



Problemlösen unterrichten – Teil 2

Ute Kleinknecht

HINWEIS

Dies stellt nur einen kurzen Auszug aus der tatsächlichen Präsentation und dem tatsächlichen Material dar.

Weitere (auch editierbare) Materialien sowie methodisch-didaktische Hinweise zur Gestaltung der Unterrichtsstunden erhalten Sie beim Besuch der regionalen Fortbildung „Problemlösen im Mathematikunterricht.“

Problemlösen im MU

Problemlösen als Lernziel

Problemlösekompetenz erwerben

in eigenständigen Problemlösestunden

in den regulären Unterricht integriert

Problemlösen als Lernprinzip

Problemlösekompetenz anwenden

in den regulären Unterricht integriert

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Unterrichtsbeispiele



2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Vorbemerkung:

- Problemlösen (anwenden) findet schon in sehr vielen Unterrichtsstunden statt (entdeckendes Lernen, problemorientierte Einstiege, problemorientierte Übungsaufgaben...)
- Oft bedarf es nur kleiner Änderungen zur (noch stärkeren) Vermittlung/Schulung von Problemlöseaspekten im regulären Mathematikunterricht

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Unterrichtsbeispiele:

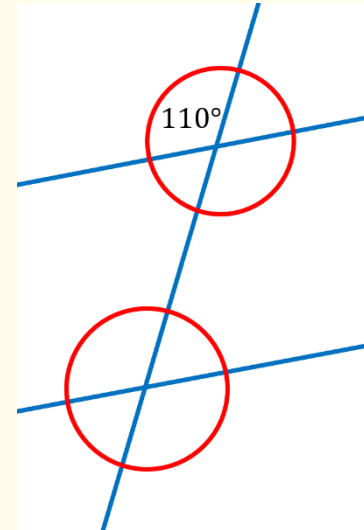
Klasse 7:	Winkel an Kreuzungen	Einstieg/ Erarbeitung
Klasse 6:	Flächeninhalt Kreis	Erarbeitung
Klasse 7:	Berechnung von Winkeln (Strategietraining)	Üben

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 1: Winkel an Kreuzungen (Kl. 7) - EINSTIEG

„Herkömmlicher“ Einstieg:

- Bestimme die fehlenden Winkelweiten.
- Was fällt dir auf?
- Finde Begründungen für deine Beobachtungen.



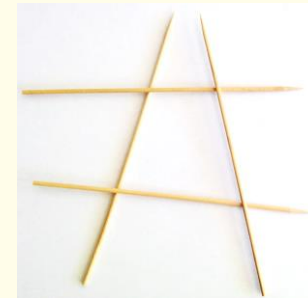
2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 1: Winkel an Kreuzungen (Kl. 7) - EINSTIEG

„Problemorientiertere Version“:

Aufgabe:

- Lege die Stäbchen so, dass alle entstehenden Winkel gleich weit sind.
- Lege die Stäbchen dann so, dass bei den entstehenden Winkeln zwei verschiedene Winkelweiten auftreten. Zeichne das „Stäbchen-Bild“ in die Tabelle und markiere gleich weite Winkel mit derselben Farbe.
-



Bildquelle: KG Problemlösen

SuS erhalten jeweils 4 Holzstäbchen und bauen damit Kreuzungen.

Vgl. Arbeitsblatt „Winkel an Kreuzungen“

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 1: Winkel an Kreuzungen (Kl. 7) - EINSTIEG

Folgestunde:

- Reflexion der Vorgehensweisen (wahlloses Ausprobieren \leftrightarrow systematisches Vorgehen)
- Besprechung von neuen Inhalten und Problemlösekompetenzen zeitlich getrennt

Fazit:

- Stärkere Problemorientierung durch Umkehrung der Aufgabenstellung
- Aufgabe ermöglicht Zugang für alle und ist selbstdifferenzierend
- Zeitlicher Mehraufwand hält sich in Grenzen



2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - **ÜBUNG** (5 Std.) (Strategietraining)

Vorher:

- Einführung der Winkelsätze (Nebenwinkel, Scheitelwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel, gleichschenkliges Dreieck, Winkelsumme, Satz des Thales)
- Erste Übungen

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 1) „Standortbestimmung“

Aufgabe 1:
Es ist $\alpha = 42^\circ$. Berechne die Winkelweite von δ .

