Achtung: Die Aufgabenkarten werden nacheinander ausgegeben![1]

Aufgabe 1

Zeichne **in Geogebra** ein beliebiges Dreieck und konstruiere den Umkreismittelpunkt U, den Schwerpunkt S und den Höhenschnittpunkt H. Solltest du Hilfe brauchen, schaue auf die passenden Hilfekarten. (Starte bei der 1. und schaue dir die nächste erst an, wenn du immer noch nicht weiter kommst.)
Verändere dein Dreieck, indem du die Position eines oder mehrerer Eckpunkte veränderst. Achte auf die konstruierten Punkte. Was fällt dir auf?

Aufgabe 2

Zeichne **von Hand** das Dreieck ABC mit A(0|0), B(6|1) und C(6|6) in ein Koordinatensystem. Konstruiere Umkreismittelpunkt, Schwerpunkt und Höhenschnittpunkt. Gib deren Koordinaten an.
Stelle die Gleichung der Geraden auf, die durch den Umkreismittelpunkt und den Höhenschnittpunkt geht. Zeige, dass der Schwerpunkt auf dieser Geraden liegt.
Anmerkung: Man nennt diese Gerade die Euler‘ Gerade eines Dreiecks.

Liegt der Inkreismittelpunkt auch auf der Euler‘ Geraden? Überprüfe zeichnerisch und rechnerisch.

Aufgabe 3

Zeichne **in Geogebra** zuerst die Parallele zur x-Achse mit y=1 ein. Lege darauf die Punkte A(1|1) und B(-1|1). Der Punkt C soll irgendwo auf der x-Achse liegen. Du kannst mit z.B. C(1|0) starten.
Verbinde jetzt die Punkte zum Dreieck ABC und konstruiere den Höhenschnittpunkt H.
Verberge die Konstruktionslinien und lasse bei H die Spur anzeigen.
Der Punkt C soll auf der x-Achse wandern. Wo liegen alle Höhenschnittpunkte? Fülle eine Wertetabelle aus und gib eine Zuordnungsvorschrift an.

Aufgabe 4

(Aufgabe 3 ist Grundlage)
Verändere den Abstand der beiden Punkte A und B zur y-Achse. Beide sollen dabei aber den gleichen Abstand zu dieser haben und weiter auf der Geraden mit y=1 liegen.
Wie verändert sich die Kurve, auf der alle Höhenschnittpunkte liegen? Fülle jeweils eine Wertetabelle aus und gib die Zuordnungsvorschrift an.

[1] Beachten Sie bitte die Bemerkungen zu den Aufgaben im Überblick (Datei pk4_10_uebersicht…)

Vorlage Wertetabelle Aufgabe 3:

Punkte: A(1|1), B(-1|1)

Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y									

Vorlage Wertetabellen für Aufgabe 4:

Punkte: A(|1), B(|1)

Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y									

Veränderung zu Aufgabe 3:

____

Punkte: A(|1), B(|1)

Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y									

Veränderung zu Aufgabe 3:

____

Punkte: A(|1), B(|1)

Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y									

Veränderung zu Aufgabe 3:

____

Möglicher Inhalt der Hilfekarten:

Umkreismittelpunkt

1. Der Umkreismittelpunkt U ist der Mittelpunkt des Kreises, auf dem die Eckpunkte des Dreiecks liegen. Was sagt das über den Abstand von U zu den Punkten A, B und C aus?
2. U hat zu A, B und C den gleichen Abstand. Wir müssen also genau diesen Punkt finden. Wo liegen alle Punkte, die von A und B den gleichen Abstand haben? Und wo die, die von B und C den gleichen Abstand haben?
3. Um alle Punkte zu finden, die von zwei Punkten den gleichen Abstand haben, suchen wir die Mittelsenkrechte der Punkte.
4. Die Mittelsenkrechte der Punkte A und B ist – wie der Name schon sagt – senkrecht zur Strecke AB und geht durch deren Mittelpunkt.
5. Konstruktion der Mittelsenkrechte durch A und B: Zeichne einen Kreis mit einem Radius r, der größer ist als die Hälfte der Strecke AB, um A und einen Kreis mit gleichem Radius r um B. Verbinde die beiden Schnittpunkte der Kreise zur Mittelsenkrechten m_{AB}.
6. Konstruiere eine weitere Mittelsenkrechte, z.B. m_{BC}. Brauchen wir die dritte auch noch?
7. Der Umkreismittelpunkt ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.

