

Kombinatorik mit dem Binomialkoeffizient

- a) Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten vier Spieler in eine Zweiergruppe, die Tennis spielt, und eine Zweiergruppe, die Badminton spielt, aufzuteilen.
- b) Zeige, dass es genau drei Möglichkeiten gibt, vier Spieler in zwei Zweiergruppe, die beide Tennis spielen aufzuteilen.
- c) Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten neun Spieler in drei Zweiergruppen und eine Dreiergruppe aufzuteilen.
- d) Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten 22 Fußballspielerinnen in zwei Mannschaften mit je 11 Spielerinnen aufzuteilen.

Lösung:

- a) Bezeichnet man die Spieler mit A, B, C und D so gibt es folgende sechs Möglichkeiten für die Aufteilung.

T	B	T	B
AB	CD	CD	AB
AC	BD	BD	AC
AD	BC	BC	AD

Rechnerisch erhält man das Ergebnis, indem man zwei Spieler aus den vier Spielern (mit einem Griff) auswählt. Die zweite Gruppe ergibt sich dann automatisch.

- b) Spielen beide Gruppen Tennis, so sind die beiden Zweiergruppen nicht mehr unterscheidbar.

T	T	T	T
AB	CD	CD	AB
AC	BD	BD	AC
AD	BC	BC	AD

Von den sechs Möglichkeiten sind jeweils zwei identisch. Es gibt daher nur noch drei Möglichkeiten.

- c) Um die Dreiergruppe zu besetzen gibt es

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = 35$$

Möglichkeiten.

Um die übrigen sechs Spieler in drei unterscheidbare Zweiergruppe aufzuteilen gibt es

$$\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot 1 = 90$$

Möglichkeiten. Das entspricht einer Anordnung der drei Gruppen mit Reihenfolge. Drei verschiedene Gruppen kann man auf $3! = 6$ Möglichkeiten anordnen, d.h. von den 90 Möglichkeiten sind immer 6 Möglichkeiten identisch. Man erhält daher insgesamt

$$35 \cdot \frac{90}{6} = 35 \cdot 15 = 525$$

Möglichkeiten.

- d) Aus den 22 Spielerinnen wählt man („mit einem Griff“) 11 Spielerinnen aus. Die zweite Mannschaft ergibt sich automatisch. Da beide Mannschaften nicht unterscheidbar sind, muss noch durch 2 dividiert werden. Es gibt somit

$$\frac{\binom{22}{11}}{2} = 352\,716$$

Möglichkeiten.

Didaktischer Kommentar

Klasse	Bezug zum Bildungsplan					Art der Aufgabe		
	ZVO	Messen	FZ	RuF	Daten	selbstdifferenzierend	herausfordernd	Enrichment
10	×				×		×	

Hinweise zum Einsatz im Unterricht

Die Aufgabe eignet sich zum parallelen Einsatz zu Schulbuchaufgaben und kann nach der Einführung des Binomialkoeffizienten eingesetzt werden.