

Aufgaben zu linearen Gleichungen mit Brüchen

Aufgabe 1. Löse die Gleichungen.

$$\text{a) } 7x - \frac{2}{5} = \frac{x}{5} \quad \text{b) } \frac{x}{2} + \frac{x}{5} = 7 \quad \text{c) } \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}x = 27$$

$$\text{d) } \frac{1}{6} - \frac{2}{3}x = -\frac{1}{2} \quad \text{e) } \frac{1}{2} - \frac{x}{3} = \frac{2}{3} \quad \text{f) } -x + \frac{1}{2} = -\frac{2}{5}$$

$$\text{g) } -\frac{1}{8} = \frac{3x}{8} - \frac{1}{4} \quad \text{h) } \frac{11}{5} = \frac{3}{4}x - \frac{4}{5} \quad \text{i) } -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{j) } \frac{2}{5} = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}x \quad \text{k) } \frac{3}{4} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3}x \quad \text{l) } \frac{3}{2} = -\frac{x}{3} + \frac{3}{4}$$

Aufgabe 2. Löse die Gleichungen.

$$\text{a) } \frac{x}{7} + \frac{5}{3} = x + 1 \quad \text{b) } \frac{8}{3}x - 1 = \frac{2}{9}x + \frac{1}{6} \quad \text{c) } -\frac{5}{4}x + \frac{7}{12} = 4 - \frac{x}{3}$$

$$\text{d) } -2x - \frac{2}{7} = \frac{15}{3}x + 1 \quad \text{e) } \frac{9}{5}x - 2 = \frac{x}{10} + 1 \quad \text{f) } -2 - \frac{5x}{6} = -\frac{x}{5} - 10$$

$$\text{g) } \frac{x}{4} + \frac{5x}{6} + \frac{5}{6} = \frac{x}{2} + x \quad \text{h) } \frac{5x-2}{3} + 1 = \frac{8}{9}x + 5 \quad \text{i) } \frac{2}{5}x + \frac{3x}{2} = \frac{9+2x}{2}$$

$$\text{j) } \frac{2x-3}{11} + 2 = \frac{3x-4}{10} \quad \text{k) } -\frac{2}{3}x - 2 \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{6}x \right) = \frac{3}{5}$$

Aufgabe 3. Berechne den Wert von a für den der Term $a + \frac{1}{3} - 2a - \frac{1}{2}$ den Wert $\frac{5}{6}$ annimmt.

Aufgabe 4. Löse die Gleichungen.

$$\text{a) } 4x + 2 - 4(2x - 2) + 8(0,5x - 4) = -22$$

$$\text{b) } 12 - ((16 + 7x) - (-3x + 1)) = 6 + (2x - 5)$$

Lösung

Aufgabe 1.

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) $x = \frac{1}{17}$ | b) $x = 10$ | c) $x = 20$ |
| d) $x = 1$ | e) $x = -\frac{1}{2}$ | f) $x = \frac{9}{10}$ |
| g) $x = \frac{1}{3}$ | h) $x = 4$ | i) $x = \frac{9}{8}$ |
| j) $x = -\frac{1}{10}$ | k) $x = \frac{3}{8}$ | l) $x = -\frac{9}{4}$ |

Aufgabe 2.

- | | | |
|------------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $x = \frac{7}{9}$ | b) $x = \frac{21}{44}$ | c) $x = -\frac{41}{11}$ |
| d) $x = -\frac{9}{49}$ | e) $x = \frac{30}{17}$ | f) $x = \frac{9}{10}$ |
| g) $x = \frac{1}{3}$ | h) $x = 4$ | i) $x = \frac{9}{8}$ |
| j) $x = 18$ | k) $x = \frac{7}{5}$ | |

Aufgabe 3. Die Gleichung $a + \frac{1}{3} - 2a - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$ liefert $a = -1$.

Aufgabe 4.

- a)
- $$\begin{aligned}
 4x + 2 - 4(2x - 2) + 8(0,5x - 4) &= -22 \\
 4x + 2 - 8x + 8 + 4x - 32 &= -22 \\
 10 - 32 &= -22 \\
 L &= \mathbb{Q}
 \end{aligned}$$
- b)
- $$\begin{aligned}
 12 - ((16 + 7x) - (-3x + 1)) &= 6 + (2x - 5) \\
 12 - (16 + 7x + 3x - 1) &= 1 + 2x \\
 12 - (15 + 10x) &= 1 + 2x \\
 12 - 15 - 10x &= 1 + 2x \\
 -3 - 10x &= 1 + 2x \\
 -12x &= 4 \\
 x &= -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Didaktischer Kommentar

Klasse	Bezug zum Bildungsplan					Art der Aufgabe		
	ZVO	Messen	FZ	RuF	Daten	selbstdifferenzierend	herausfordernd	Enrichment
7	×						×	

Hinweise zum Einsatz im Unterricht

Die Fähigkeit Terme algebraisch umzuformen und Gleichungen zu lösen spielt im Abitur eine zunehmend große Rolle und ist bei vielen Aufgaben die einzige zu nehmende Hürde. Die Erfahrung zeigt, dass viele begabte Schülerinnen und Schüler in Aufgaben zwar zentrale mathematische Ideen erkennen, aber Schwierigkeiten haben, diese Ideen algebraisch zu verarbeiten. Daher ist es auch wichtig die algebraischen Fähigkeiten von Begabten auf ein höheres Niveau zu heben. Insbesondere im Umgang mit Brüchen treten auch bei vielen begabten Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten auf, denen durch ein intensiveres Training entgegen gewirkt werden kann.

Die Aufgaben können im Unterricht parallel zu einfacheren Aufgaben eingesetzt werden. Der Anforderungsbereich wird dabei rein algebraisch gesteigert.

Die Aufgaben sind grundsätzlich als Fundus angedacht und können je nach Bedarf auch einzeln oder in kleineren Paketen über mehrere Wochen verteilt eingesetzt werden, um ein langfristiges Üben zu fördern.

Die Aufgabenblöcke können auch mit Zusatzfragen angereichert werden, um eine Öffnung der Aufgaben zu erzielen. Beispielsweise durch „Welche Aufgabe fandest du besonders schwer/leicht?“, „Kannst du eine Aufgabe nicht lösen? Erläutere warum.“ oder „Welche ist am einfachsten zu lösen und warum?“

Es ist dabei nicht daran gedacht, begabte Schülerinnen und Schüler, die algebraische Umformungen sicher beherrschen, mit den oberen Aufgaben unnötig zu belasten. Für solche Schülerinnen und Schüler sind herausfordernde Aufgabenformate, bei denen die algebraischen Umformungen als notwendiger Nebeneffekt auftreten, geeigneter. Algebraisch weniger Begabte lassen sich aber oft für arbeitsintensivere Umformungen motivieren, wenn sie durch die Bearbeitung eine Verbesserung ihrer Fähigkeiten erkennen.