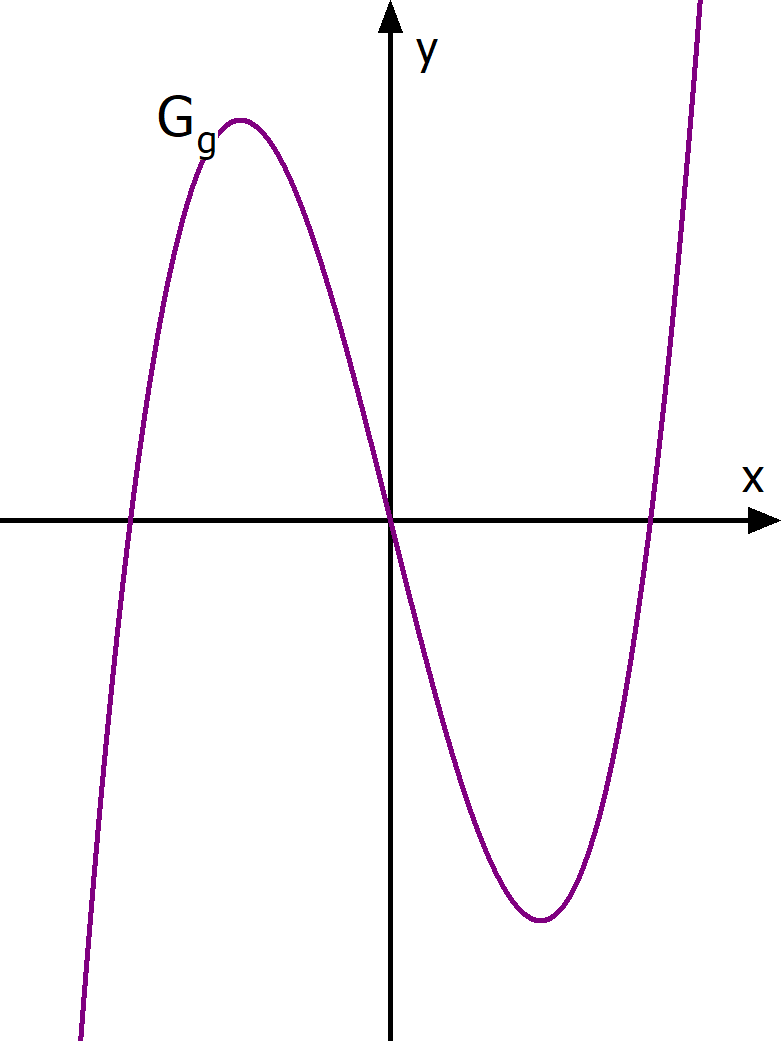
**Klausuren Impuls 3 (Analysis)**

Die Abbildung zeigt den punktsymmetrischen Graphen Gg einer in IR definierten, differenzierbaren Funktion g .



Betrachtet wird nun eine in IR definierte Funktion f , für die gilt:

**Mögliche Aufgabenstellung:**

Untersuchen Sie den Graph von f im abgebildeten Bereich auf Hoch- und Tiefpunkte.

**Mögliche Lösung:**

Wegen gilt   
Die Nullstellen von g im abgebildeten Bereich seien . Dann gilt:  
 für alle Nullstellen von g.

=> An den Nullstellen von g besitzt der Graph von f Tiefpunkte.

Die Extremstellen von g im abgebildeten Bereich seien x2 < x4. Dann gilt:

und   
 >0 >0   
   
 >0 <0

und  
 <0 <0   
   
 <0 >0

=> An den Extremstellen von g besitzt der Graph von f Hochpunkte.

**Mögliche Aufgabenstellung:**

a1) Der Graph von g hat zwei Extremstellen.  
 Beurteilen Sie die Aussage: „Der Graph von f hat mindestens zwei Extremstellen.“

a2) Zeigen Sie: „Der Graph von f berührt die x-Achse in drei Punkten.“

**Mögliche Lösung:**

a1) Die Extremstellen von g im abgebildeten Bereich seien x2 < x4. Dann gilt:

und   
 >0 >0   
   
 >0 <0

und  
 <0 <0   
   
 <0 >0

=> An den Extremstellen von g besitzt der Graph von f Hochpunkte  
=> Die Aussage ist wahr.

a2) Wegen gilt an den Nullstellen von g .  
 Die Nullstellen von f sind also auch die Nullstellen von f.  
 Wegen gilt auch   
 => An den Nullstellen von g besitzt der Graph von f Tiefpunkte.  
 Im abgebildeten Bereich hat der Graph von g drei Nullstellen, an diesen Stellen berührt der Graph von f die x-Achse.

**Mögliche Aufgabenstellung:**

a1) Zeigen Sie, dass der Graph von f achsensymmetrisch zur y-Achse ist.

a2) Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion f‘ punktsymmetrisch zum Ursprung ist.

**Mögliche Lösung:**

a1) Wegen gilt

a2)   
 da der Graph von g punktsymmetrisch zum Ursprung ist, ist der Graph von g‘ achsensymmetrisch zur y-Achse.

Somit gilt: