Lern-Video: Volumen und Oberfläche der Kugel

Ergänze anhand des Lern-Videos

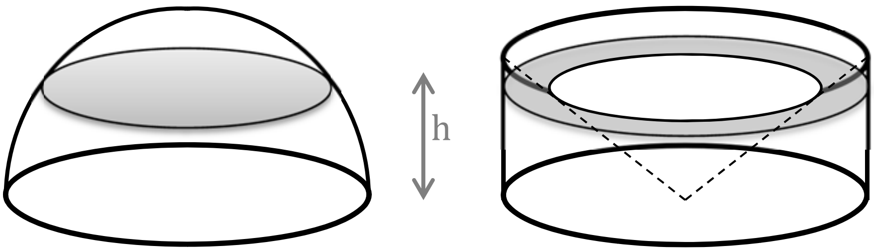
1. Formel zum Berechnen des Volumens einer Kugel:

$$\boxed{V = \frac{4}{3}\pi r^3}$$

2. Formel zum Berechnen des Oberflächeninhalts einer Kugel:

$$\boxed{O = 4\pi r^2}$$

3. Begründung für die Volumenformel:



Mithilfe des Satzes von ___Pythagoras_______________ wird begründet, dass für jede Höhe h

der Flächeninhalt eines __Schnittkreises____________ der Halbkugel übereinstimmt mit dem

Flächeninhalt eines ___Kreisringes________ mit Außenradius _r__ und Innenradius _h.

Nach dem Prinzip von ___Cavalieri________________________ stimmt also das Volumen der

Halbkugel mit dem Volumen eines Vergleichskörpers überein.

Der Vergleichskörper ist ein ___Zylinder___________ , aus dem ein _____Kegel___________

ausgeschnitten wurde.

$$
\begin{aligned}
V_{\text{Halbkugel}} &= V_{\text{Zylinder}} - V_{\text{Kegel}} \\
&= \pi r^2 \cdot r - \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot r \\
&= \frac{2}{3}\pi r^3
\end{aligned}
$$

Bitte wenden!

4. Begründung für die Oberflächeninhaltsformel:
(*im Film wird der Oberflächeninhalt O als A_O bezeichnet*):

Man stellt sich die Kugel aus ___unendlich vielen Pyramiden___________________________

zusammengesetzt vor.

Jede dieser ________Pyramiden__________ hat das Volumen $V_P = \frac{1}{3} G_P \cdot r$.

Es gilt also

$$V_{Kugel} = \frac{1}{3} G_{P1} \cdot r + \frac{1}{3} G_{P2} \cdot r + \frac{1}{3} G_{P3} \cdot r + \ldots$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}(G_{P1} + G_{P2} + G_{P3} + \ldots) \cdot r \quad \Big| \cdot 3$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3} O \cdot r$$

$$4\pi r^2 = O$$