Schwerpunkt

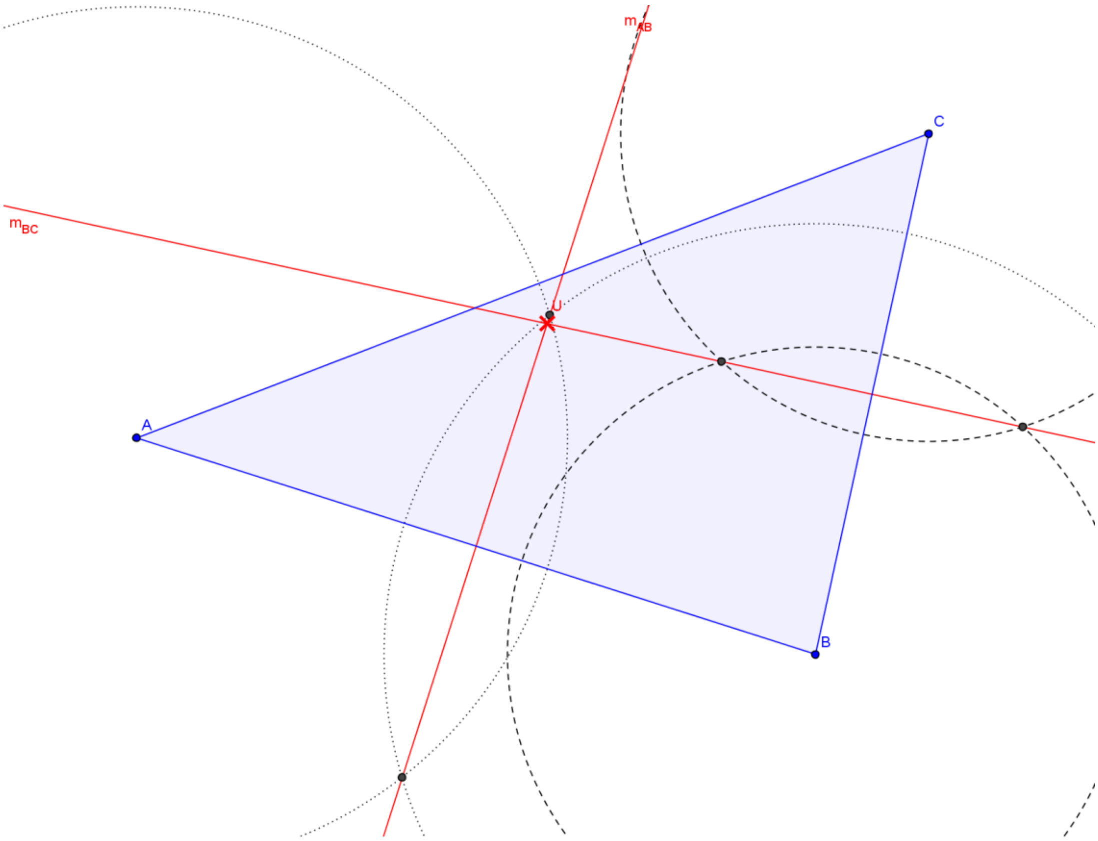
1. Versuche, dein Geodreieck auf einer Fingerspitze zu balancieren. Wenn du den richtigen Punkt (den Schwerpunkt) gefunden hast, überlege dir, auf welchen besonderen Linien im Dreieck er liegt.
2. Der Schwerpunkt ist der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.
3. Eine Seitenhalbierende geht durch die Seitenmitte zum gegenüberliegenden Eckpunkt.
4. Wir konstruieren die Mitte einer Seite wie bei der Konstruktion der Mittelsenkrechten. Nur, dass wir die Verbindungsgerade der Kreisschnittpunkte nicht zeichnen, sondern nur die Mitte markieren und mit der gegenüberliegenden Ecke verbinden.

