

Kopfrechentricks 4: Quadratzahlen berechnen

So geht der Rechentrick:

Auf folgende Weise kannst du das Quadrat einer natürlichen Zahl a berechnen:

Suche eine kleine Zahl x , so dass $a - x$ oder $a + x$ eine durch Zehn oder Hundert teilbare Zahl ist.

Berechne $(a - x) \cdot (a + x)$.

Addiere zum Ergebnis x^2 und du erhältst a^2 .

Beispiele:

Um das Quadrat von $a = 23$ zu berechnen, wählen wir $x = 3$.

Damit ist $(a - x) \cdot (a + x) = (23 - 3) \cdot (23 + 3) = 20 \cdot 26 = 520$.

Und $a^2 = 23^2 = 520 + x^2 = 520 + 3^2 = 520 + 9 = 529$.

Für 98^2 wählen wir $x = 2$ und erhalten

$$98^2 = (98 - 2) \cdot (98 + 2) + 2^2 = 96 \cdot 100 + 4 = 9604$$

Nutze den Rechentrick:

Berechne:

- | | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-------------|
| a) 19^2 | b) 24^2 | c) 31^2 | d) 47^2 | e) 75^2 | f) 97^2 | g) 104^2 |
| h) 52^2 | i) 26^2 | j) 85^2 | k) 56^2 | l) 93^2 | m) 996^2 | n) 1012^2 |

Begründe den Rechentrick:

Gib einen Term an, mit dem du laut Rechentrick das Quadrat von a berechnest, und zeige, dass er gleichwertig zu a^2 ist.

Lösungen

Nutze den Rechentrick:

- a) $19^2 = (19 - 1) \cdot (19 + 1) + 1^2 = 18 \cdot 20 + 1 = 361$
- b) $24^2 = (24 - 4) \cdot (24 + 4) + 4^2 = 20 \cdot 28 + 16 = 576$
- c) $31^2 = (31 - 1) \cdot (31 + 1) + 1^2 = 30 \cdot 32 + 1 = 961$
- d) $47^2 = (47 - 3) \cdot (47 + 3) + 3^2 = 44 \cdot 50 + 9 = 2209$
- e) $75^2 = (75 - 5) \cdot (75 + 5) + 5^2 = 70 \cdot 80 + 25 = 5625$
- f) $97^2 = (97 - 3) \cdot (97 + 3) + 3^2 = 94 \cdot 100 + 9 = 9409$
- g) $104^2 = (104 - 4) \cdot (104 + 4) + 4^2 = 100 \cdot 108 + 16 = 10816$
- h) $52^2 = (52 - 2) \cdot (52 + 2) + 2^2 = 50 \cdot 54 + 4 = 2704$
- i) $26^2 = (26 - 4) \cdot (26 + 4) + 4^2 = 22 \cdot 30 + 16 = 676$
- j) $85^2 = (85 - 5) \cdot (85 + 5) + 5^2 = 80 \cdot 90 + 25 = 7225$
- k) $56^2 = (56 - 6) \cdot (56 + 6) + 6^2 = 50 \cdot 62 + 36 = 3136$
- l) $93^2 = (93 - 7) \cdot (93 + 7) + 7^2 = 86 \cdot 100 + 49 = 8649$
- m) $996^2 = (996 - 4) \cdot (996 + 4) + 4^2 = 992 \cdot 1000 + 16 = 992016$
- n) $1012^2 = (1012 - 12) \cdot (1012 + 12) + 12^2 = 1000 \cdot 1024 + 144 = 1024144$

Begründe den Rechentrick:

Um a^2 zu berechnen, verwenden wir den Term $(a - x) \cdot (a + x) + x^2$.

Mit Hilfe der 3. Binomischen Formel folgt die Gleichheit:

$$(a - x) \cdot (a + x) + x^2 = a^2 - x^2 + x^2 = a^2$$

Didaktischer Kommentar

Klasse	Bezug zum Bildungsplan					Art der Aufgabe		
	ZVO x	Messen	FZ	RuF	Daten	Selbstdifferenzierend	Herausfordernd x	Enrichment x
8								

Hinweise zum Einsatz im Unterricht

Dieser Kopfrechentrick kann schon in Klasse 5 verwendet werden (Bildungsplan 2016: 3.1.1(11)). Mit seiner Hilfe können auch Quadratzahlen von 11^2 bis 19^2 schnell berechnet werden (Bildungsplan 2016: 3.1.1(14)). Die allgemeine Begründung mit Hilfe von Umformungen von Termen mit Variablen ist erst in Klasse 8 möglich (Bildungsplan 2016: 3.2.1(8)).