

M	A	T	H	E
A		Z		H
T			P	T
H				G
E	H	T	A	M

## Substitution „im Kopf“ auch bei anderen Gleichungen

### Bruchgleichungen

Siehe ZPG V (Präsentation von A. Jänchen)

### Exponentialgleichungen

$$2^{x-3} = 8 \qquad 3^{2x} = 81$$

$$2^{x+4} = 64 \qquad 5^{x:3} = 125$$

6	2
2	9

*Anmerkung: Alle Beispiele sind so gewählt, dass sie auch mit Hilfe der Potenzgesetze und einfachen Umformungen gelöst werden könnten.*

### Trigonometrische Gleichungen

#### Vorbemerkung:

Es geht darum, die charakteristischen Punkte der Graphen trigonometrischer Funktionen zu finden. Bei den beiden Grundfunktionen  $f$  und  $g$  mit  $f(x)=\sin(x)$  und  $g(x)=\cos(x)$  lernen die Schülerinnen und Schüler diese Punkte der beiden Graphen kennen und wissen deren Lage. Aufbauend auf dieser Grundlage, können bei verschobenen und in beide Richtungen gestreckten oder gestauchten Graphen, die Stellen, an denen dort Schnittpunkte mit der  $x$ -Achse, Hoch- und Tiefpunkte vorliegen, erkannt werden.

#### Möglichkeit 1: Betrachtung des Graphen

Die Schülerinnen und Schüler bestimmen die Periode der gegebenen Funktion und eine Nullstelle, die sie durch die Verschiebung in  $x$ -Richtung bestimmen können. Nach einer halben Periode liegt die nächste Nullstelle, nach einer ganzen Periode eine weitere. In den Mitten dazwischen finden sie Maximum- und Minimumstelle.

#### Möglichkeit 2: Lösen der Gleichung durch „Substitution im Kopf“

$$\sin(4x) = 1$$

Gedanken: Erste positive Maximumstelle der Grundfunktion bei  $x = \frac{\pi}{2}$ , also wäre das eine Lösung der Gleichung  $\sin(x) = 1$ . Der Wert wird durch 4 dividiert und man erhält als eine Lösung der Gleichung  $x = \frac{\pi}{8}$ .

Weitere Beispiele:

$$\sin(x + \pi) = 0 \qquad \text{Eine mögl. Lösung: } x = -\pi \text{ (gedacht: „0, minus } \pi\text{“)}$$

$$\cos\left(\frac{1}{4}x\right) = 0 \qquad \text{Eine mögl. Lösung: } x = 2\pi \text{ (gedacht: „}\frac{\pi}{2}\text{, mal 4“)}$$

$$\cos(2x - 1) = 1 \qquad \text{Eine mögl. Lösung: } x = \frac{1}{2} \text{ (gedacht: „0, plus 1, dividiert durch 2“)}$$