

Vertieft verständnisorientierte Übungsaufgaben aus der Geometrie

AUFGABE 1 Gegeben sind die Punkte $A(4 \mid -2 \mid 1)$, $B(3 \mid 5 \mid 3)$ und $C(-2 \mid 4 \mid 4)$.

- Begründen Sie, dass das Dreieck ABC nicht zu einer Raute ABCD ergänzt werden kann.
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes D so, dass das Viereck ABCD ein Drachenviereck ist.
- Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Drachenvierecks.
- Für den Punkt $D(-3 \mid -1 \mid 3)$ ist das Viereck ABCD ein Drachenviereck.
Auf der Geraden AC gibt es einen Punkt E so, dass das Viereck ABED eine Raute ist.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes E.

AUFGABE 2 Gegeben sind die Punkte $P(4 \mid -3 \mid 2)$ und $Q(-4 \mid 1 \mid 10)$.

- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes R, der sowohl von P als auch von Q den Abstand 10 besitzt.
- Begründen Sie, dass es keinen Punkt gibt, der sowohl von P als auch von Q den Abstand 5 besitzt.
- Gegeben ist die Ebene $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 14$.

Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes T, der in E liegt und sowohl von P als auch von Q den Abstand $\sqrt{117}$ besitzt.

AUFGABE 3 Die Punkte $A(3 \mid 0 \mid 3)$, $B(6 \mid 12 \mid 6)$, $C(-1 \mid 8 \mid 11)$, $D(-6 \mid 0 \mid 12)$ und S sind die Eckpunkte einer Pyramide.

- Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E in der die Grundfläche ABCD der Pyramide liegt.
- Zeigen Sie, dass das Viereck ABCD ein Drachenviereck ist.
- Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes S so, dass die Pyramide ein Volumen von 540 Volumeneinheiten besitzt.

AUFGABE 4 Gegeben ist die Gerade $g: \vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

- a) Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E , in der sowohl die x_1 – Achse als auch die Gerade g liegen.
- b) Die x_1 – Achse und die Gerade g schließen zwei Winkel ein.

Weisen Sie nach, dass die Gerade $w: \vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$ die Winkelhalbierende eines der beiden Winkel ist.

- c) Bestimmen Sie eine Gleichung der Winkelhalbierende w^* des anderen Winkels.

AUFGABE 5 Gegeben sind die Punkte $A(2 \mid -3 \mid 1)$ und $B(6 \mid 5 \mid 7)$.

- a) Berechnen Sie die Länge der Strecke AB .
- b) Es gibt auf der Strecke AB einen Punkt T , der von A dreimal so weit wie von B entfernt ist.

Bestimmen Sie die Koordinaten von T .

- c) Auf der Geraden AB gibt es einen zweiten Punkt T^* , der ebenfalls von A dreimal so weit entfernt ist wie von B .

Bestimmen Sie die Koordinaten von T^* .

- d) Auf der Geraden AB gibt es zwei Punkte R und R^* , die beide k - mal so weit von A entfernt sind wie von B ($k > 1$).

Begründen Sie, dass es ein k gibt, so dass die Strecke RR^* genau so lang wie die Strecke AB ist.