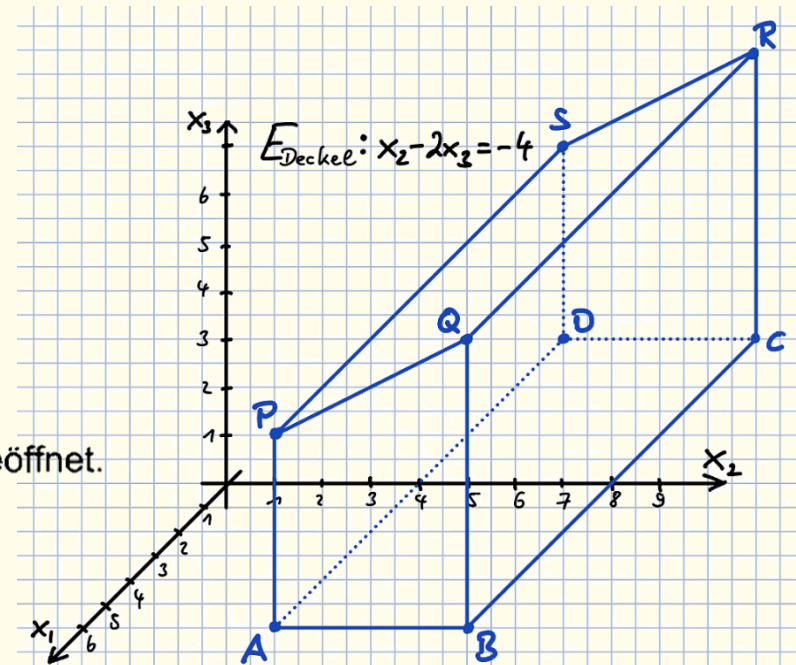
$$\sqrt{\quad}$$

Beispiele

Modellkritik

$$E_a: x_2 - ax_3 = 8 - 6a$$

- c) Der Deckel der Truhe ist um die Kante QR drehbar.
Durch Drehung des Deckels um 90° wird die Truhe geöffnet.
In welcher Ebene E_a liegt der Deckel dann?



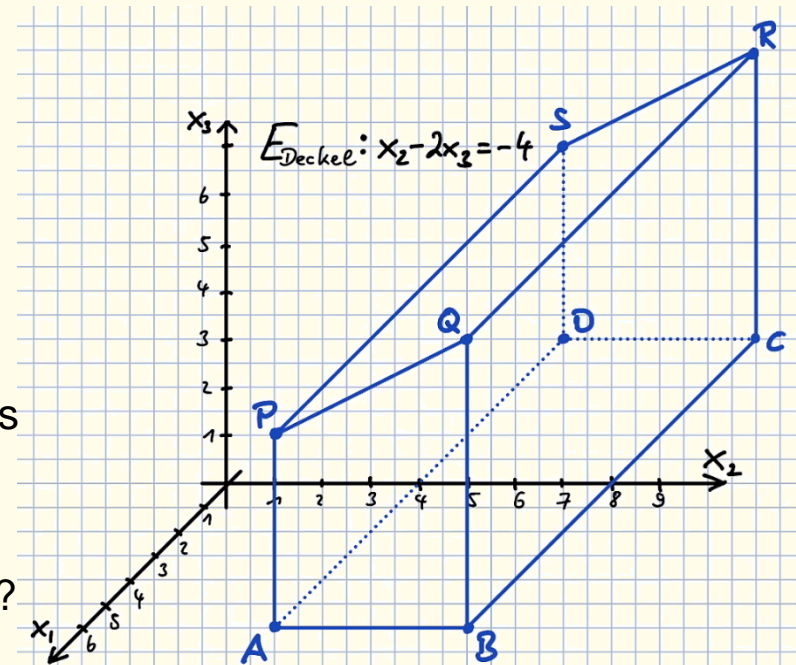
Zeichnung: Bernhard Euler

Beispiele

Modellkritik

$$E_a: x_2 - ax_3 = 8 - 6a$$

- Kann jede Position des sich öffnenden Deckels durch eine Ebene aus der Schar beschrieben werden?
- Auf welcher Ortslinie bewegt sich der Punkt P?
- Gibt es eine analytische Darstellung für die Punktmenge des Deckels in verschiedenen Positionen, sofern dieser nur nach oben und maximal bis zur lotrechten Position geöffnet wird?
- ...



Zeichnung: Bernhard Euler

Beispiele

Modellieren der Mehreinnahmen durch Überbuchung

- Variation des Parameters u für die Anzahl der angenommenen Überbuchungen

u	0	1	2	3	4	5	6
$E(u)$	0 €	270 €	540 €	810 €	1080 €	1350 €	1619 €

u	16	17	18	19	26	48	49
$E(u)$	3642 €	3683 €	3688 €	3661 €	2960 €	0 €	-135 €

Literatur

Blum, Vogel et al.: Bildungsstandards aktuell: Mathematik in der Sekundarstufe II, IQB, Bildungshaus Schulbuchverlage, Braunschweig, 2015

K. Maaß: Mathematisches Modellieren, Aufgaben für die Sekundarstufe, Cornelsen Scriptor, Berlin 2007