Höhenschnittpunkt

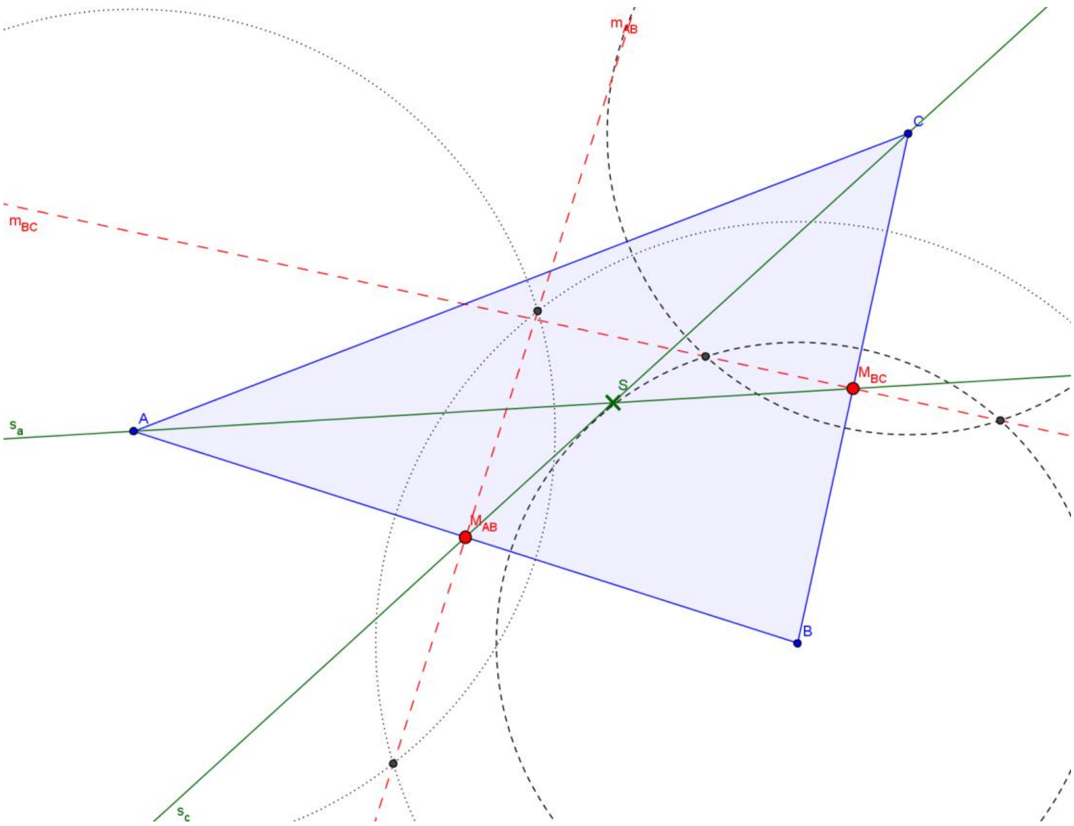
1. Eine Höhe geht durch einen Eckpunkt des Dreiecks und ist zu der gegenüberliegenden Seite orthogonal.
2. Zeichne einen Kreis um den Eckpunkt mit einem Radius so groß, dass die gegenüberliegende Seite zweimal geschnitten wird. (Dieser Schnittpunkt kann auch außerhalb des Dreiecks liegen, dann verlängern wir die Dreiecksseite.)
3. Konstruiere die Mittelsenkrechte zu den beiden Schnittpunkten. Auf dieser liegt die Höhe.

<u>Bilder für die jeweils letzte Hilfekarte:</u>

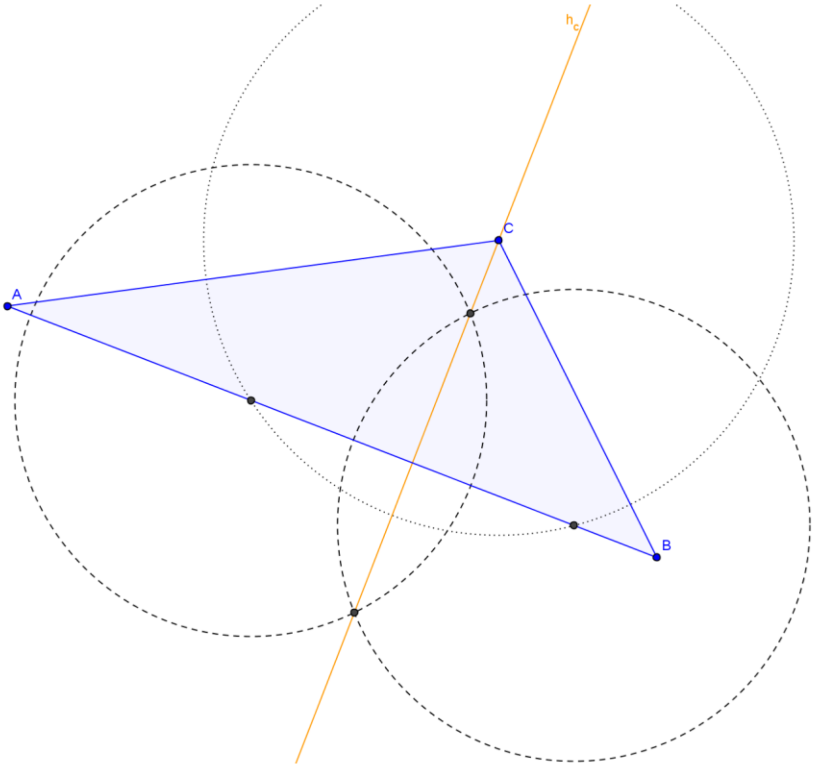
Umkreismittelpunkt:



Schwerpunkt:



Konstruktion einer Höhe:



Weitere mögliche Aufgabenkarten zur Vertiefung und Differenzierung:

Aufgabe 5

Gib die Koordinaten des tiefsten Punktes der Graphen („Scheitel“) an.
Wo schneiden die Graphen die x-Achse? Lies die Stellen ab. Kannst du sie auch rechnerisch bestimmen? Schreibe deine Überlegungen auf.

