



U.Wagner 2016

(1) Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig rechtwinklig. Es gilt:

$$p^2 = 2q^2 \text{ bzw. } \sqrt{2} = \frac{p}{q} \quad (q < p < 2q)$$

Angenommen p und q sind kleinstmögliche natürliche Zahlen.

(2) Das Dreieck BDE ist ebenfalls gleichschenkelig rechtwinklig (da ähnlich zum Dreieck ABC). Es gilt:

$$m^2 = 2n^2 \text{ bzw. } \sqrt{2} = \frac{m}{n} \quad (n < m < 2n).$$

(3) Nach Zeichnung gilt: $n = p - q < q$ natürlich

(4) Da die Dreiecke ABC und BDE ähnlich sind: $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$

$$\begin{aligned} \text{also } m &= \frac{p}{q} n = \frac{p}{q} (p - q) = \frac{p^2}{q} - p && \text{Widerspruch!} \\ &= \frac{p^2}{q^2} q - p = 2q - p < p \text{ natürlich} \end{aligned}$$