„Probleme lösen“ am Beispiel der Bruchrechnung

Bei der Einführung in die Bruchrechnung steht der Aufbau einer Grundvorstellung, die mit den Brüchen, sowie ihren Operationen verbunden sind, klar im Vordergrund. Auch beim „Rechnen mit Brüchen“ wird auf dieses ganzheitlich angelegte Bruchverständnis zurückgegriffen. Dass durch den Umgang mit der formalen Bedeutung der Bruchschreibweise, ebenso wie bei der Ausführung der Grundrechenarten mit Brüchen die prozessbezogene Kompetenz pK 4 „Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“ durch notwendige und sinnvolle Übungen automatisch gefördert wird, steht außer Frage und liegt in der Natur der Sache.
Erstreckt sich das Unterrichten der Bruchrechnung nicht nur auf das Beibringen von formalen Algorithmen, sondern behält man die verständnisorientierte Beschäftigung mit den Brüchen als tragfähige Grundlage im Auge, wird klar, dass in der Klasse 5/6 auch das „Problemlösen“ (pK 2) angemessen gefördert werden kann.

In der Unterstufe befinden sich Schülerinnen und Schüler nach Piaget’s Entwicklungsmodell in der Phase der konkreten Operationen, so dass nicht alle Aspekte der Problemlöse-kompetenz eine Rolle spielen.
Hier einige Beispiele von Teilkompetenzen, die man zu diesem Zeitpunkt und im Kontext der Bruchrechnung fördern kann

- Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten; (Textaufgaben)
- durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen
- durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen
- das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen
- Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik herstellen und zum Lösen nutzen
- durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden

Alle genannten Aspekte finden sich in den drei Teilkompetenzen des Problemlösens wieder:

- Probleme analysieren,
- Strategien zum Problemlösen auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln,
- Die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren

Beispiele von Unterrichtsfragen bzw. -aufgaben, mit denen die prozessbezogene Kompetenz „Probleme lösen“ in der Bruchrechnung geschult werden kann:

1 Ordne die Brüche der Größe nach: $\frac{1}{3}; \frac{3}{4}; \frac{1}{2}; \frac{5}{8}; \frac{3}{4}; \frac{1}{3}; \frac{2}{7}; \frac{1}{4}; \frac{2}{3}; \frac{7}{10}; \frac{1}{9}; \frac{5}{6}$

(durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen)

2 Untersuche die Zahlenreihe $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \ldots$ Schritt für Schritt sowohl mit TR als auch mit einer Zeichnung (1 als Quadrat) und überlege, was passiert, wenn es immer so weitergeht.

(durch Verwendung verschiedener Darstellungen (informative Figur, verbale Beschreibung, Tabelle, Graph, symbolische Darstellung, Koordinaten) das Problem durchdringen)

3 Welcher Bruch steht für ☐:

a) $\frac{7}{5} : \square = \frac{14}{25}$; b) $\square : \frac{7}{2} = -\frac{2}{21}$ c) $\frac{1}{5}$ von $\square =$ d) $\frac{1}{\square}$ von $99 = 9$

(durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden)

4 Magische Quadrate:

a) Addiere jeweils die Brüche in den Zeilen, den Spalten und den Diagonalen. Fällt dir etwas auf?

$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{15}$	$\frac{2}{5}$
$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{15}$
$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{8}{15}$

b) Untersuche, ob die folgenden Quadrate ebenfalls magisch sind?

$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{18}$
$\frac{5}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{2}$

$\frac{4}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{15}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{15}$
$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{5}$

c) Hier fehlen Brüche. Ergänze so, dass die magische Zahl 1 erreicht wird

$\frac{10}{21}$		
		$\frac{11}{21}$
		$\frac{4}{21}$

(Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen)

5 Lucy sagt: Wenn mein Hund Duke $\frac{1}{4}$ abnimmt, dann wiegt er noch 15 kg. Das ist 3 mal so viel, wie er als Welpe vor 4 Jahren wog.

a) Wieviel wiegt Duke heute?

b) Wieviel hat er als Welpe gewogen?

c) Wieviel hat er durchschnittlich pro Jahr zugenommen.

(durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden)

6 Hat Tim einen Fehler gemacht?

Er hat eine Aufgabe gerechnet: $3:\frac{1}{4}$ und hat die Rechenregeln angewandt.

Als Ergebnis hat er 12 erhalten. Aber nun fragt er sich verwundert, wie das sein kann. „Ich habe doch „geteilt“ und mein Ergebnis ist größer als der Dividend?

Kannst du Tim helfen? Finde ein passendes Beispiel, mit dem du Tim verständlich machen kannst, dass sein Ergebnis sinnvoll und richtig ist?

(Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen)