

POTENZGESETZE

OPEN MIDDLE PROBLEM

AUFGABE

Trage in jede Box eine der ganzen Zahlen von -9 bis 9 so ein, dass eine wahre Aussage entsteht und der Exponent der Potenz auf der rechten Seite größtmöglich ist.

Jede der ganzen Zahlen von -9 bis 9 darf hierbei höchstens einmal verwendet werden.

$$\frac{(x^{\square})^{\square}}{x^{\square}} \cdot \sqrt{x^{\square\square}} = x^{\square\square}$$

VERSUCHSPROTOKOLL

Dokumentiere im Protokoll deine Versuche, eine Lösung zu dem Problem zu finden.

[illegible][illegible][illegible]

DIDAKTISCHE HINWEISE UND LÖSUNGSHINWEISE

Zur Lösung dieses Open Middle Problems müssen die Schülerinnen und Schüler mit zentralen Potenzgesetzen zur Vereinfachung von Potenzprodukten mit gleicher Basis oder gleicher Hochzahl ebenso vertraut sein wie mit negativen und rationalen Hochzahlen.

Folgende Überlegungen können angestellt werden:

- Da bei Quotienten von Hochzahlen die Exponenten subtrahiert werden, sollte a in $\frac{(x^a)^b}{x^c}$ eine negative Zahl sein.
- Damit der Exponent auf der rechten Seite ganzzahlig ist (Voraussetzung an die zugelassenen Zahlen), muss b im Wurzelausdruck $\sqrt[b]{x^c} = x^{c/b}$ ein Teiler von c sein.
- Um die betragsmäßig großen negativen Zahlen gewinnbringend einzusetzen, kann man für d und e in $(x^d)^e$ zwei negative Zahlen einsetzen, da die Hochzahlen multipliziert werden und das Ergebnis somit wieder eine große positive Zahl ist.

Die maximal mögliche Hochzahl auf der rechten Seite ist 98. Dies lässt sich u.a. wie folgt erreichen:

$$\frac{(x^{-9})^{-8}}{x^4} \cdot \sqrt[2]{x^{60}} = x^{98} ; \frac{(x^{-9})^{-6}}{x^0} \cdot \sqrt[2]{x^{86}} = x^{98} ; \frac{(x^{-9})^{-8}}{x^{-1}} \cdot \sqrt[2]{x^{50}} = x^{98} ; \frac{(x^{-9})^{-8}}{x^1} \cdot \sqrt[2]{x^{54}} = x^{98}$$

MÖGLICHE HILFEKARTEN

Den Schülerinnen und Schülern können passende Strategiekarten zur Verfügung gestellt werden.

Wie müssen in der Potenz $(x^a)^b$ die Zahlen a und b gewählt werden, damit die Hochzahl möglichst groß wird? Welches Potenzgesetz benötigst du hier?

Wie müssen sich die Vorzeichen von a und b zueinander verhalten?

Wie muss in der Potenz $\frac{(x^a)^b}{x^c}$ die Zahl c gewählt werden, damit die Gesamt-Hochzahl nach der Vereinfachung des Quotienten größtmöglich ist? Welches Potenzgesetz benötigst du hier?

Wie lässt sich $\sqrt[d]{x^e}$ als Potenz von x schreiben? Was muss sichergestellt werden, damit die Gesamt-Hochzahl dieses Wurzelausdrucks am Ende die Bedingungen der Aufgabe erfüllt?