Aufgabe 2:
Untersuche durch Berechnung von Winkelweiten, ob die Geraden g und h parallel sind.

Die Lernenden bearbeiten zwei Aufgaben, von denen eine Aufgabe eine erhöhte Komplexität aufweist.

Bekanntgabe des Ziels für die nächsten Stunden: Sicherheit beim Lösen komplexerer Aufgaben gewinnen → Strategietraining

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 2.) Inhaltsorientierte Strategien:

- Rechte Winkel erkennen (Thaleskreis)
 - Gleichschenklige Dreiecke erkennen
 - Hilfslinien einzeichnen
- }
- Wissensspeicher: Überblick über Winkelsätze
(Unterscheidung Voraussetzung/Satzaussage)

AB „Strategie-
training“

AB „Mathematischer
Werkzeugkasten“

2. Problemlösen vermittelt im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 3.) Allgemeine Strategien:

AB „Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten“

- Eine Aufgabe wird mit beiden Strategien gelöst.
- Vorwärts: verwendete Sätze notieren
- Rückwärts: Aufgabe lösen

AB „Strategischer Werkzeugkasten“

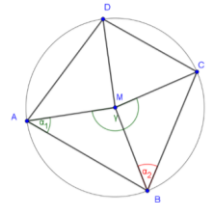
- Wissensspeicher: Überblick über allgemeine heuristische Strategien

Aufgabe:

Beim abgebildeten Viereck ist folgendes bekannt:

- 1) $\alpha_1 = 54^\circ$
- 2) $\gamma = 112^\circ$

Berechne die Weite des Winkels α_2 .



Löse die Aufgabe auf zwei verschiedene Weisen, indem du die Tabelle ausfüllst.

Vorwärtsarbeiten		Rückwärtsarbeiten	
Was kann man mit α_1 berechnen?	Bekannt: α_1 $\gamma_1 = 180^\circ - 2 \cdot \alpha_1$ $= 180^\circ - 2 \cdot 54^\circ = 72^\circ$	Was musst du wissen, um α_2 berechnen zu können?	
Was kann man mit γ_1 berechnen?	Bekannt: γ_1, γ	Was musst du wissen, um berechnen zu können?	

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 4.) Übungen:

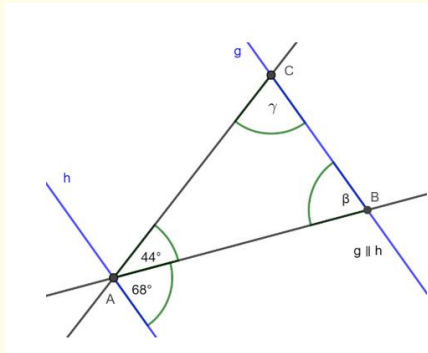
- **Bearbeite** die Aufgaben.
- **Reflektiere** nach jeder Aufgabe deinen Lösungsprozess mit folgenden Fragen:
 - Welche Strategien hast du angewendet? Welche mathematischen Sätze hast du verwendet?
 - Gab es Überlegungen, die letztendlich nicht zielführend waren? Woran hast du erkannt, dass diese Überlegungen nicht hilfreich sind?
 - Was kannst du aus der Bearbeitung dieser Aufgabe für künftige Aufgaben lernen?

- 5 Aufgaben – zunehmender Schwierigkeitsgrad
- Reflexion nach jeder Aufgabe
- Wahlweise Einzel- oder Partnerarbeit

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 4.) Übungen:



g und h sind parallel. Was bringt dies?	Es gilt $\beta = 68^\circ$	β ist Stufenwinkel zum 68° -Winkel. β ist gleich groß wie dieser, da die Geraden g und h parallel sind.
Was kann man berechnen, wenn man β kennt.	Es gilt: $\gamma = 180^\circ - 44^\circ - \beta$ $= 180^\circ - 44^\circ - 68^\circ = 68^\circ$	Winkelsumme im Dreieck
Was bedeutet Gleichschenkligkeit? Was muss man zeigen, um sie zu beweisen?	Es gilt $\beta = 68^\circ$ und $\gamma = 68^\circ$. Somit sind γ und β gleich weit. Daher hat das Dreieck auch zwei gleich lange Seiten und ist somit gleichschenkl.	Satz vom