Aufgabe 6

Experimentiere weiter.
Was ändert sich, wenn A und B zwar den Abstand 2 LE behalten, aber nicht mehr symmetrisch zur y-Achse liegen?
Was ändert sich, wenn A und B auf der Geraden mit y= - 1 liegen? (Abstand 2 LE, zuerst symmetrisch zur y-Achse, dann beliebig)
Schreibe deine Beobachtungen in einem Textdokument auf und füge passende Screenshots aus Geogebra ein.

Aufgabe 7 – für Expert(inn)en

Was ändert sich, wenn A und B auf einer anderen Parallelen zur x-Achse liegen? Starte zunächst mit symmetrischer Lage zur y-Achse. Wo müssen A und B liegen, dass der Scheitel im Ursprung liegt? Findest du eine Regel?
Was ändert sich, wenn A und B nicht mehr symmetrisch zur y-Achse liegen?
Was ändert sich, wenn C nicht mehr auf der x-Achse, sondern auch auf einer Parallelen dazu liegt?
Schreibe deine Beobachtungen in deinem Textdokument aus Aufgabe 6 auf und füge passende Screenshots aus Geogebra ein.

Lösungsmöglichkeit:

Wertetabelle Aufgabe 3:

Punkte: A(1|1), B(-1|1)
Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y	4	1	0,25	0	0,25	1	4	9	x^2

Mögliche Wertetabellen für Aufgabe 4:

Punkte: A(2 |1), B(-2 |1)
Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y	1	-2	-2,75	-3	-2,75	-2	1	6	$x^2 - 3$

Veränderung zu Aufgabe 3:
z.B. um 3 Einheiten nach unten verschoben, von jedem Wert wird 3 subtrahiert, etc.

____

Punkte: A(3 |1), B(-3 |1)
Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y	-4	-7	-7,75	-8	-7,75	-7	-4	1	$x^2 - 8$

Veränderung zu Aufgabe 3:

____

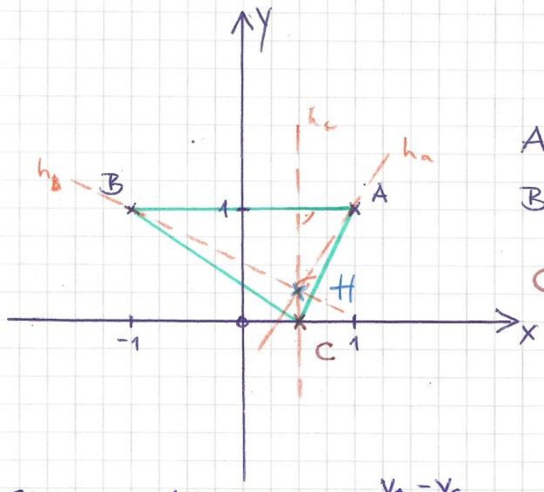
Punkte: A(4 |1), B(-4 |1)
Koordinaten des Höhenschnittpunktes:

x	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	3	x
y	-11	-14	-14,75	-15	-14,75	-14	-11	-6	$x^2 - 15$

Veränderung zu Aufgabe 3:

____

Herleitung des Einstiegsbeispiels:



$A(1|1)$
$B(-1|1)$ } fest

$C(c|0)$ auf der x-Achse

Steigung AC: $m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{1}{1-c}$

Höhe h_B – orthogonal zu AC, durch B:

$$y = -\frac{1}{m_{AC}} \cdot x + z$$

$$y = (c-1) \cdot x + z$$

$$1 = (c-1) \cdot (-1) + z$$

$$z = c$$

$\underline{h_B: \; y = (c-1) \cdot x + c}$ *)

*) einfacher: als über h_a
h_c: $x = c$
in h_B einsetzen liefert
$H(c|c^2)$

Steigung BC: $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1}{c+1}$

Höhe h_a (analog zu oben):

$\underline{h_A: \; y = (c+1) \cdot x - c}$

<u>Schnitt</u>:

$$(c-1) \cdot x + c = (c+1) \cdot x - c$$

$$x\left[(c-1)-(c+1)\right] = -2c$$

$$-2x = -2c$$

$$\underline{x = c}$$

$$\underline{y} = (c+1) \cdot c - c = \underline{c^2}$$

Höhenschnittpunkt $H(c|c^2)$