

"Argumentieren und Begründen" am Beispiel Figuren

Dass mithilfe geometrischer Werkzeuge Probleme gelöst werden können, die diesbezügliche Kompetenz also geschult werden kann, steht außer Frage und überrascht wenig. Spannender wird es, wenn man sich fragt, wie im propädeutischen Geometrieunterricht der Unterstufe das Argumentieren und Begründen geübt werden kann – spannender, weil wir in Klasse 7 den Schritt von der propädeutischen zu einer Geometrie wagen wollen, in der erste Beweise geführt werden.

Dabei spielen selbstverständlich (weil wir uns noch in der propädeutischen Geometrie bewegen) nicht alle Aspekte eine Rolle, die als Teilkompetenzen der Argumentationskompetenz aufgelistet sind. Beispielsweise kann man zu diesem Zeitpunkt und in diesem Kontext noch keine "mathematischen Denkstrukturen entwickeln", d.h.

- in einer mathematischen Aussage zwischen Voraussetzung und Behauptung unterscheiden,
- eine mathematische Aussage in einer standardisierten Form (zum Beispiel Wenn-Dann) formulieren und
- zwischen einem Satz und seinem Kehrsatz unterscheiden und den Unterschied an Beispielen erklären;

Fokussieren kann man aber folgende Teilkompetenzen:

- mathematische Argumentationen (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise) nachvollziehen und entwickeln:
- beim Begründen unterschiedliche Darstellungsformen verwenden (verbal, zeichnerisch, formalisiert);
- mehrschrittige Argumentationsketten aufbauen;
- Lösungswege beschreiben und begründen;

Auch zu pK4 wird ein Beitrag dahingehend geleistet, als "zwischen symbolischer und formaler Sprache der Mathematik und natürlicher Sprache" gewechselt wird.



Beispiele von Unterrichtsfragen bzw. -aufgaben, die Argumentationen einfordern und das Begründen in der Geometrie schulen:

- Andreas sagt: "Wenn a | | b und b \perp c, dann ist auch a \perp c." Hat er Recht?
- Wie viele Geraden kannst du durch einen Punkt zeichnen? Wie viele von ihnen stehen senkrecht aufeinander?
- 3 Welchen Abstand haben zwei Geraden voneinander, die nicht parallel sind?
- 4 Petra sagt: "Zwischen einem Punkt und einer Geraden gibt es verschiedene Abstände." Was meinst du dazu?
- 5 Begründe: Das Quadrat ist zugleich Rechteck, Parallelogramm und Raute.
- Peter behauptet: "Wenn jedes Quadrat ein Rechteck ist und jedes Quadrat eine Raute, dann ist auch jedes Rechteck eine Raute." Stimmt das? Begründe.
- 7 "Beim Würfel stoßen an einer Ecke immer drei Kanten zusammen. Da er acht Ecken besitzt, hat er auch 24 Kanten." Warum ist die Aussage falsch? Begründe.
- 8 Stimmt das: Ein Würfelnetz besitzt immer denselben Umfang. Begründe.
- 9 Peter meint: "Der Flächeninhalt eines Rechtecks (eines Quadrats) besteht immer aus einer geraden Anzahl an Karokästchen." Stimmt das? Begründe.
- 10 Begründe oder widerlege: Figuren, die den gleichen Flächeninhalt haben, haben auch stets dieselbe Form.
- 11 Stimmt das? "Eine Fläche mit dem Flächeninhalt 4 cm² ist quadratisch." Begründe anhand einer Zeichnung.
- 12 Der Flächeninhalt und der Umfang eines Rechtecks besitzen die gleiche Maßzahl. Geht das? Finde ein Beispiel.
- Halbiert man beide Seitenlängen eines Quadrats (Rechtecks), so erhält man ein Viertel von dem ursprünglichen Flächeninhalt. Stimmt das? Begründe.
- 14 Hakan ist der Meinung, dass man jede Figur eindeutig in Rechtecke und Quadrate zerlegen kann. Stimmt das? Erläutere deine Aussage.
- Moritz behauptet: "Zwei Figuren haben den gleichen Flächeninhalt, wenn sie sich jeweils in gleiche Teilfiguren zerlegen lassen." Hat er Recht? Begründe.
- Drei gleich große Kugeln bestehen aus unterschiedlichen Materialien (Eisen, Holz und Styropor). Sind sie auch gleich schwer? Begründe.



- 17 Luca sagt: "Beim Berechnen des Volumens muss man nicht auf gleiche Einheiten achten. Man nimmt einfach am Schluss die kleinste Einheit." Stimmt das? Begründe.
- 18 Giulia glaubt, dass der Oberflächeninhalt und das Volumen eines Würfels annähernd gleich sind. Stimmt ihre Vermutung? Erkläre.
- 19 Sind folgende Behauptungen richtig oder falsch? Begründe.
 - Der Flächeninhalt jeder Figur lässt sich immer eindeutig berechnen.
 - Wenn man in die n\u00e4chstkleinere Fl\u00e4cheneinheit umwandelt, dann muss man das Komma um zwei Stellen nach rechts verschieben.
 - Verschieden große Flächen können denselben Umfang haben.
 - Wenn man von a in cm² umwandeln möchte, muss man sechs Nullen hinzufügen oder das Komma um sechs Stellen nach rechts verschieben.
 - Beim Addieren von Flächeninhalten muss man nur das Komma stellengerecht untereinander schreiben.
 - Ein Quadrat mit der Kantenlänge 30 cm besitzt den gleichen Flächeninhalt wie acht Rechtecke mit den Kantenlängen a = 7,5 cm und b = 15 cm.
 - Der Flächeninhalt eines Quadrats lässt sich auch mit der Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks berechnen.
 - Eine Pyramide mit einer sechseckigen Grundfläche besteht aus zwölf Kanten, sechs Ecken und sechs Flächen.
 - Jedes Prisma besteht aus genau fünf Flächen.
 - Es gibt genauso viele unterschiedliche Würfelnetze wie Quadernetze.
 - Der Oberflächeninhalt eines Quaders lässt sich auch folgendermaßen berechnen: $A_0 = 2 \cdot l \cdot l + 2 \cdot b \cdot b + 2 \cdot h \cdot h$
 - Der Oberflächeninhalt eines Quaders lässt sich als Sonderfall des Oberflächeninhalts eines Würfels berechnen.
 - Wenn man die Kantenlänge eines Würfels verdoppelt, dann verdoppelt sich auch sein Oberflächeninhalt.
 - Jeder Quader ist ein Würfel und jeder Würfel ist ein Quader.