KOGNITIVE
HERAUSFORDERNDE AUFGABEN
AKTIVIERUNG

- Hilfen: „Light-Versionen“ von Aufgabe 1 und 2
- Aufgabe 5d: Begründung für Satz vom Umfangswinkel (★★★)

KONSTRUKTIVE
INDIVIDUELLE UNTERSTÜTZUNG
UNTERSTÜTZUNG



2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 4.) Übungen:

- Selbstkontrolle mit ausgehängten Lösungen
- Expertensystem

	Experte	Suche Austausch	Brauch Hilfe
Aufgabe 1	Dominic, Franziska, Lina, Paula , Thoma, Sara		
Aufgabe 2	Dominic, Franziska, Lina, Paula , Thoma, Sara, Christine , Dominic, NBE, Chloé, Sara, Lina		Lina & Arlbach
Aufgabe 3	Dominic, Noémie, Lina, Charlotte, Sara, Dominic		Hana
Aufgabe 4	Dominic, Noémie, Lina, Charlotte, Sara, Dominic	Noémie	
Aufgabe 5 a, b	Charlotte, Dominic	Noémie	
Aufgabe 5 c, d			

Bildquelle: KG Problemlösen

www.zsl-bw.de 26.08.2024

KONSTRUKTIVE

KLASSENKLIMA

UNTERSTÜTZUNG

KONSTRUKTIVE

INDIVIDUELLE UNTERSTÜTZUNG

UNTERSTÜTZUNG

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Ablauf: 5.) Abschluss: „Erfolgskontrolle“

Bearbeitung:

- Einzelarbeit (7 Min.)
- Partnerarbeit (5 Min.)

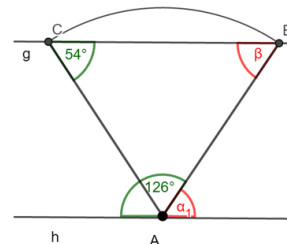
Plenum:

- Vorstellung der Lösung
- Besprechung der Vorgehensweisen
- Umfrage

Winkelaufgaben (nachher)

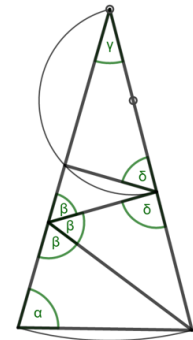
Aufgabe 1:

Untersuche, ob die Geraden g und h parallel sind.



Aufgabe 2:

Berechne die fehlenden Winkel.



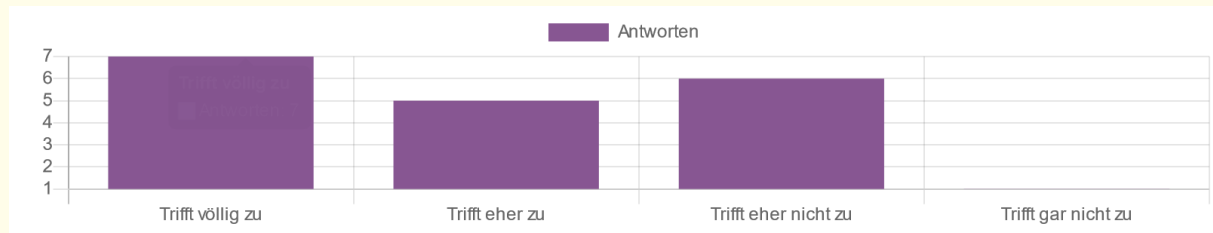
2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

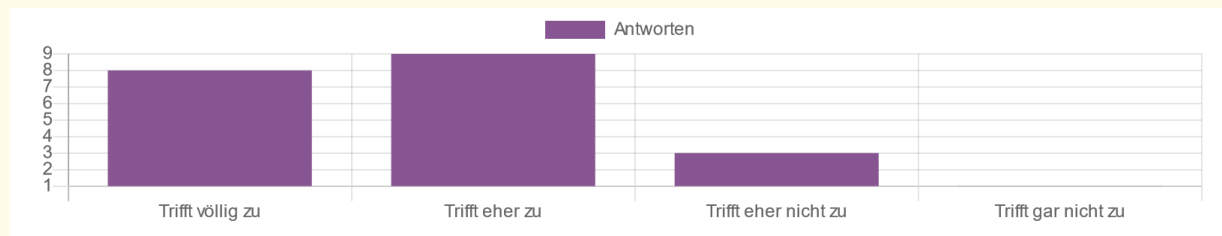
Feedback:

Ich weiß, welche mathematische Sätze und Zusammenhänge ich bei Winkelaufgaben anwenden kann.

Vorher:



Nachher:



Bildquelle: KG Problemlösen

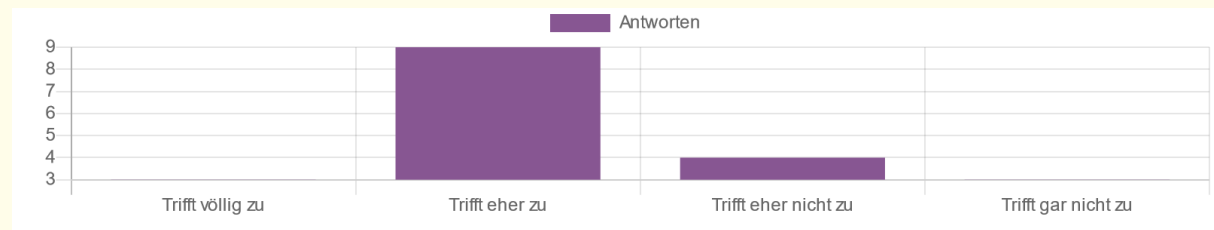
2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

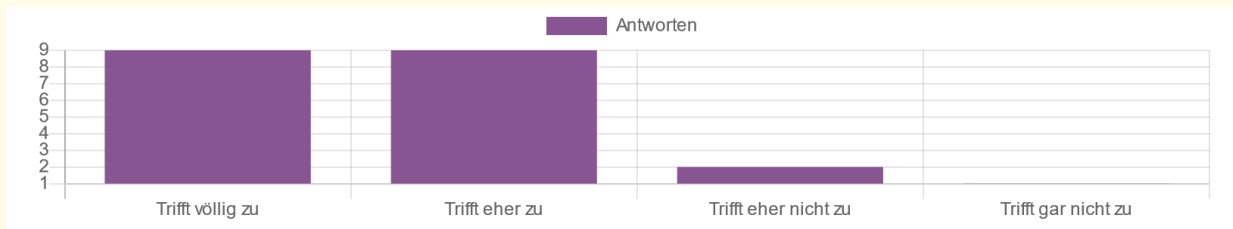
Feedback:

Ich kann diese Sätze und Zusammenhänge gezielt bei Winkelaufgaben anwenden.

Vorher:



Nachher:



Bildquelle: KG Problemlösen

www.zsl-bw.de 26.08.2024



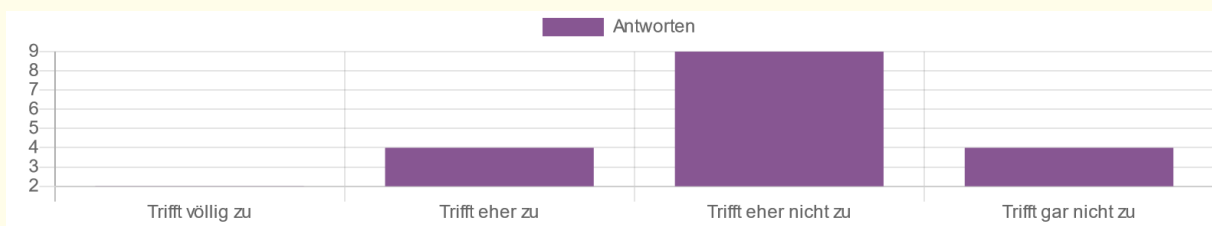
2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

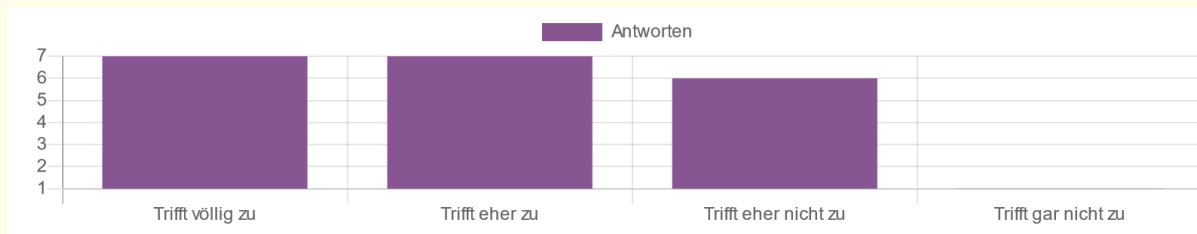
Feedback:

Ich kenne Strategien, wie ich eine für mich schwierige Aufgabe angehen kann.

Vorher:



Nachher:



Bildquelle: KG Problemlösen

www.zsl-bw.de 26.08.2024

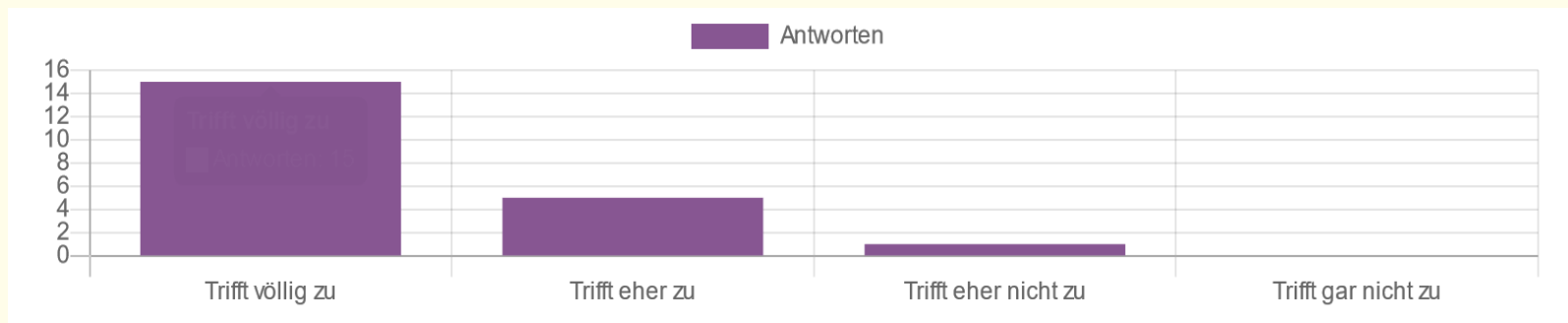


2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Feedback:

Gerne würde ich auch bei anderen Themen Strategietrainings machen.



Bildquelle: KG Problemlösen

2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Bsp. 3: Winkel berechnen (Kl. 7) - ÜBUNG (Strategietraining)

Feedback:

Wenn du möchtest, kannst du hier noch Anmerkungen zum Strategietraining machen.

- Es war gut zu üben und es besser zu verstehen
- War toll aber relativ einfach
- Es hat mir geholfen das Thema besser zu verstehen.
- Hat Spaß gemacht
- Toll
- Der Unterricht macht mir und Rafael sehr viel Spaß da wie gut durch die Aufgaben kamen. 👍 😊
- Ich finde das wirklich richtig toll das waren eine der besten mathestunden die ich je gemacht. habe

Bildquelle: KG Problemlösen



2. Problemlösen vermitteln im regulären MU

Fazit:

- bei der Unterrichtsplanung (immer wieder) auch Problemlösestrategien bedenken
- Geringfügige „Öffnung“ kann viel bewirken!
 - Erfordert: wenig Vorbereitung
 - Flexibilität der Lehrkraft / Mut?
 - etwas mehr Unterrichtszeit
- (integriertes) Problemlösetraining...
 - ... erhöht Schüleraktivität
 - ... stärkt Selbstbewusstsein der Lernenden
 - ... macht sich bezahlt und macht Spaß

Literatur

- Bruder, Regina/Collet, Christina (2011): Problemlösen lernen im Mathematikunterricht. 1. Auflage. Berlin: Cornelsen.
- Holzäpfel, Lars/ Lacher, Martin/Leuders, Timo/Rott, Benjamin (2018): Problemlösen lehren lernen. Wege zum mathematischen Denken. 1. Auflage. Seelze: Kallmeyer/Klett.
- Lohr, Matthias/ Reit, Xenia-Rosemairet: Mit Hilfslinien zur Lösung (Argumentieren und Problemlösen bei Winkeldetektivaufgaben). In: Mathematik lehren, (2016) 196, S. 22 – 27.
- Barzel, Bärbel/ Poloczek, Joachim/ Rott, Benjamin: Ein Strategietraining mit Pythagoras-Aufgaben. In: Mathematik lehren, (2016) 196, S. 28 – 32.