Kopfübungen

I: Direktes Ablesen der Lösung

$\sqrt{x} = 4$ $\quad \sqrt{x} = 1{,}3$ $\quad \sqrt{x} = 200$

$\sqrt{x} = 17$ $\quad \sqrt{x} = -\frac{4}{9}$ $\quad \sqrt{x} = 0{,}07$

$\sqrt{x} = \frac{1}{3}$ $\quad \sqrt{x} = -2$ $\quad \sqrt{x} = 0{,}008$

16	1,69	40 000
289	k.L.	0,0049
$\frac{1}{9}$	k.L.	0,000064

II a: Ein Schritt vorher „Rückwärtsrechnen“, dann direktes Ablesen

$\sqrt{x} + 1 = 5$ $\quad \sqrt{x} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\sqrt{x} - 7 = 18$ $\quad \frac{3}{2}\sqrt{x} = \frac{9}{4}$

$2\sqrt{x} = 3$ $\quad \sqrt{x} + 0{,}7 = 0{,}2$

$\frac{\sqrt{x}}{4} = 5$ $\quad \sqrt{x}: 3 = 0{,}4$

16	0
625	$\frac{9}{4}$
$\frac{9}{4}$	k.L.
400	1,44

II b: Wert des Radikanden ablesen, danach ein Schritt „Rückwärtsrechnen“

$\sqrt{x-1} = 5$ $\quad \sqrt{x+4} = 1$ $\quad \sqrt{4x} = 8$

$\sqrt{\frac{x}{2}} = 10$ $\quad \sqrt{x - 0{,}01} = 0{,}3$ $\quad \sqrt{x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

$\sqrt{9x} = 9$ $\quad \sqrt{x-7} = 11$ $\quad \sqrt{x: 0{,}2} = 0{,}4$

26	-3	16
200	0,1	0
9	128	0,032

III a: Zwei Schritte vorher „Rückwärtsrechnen“, dann direktes Ablesen

$3\sqrt{x} = \sqrt{x} + 8$ $\quad \sqrt{x} = 2\sqrt{x}$

$-2\sqrt{x} + 3 = -\sqrt{x} - 4$ $\quad -\frac{1}{2}\sqrt{x} = \frac{1}{2}\sqrt{x} - 9$

16	0
49	81

III b: Zwei Schritte danach oder einer vor und einer danach…

$\sqrt{2x-1} = 3$ $\quad \sqrt{x+2} - 1 = 3$

$\sqrt{\frac{1}{2}x + 2} = 12$ $\quad \sqrt{5 - 2x} = 4$

5	14
284	-5,5

<u>III c:</u> Zwei Schritte vorher, mindestens ein Schritt danach

$\sqrt{x-1}+4=2\sqrt{x-1}$ $\sqrt{2x+1}+12=5\sqrt{2x+1}$

$\sqrt{x^2-8}=4\sqrt{x^2-8}-3$ $\sqrt{x^3+1}=-2\sqrt{x^3+1}+9$

17	4
-3; 3	2

<u>IV:</u> Weitere Beispiele, bei denen „Rückwärtsrechnen“ möglich ist

$\sqrt{x^2}=2$ $\sqrt{x^2+1}=7$

$\sqrt{x^2-5}=2$ $\sqrt{2(x-1)+6}=2$

-2; 2	$-\sqrt{48};\sqrt{48}$
-3; 3	0

Anmerkung: Beim letzten Beispiel überlegen sich die Schülerinnen und Schüler zunächst, was unter der Wurzel stehen muss, dann rechnen sie rückwärts, wie sie es von den Rätseln aus den vorhergehenden Klassen gewohnt sind.

<u>V:</u> Auch das geht noch im Kopf…

$\sqrt{x+3}=\sqrt{2x+1}$ $\sqrt{3x-8}=\sqrt{2x+3}$

$\sqrt{-x+1}=\sqrt{x+3}$ $\sqrt{2x-1}=\sqrt{4x+3}$

2	11
-1	k.L.

Achtung: Hier ist die Probe nötig! Siehe letztes Beispiel (im Kopf: 2x-1=4x+3 mit Lösung x=-2, dadurch werden aber beide Radikanden negativ).

Was übrig bleibt…

<u>VI:</u> Aufgaben mit zwei Wurzeln, die auf quadratische Gleichungen führen, die nicht so einfach im Kopf gelöst werden können

Zwei interessante Beispiele:
$\sqrt{x^2-2}=\sqrt{x+4}$ und $\sqrt{x^2-5}=\sqrt{x+1}$ führen beide auf die quadratische Gleichung $x^2-x-6=0$ mit den beiden Lösungen $x=-2$ und $x=3$. $x=-2$ ist aber nur bei der ersten Gleichung eine Lösung.

Weitere Beispiele:
$\sqrt{2x^2+2}=\sqrt{8x-4}$ $\sqrt{2x^2+1}=\sqrt{7x-4}$

$\sqrt{3x^2-1}=\sqrt{7x-3}$ $\sqrt{4x^2-1}=\sqrt{-2x-1}$

1; 3	$1;\frac{5}{2}$
2	$-\frac{1}{2}$

VII: Aufgaben, bei denen eine Wurzel und ein linearer Term vorkommen

$$\sqrt{x-4} = x-6$$

$$\sqrt{2x+2}+3 = x$$

$$\sqrt{4x^2-3} = x$$

$$\sqrt{4x^2-1} = x-1$$

$$\sqrt{3x-5}+4 = 2x$$

8
7
1
k.L.
3

Vorgehen:

1. Wurzel isolieren
2. Quadrieren (ggf. binomische Formeln nutzen)
3. Lösen
4. Probe!

VIII: Aufgaben als MINT-Vertiefung: Lösen durch doppeltes Quadrieren in einfacheren Fällen

$$\sqrt{x+4} = 2+\sqrt{x-2}$$

$$\sqrt{x-3}-4 = -\sqrt{x+5}$$

$$-2\sqrt{x+1} = -4+\sqrt{x-3}$$

$$4-\sqrt{x+5} = 3\sqrt{x-1}$$

$$3\sqrt{x-2} = 4-\sqrt{x+4}$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x+2} = 8-4\sqrt{x+6}$$

$$\sqrt{x-7} = 2+\sqrt{x+8}$$

$\frac{9}{4}$
4
3
$\frac{5}{4}$
$\frac{9}{4}$
-2
k.L.

Vorgehen:

1. Eine Wurzel isolieren
2. Quadrieren (ggf. binomische Formeln nutzen)
3. Wurzel isolieren
4. Erneut quadrieren
5. Lösen
6. Probe!

Anmerkung: Hier bietet sich die Verknüpfung mit der Betrachtung von Graphen von Wurzelfunktionen an. Das Lösen der Gleichung liefert dann mögliche Schnittstellen.