

# pK2: Problemlösen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Problemlösen

Einstieg in die Teilbarkeit  
Klasse 5

M. Eisenmann

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Was bisher geschah...

- Nichts zu diesem Thema ☺
  - Kein kgV
  - keine Teiler- oder Vielfachenmenge

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Die Aufgabe

Simon geht jeden Nachmittag, wenn er mit seinen Hausaufgaben fertig ist, in den Tante Emma Laden seiner Oma, um ihr ein bisschen zu helfen.

Manchmal darf er sich am Abend als Belohnung etwas aus dem Süßigkeitenregal aussuchen. Wenn Oma mal wieder sagt: „Gib aber deinen Geschwistern etwas ab.“, sucht er sich etwas, das er gerecht aufteilen kann. Die Streitereien daheim hat er ziemlich satt.

Eines Abends kommt ihm eine Idee. Er will sich auf die Suche nach der idealen Schokoladentafel machen. Das müsste eine Tafel sein, bei der es in keiner Familie mehr Streit beim Aufteilen gibt.

Was meinst du – kann Simon diese Tafel finden? Findest **du** eine ideale Schokoladentafel?

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Überlegungen

- Drei Schritte beim Problemlösen genauer beleuchtet:
  - Probleme analysieren
  - Strategien auswählen, anwenden und daraus einen Plan zur Lösung entwickeln
  - Die Lösung überprüfen und den Lösungsprozess reflektieren

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Probleme analysieren

### 1. Das Problem mit eigenen Worten beschreiben

z.B.: „Simon sucht eine Schokoladentafel, die man gut aufteilen kann. Am besten wäre eine, in der in jeder Familie so geteilt werden kann, dass kein Stückchen übrig bleibt.“

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Probleme analysieren

2. Informationen aus den gegebenen Texten, Bildern und Diagrammen entnehmen und auf ihre Bedeutung für die Problemlösung bewerten

Der Begriff des „Aufteilens ohne Streit“ (für möglichst viele Familien) ist zentral. Weitere Informationen werden nicht gegeben.

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Probleme analysieren

3. Durch Verwendung verschiedener Darstellungen (...) das Problem durchdringen und umformulieren

Hier bieten sich Skizzen oder Zeichnungen von verschiedenen Schokoladentafeln an; genauso gut können Tabellen eingesetzt werden (Anzahl der Familienmitglieder – passende Größen von Schokoladentafeln)

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Probleme analysieren

### 4. Hilfsmittel und Informationsquellen nutzen

Hier ist denkbar, einfach mal zu recherchieren, welche Arten von Schokoladentafeln es gibt bzw. aus wie vielen Teilen die Tafeln bestehen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

5. durch Untersuchung von Beispielen und systematisches Probieren zu Vermutungen kommen und diese auf Plausibilität überprüfen

Hier könnte man auch Plättchen einsetzen, die zu „Schokoladentafeln“ gelegt werden können

M	A	T	H	E
A		Z		H
T			P	T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

6. das Problem durch Zerlegen in Teilprobleme oder das Einführen von Hilfsgrößen oder Hilfslinien vereinfachen

zerlegt wird hier eigentlich nicht, aber die S können das Problem mit kleinen Zahlen anschauen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T			P	T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

7. mit formalen Rechenstrategien (...) Probleme auf algebraischer Ebene untersuchen

wenn die Größe der Tafel vorgegeben ist, suchen die S nach den Teilern; wenn sie von unterschiedlichen Familiengrößen ausgehen, nach gemeinsamen Vielfachen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

8. durch Vorwärts- oder Rückwärtsarbeiten Lösungsschritte finden

Vorwärts: Familiengröße zu Schokoladentafelgröße

Rückwärts: Schokoladentafelgröße zu Familiengröße

(untersuchen, welche Schokoladentafel die meisten Familien friedlich lässt)

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

### 9. Sonderfälle oder Verallgemeinerungen untersuchen

Was ist mit Schokoriegeln, bei denen jeweils nur eine Reihe an Schokostückchen da ist?

Was ist mit Quadratischen Schokoladentafeln? Sind die praktischer?

...

M	A	T	H	E
A		Z		H
T			P	T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

10. das Problem auf Bekanntes zurückführen oder Analogien herstellen

Die S kennen Teilbarkeitsregeln schon zum Teil aus der Grundschule und haben auch dort ähnliche Probleme in einfacherem Rahmen lösen sollen.

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Strategien auswählen...

11. Zusammenhänge zwischen unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik herstellen und zum Lösen nutzen

Hier standen vor dem Experiment noch Fragezeichen



Danach: Umfrage, Häufigkeitstabelle, Diagramm, Rechtecke aufteilen,...

# pK2: Problemlösen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Lösung überprüfen und reflektieren

12. Ergebnisse, auch Zwischenergebnisse, auf Plausibilität oder an Beispielen prüfen

Mit Schokolade? ☺

Alle Teiler suchen für gefundene Schokoladentafelgröße...

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Lösung überprüfen und reflektieren

### 13. Fehler analysieren und konstruktiv nutzen

Warum kann ich die Rippchenzahl nicht einfach von 60 auf 63 erhöhen und habe dann 7 als mögliche Geschwisterzahl dabei?

# pK2: Problemlösen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T			P	T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Lösung überprüfen und reflektieren

14. kritisch prüfen, inwieweit eine Problemlösung erreicht wurde

Gibt es die ideale Schokoladentafel für ALLE Familien?  
Warum ist das nicht realistisch, etc.

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Lösung überprüfen und reflektieren

### 15. Lösungswege vergleichen

Vorteile bestimmter Wege überlegen

Auch Schwierigkeiten besprechen

# pK2: Problemlösen

M	A	T	H	E
A	Z			H
T	P			T
H	G			A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Schülerantworten

16 2 3 4 8 9  
 32 4 6 8 16 18  
 48 6 9 12 24 27  
 64 8 10 12 16 20 24 32 36 40 45  
 12 15 24 48 55  
 16 18 28 56 54  
 32 64 63

60 ist die ideale Anzahl weil sie durch 1,2,3,4,5+610 teilbar ist!

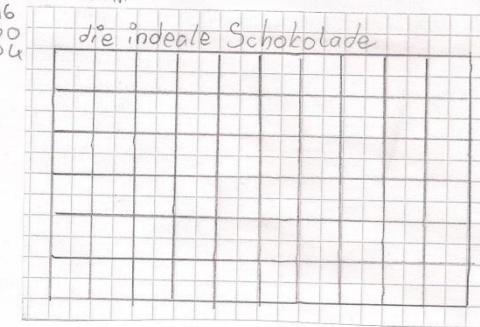
12, 60, 30, 20,  
 15, >

für 7 müsste man 63 nehmen aber dann würden andere nicht mehr reinpassen.

In 420 passen 1,2,3,4,5,6,7,10,12,60,30,20,15 rein

In 480 passen 1,2,3,4,5,6,8,10,12,60,30,20,15 rein

In 540 passen 1,2,3,4,5,6,9,10,12,60,30,20,15 rein



In 660 passen  
 1,2,3,4,5,6,10,11,  
 12,60,30,20,15

Jasmin, 5c

# pK2: Problemlösen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

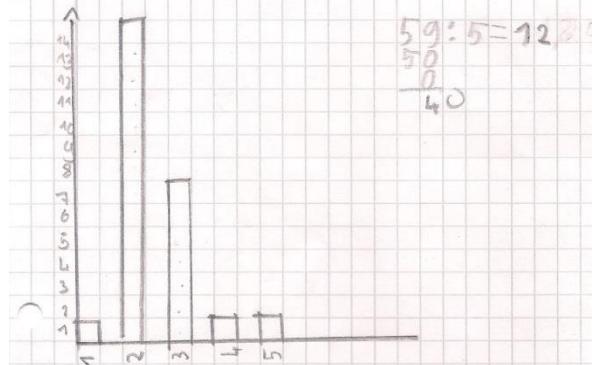
Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Schülerantworten

$$\begin{array}{r} 11 \\ 2 \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \cancel{1} \\ 3 \cancel{1} \cancel{1} \\ 4 \cancel{1} \\ 5 \cancel{1} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 14 \\ 7 \\ 1 \\ 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ 28 \\ 21 \\ 4 \\ 5 \\ 21 \\ 28 \\ \hline 59 \end{array}$$



Für 5C: Die ideale Schokolade!

60 Rippen!

$$60 : 1 = 60$$

$$60 : 2 = 30$$

$$60 : 3 =$$

Jakob, 5c

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Beobachtungen

- Viele S wollten Problem zunächst anders lösen (Schokolade schmelzen war der Gewinner ☺)
- Vorüberlegungen wurde übertroffen
- Unterschiedlichste Ansätze
  - Tafelgröße → Familiengröße
  - Familiengrößen → Tafelgröße
  - Zeichnen von möglichen Tafeln
  - Vielfache aufschreiben und kgV finden (ohne zu wissen, was das ist)

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Beobachtungen

- Schnelle Gruppe kam schnell auf 60 Rippchen
- Neuer Anstoß (Differenzierungsmöglichkeit): wie groß muss eine Tafel sein, dass es auch für 7 Kinder fair teilbar ist, usw.
- Eine Gruppe hat Umfrage in der Klasse gemacht → Suche nach der idealen Tafel für diese Klasse
- Bei Vorstellung und Reflexion kamen auch die „ungünstigsten Tafeln“ zur Sprache: Primzahl als Anzahl für Rippchen

M	A	T	H	E
A		Z		H
T		P		T
H			G	A
E	H	T	A	M

Vorwissen

Aufgabe

Schülerantworten

Beobachtungen

## Beobachtungen

- Manche S hatten Anstoß durch die Gruppenmitglieder (oder ganze Gruppe durch L) nötig
  - Kreative Lösung (z.B. wenn es nicht aufgeht, bekomme ich den Rest oder wir schmeißen ihn einfach weg) hätte ihnen völlig genügt
- Andere Gruppen waren heiß, eine möglichst ideale Tafel zu finden und mussten nur gelobt werden ☺